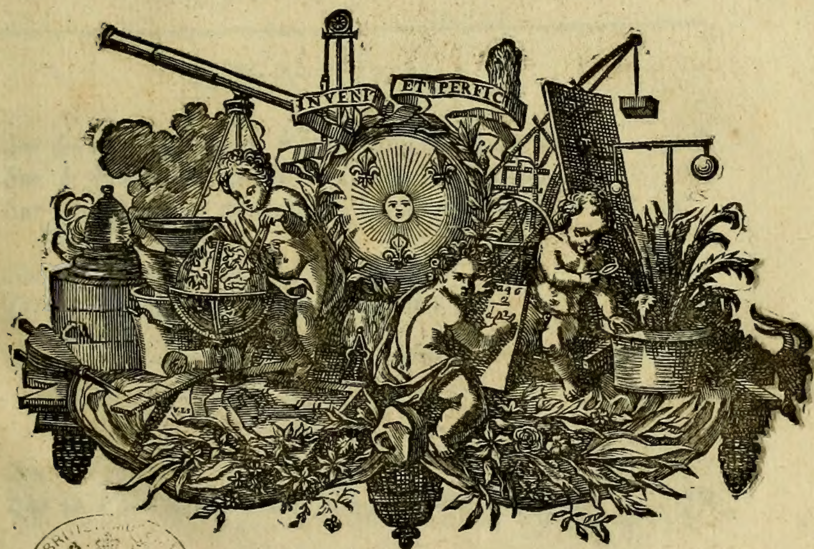
HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

Année M. DCCXIV.

Avec les Memoires de Mathematique & de Phyſique, pour la même Année.

Tirés des Regiſtres de cette Académie.



A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCXVII.



TABLE POUR L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GENERALE.

ANATOMIE.

CHIMIE.

BOTANIQUE.

GEOMETRIE.

ASTRONOMIE.

GEOGRAPHIE.

MECHANIQUE.



TABLE
POUR
LES MEMOIRES.



HISTOIRE



HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES SCIENCES.
Année M. DCCXIV.



PHYSIQUE GENERALE.

SUR LE PASSAGE DE L'AIR ET DE L'EAU au travers de certains Corps.

N est communément persuadé que l'Eau, quoi-que plus grossiere que l'Air, penetre certains Corps, par exemple le Papier, que l'Air ne penetre point. Mais peut-être aussi les penetre-t'elle par la raison même qu'elle est plus grossiere, c'est-à-dire, qu'elle a la force de se faire V. les M. p. 55.

des chemins que l'Air ne se peut pas faire, peut-être aussi l'Air penetre-t'il les mêmes corps que l'Eau, mais sans que l'on s'en apperçoive, car il est fort dangereux en Physique de supposer pour constants des faits qui ne le soient pas à toute rigueur, & l'on y est presque toûjours trompé.

M. de Reaumur a imaginé un moyen très simple & infaillible de s'assurer de ceux-ci, & de tous les autres pareils. Le Mercure ne se tient suspendu dans le Barometre, que parce que le Tuyau est si exactement fermé à son extremité superieure, qu'il n'y peut entrer aucun air. S'il y en entroit, le Mercure baisseroit aussi-tôt à proportion de ce qu'il y en seroit entré, & s'il entroit peu à peu, le Mercure baisseroit aussi par degrés, jusqu'à ce qu'enfin il se mît de niveau. Si au lieu d'air, c'étoit de l'eau qui entrât dans le Barometre, le Mercure baisseroit encore selon le poids de cette quantité d'eau. On sçait de combien le Mercure doit baisser pour une quantité déterminée de l'un ou de l'autre, & reciproquement par la quantité dont il baisse, on sçait combien il est entré de l'un ou de l'autre. Que s'il est entré de l'un & de l'autre, l'eau étant visible, on sçait combien il doit être entré d'air pour faire l'effet total. Il est clair que l'on doit toûjours tenir compte de ce que le Mercure devroit baisser indépendamment de l'entrée de l'air ou de l'eau, par la seule variation qui arriveroit au Barometre dans le tems de ces experiences.

Cela supposé, il ne faut que fermer, comme a fait M. de Reaumur, l'extremité du Barometre qui doit être superieure avec la matiere dont on veut sçavoir si elle est penetrable à l'Air. Lorsque le Mercure baissera dans le Tuyau indépendamment de la diminution du poids de l'Atmosphere, on sera sûr qu'il sera entré de l'air qui aura penetré ce qui bouchoit le haut du tuyau. Et cette sorte d'épreuve a cet avantage, que l'air n'agissant alors que par sa pesanteur contre ce qui bouche le tuyau, & cette pesanteur étant une force connuë, égale à 28 pouces de Mercure, on sçait que c'est cette force entiere qui fait

d'abord entrer l'air, puisque le haut du tuyau eſt parfaitement vuide, & ne renferme point d'air qui reſiſte à l'air exterieur. Si l'air continuë d'entrer, on ſçait par la quantité qui en eſt déja entrée, & qui eſt connuë par l'abaiſſement du Mercure, de combien la force qui le pouſſoit eſt diminuée, & ſi le Mercure ſe met enfin de niveau, on voit que la moindre force eſt capable de faire paſſer l'air au travers du corps qu'on éprouve. On voit auſſi, ce qui eſt très conſiderable, quels ſont les differens tems, dont cette force toûjours décroiſſante a beſoin pour agir ſelon ſes differens décroiſſemens. Que s'il eſt queſtion de l'Eau, au lieu de l'Air, ou de tous les deux enſemble, M. de Reaumur a imaginé de faire avec une certaine compoſition impénetrable à l'air, un petit rebord élevé au haut du tuyau, au moyen de quoi il a un petit vaſe où il verſe la quantité d'eau qu'il veut, & les mêmes raiſonnemens s'enſuivent

Voici maintenant le reſultat des Experiences qu'il a faites ſur ces principes.

L'air paſſe au travers du papier, même du plus épais, mais moins vîte.

Quelque petite que ſoit la force qui le pouſſe, il y paſſe, mais plus lentement.

L'air ne paſſe point au travers du papier moüillé, quelque legerement qu'il le ſoit. Il recommence à y paſſer, dès que le papier eſt ſec. Si on veut le moüiller à demeurer, il faut le frotter d'huile.

L'air paſſe aſſez librement au travers du vieux Parchemin. Il n'y paſſe plus, dès qu'il eſt moüillé.

On ſçait que l'eau penetre les Veſſies de pluſieurs Animaux de dehors en dedans, & non de dedans en dehors. Il eſt rare que l'air penetre une Veſſie de Cochon, lorſqu'elle lui eſt expoſée par ſa ſurface interieure, & lors même qu'il la penetre, ce n'eſt qu'avec une extrême lenteur, ſur-tout lorſqu'il n'eſt pouſſé que par une petite force.

L'air ne penetre point non plus la Veſſie de Cochon par

sa surface exterieure, mais l'eau la penetre, quoi-qu'assez lentement.

Alors il passe avec l'eau une fort petite quantité d'air, ce qui prouve & que l'eau peut passer où l'air ne passe point, & que quand elle y passe, c'est qu'elle s'ouvre des routes, dont l'air profite en l'accompagnant.

L'eau quoi-qu'elle ne soit poussée que par une petite force, penetre la surface interieure de la Vessie, qu'elle ne penetre point dans l'Animal vivant, mais c'est qu'alors elle n'est poussée par aucune force, puisque ces deux surfaces de la Vessie sont également pressées par l'air interieur & exterieur. De-là M. de Reaumur conclut que des Membranes de notre corps, qui dans l'état naturel ne sont point pénetrables à certaines liqueurs, le seront lorsqu'une rarefaction extraordinaire d'air sera cause qu'elles seront moins comprimées par une de leurs surfaces que par l'autre. On voit par cet exemple que les Experiences de M. de Reaumur, qui pouvoient assez naturellement être utiles dans les Arts, le seront même dans la Medecine, & cet usage imprévû peut en faire encore attendre de pareils.

SUR LE FLUX ET LE REFLUX DE LA MER.

V. les M. p. 246. UNE nouvelle année d'Observations faites à Brest a confirmé tout ce qui avoit été établi dans les Histoires précedentes *, preuve & de la bonté de toutes les Observations faites en divers Ports, & de la justesse des consequences qu'on en avoit tirées. Les Marées dépendent donc sûrement de ces trois principes generaux qui tous trois appartiennent à la Lune, ses Phases, sa distance à la Terre, sa déclinaison. On sçaura peut-être bien-tôt par un plus grand nombre d'Observations, quels rapports de forces il y a entre ces principes; déja, par exemple, M.

* 1710. p. 4. 1712. p. 1. 1713. p. 1.

Cassini estime que l'action de la déclinaison de la Lune n'est qu'à peu-près la moitié de l'action de sa distance à la Terre, c'est-à-dire, que si, parce que la Lune est dans son Perigée, la Marée est de 2 pieds plus haute, elle ne sera que d'un pied plus haute, en vertu de ce que la Lune sera dans l'Equateur. Plus ces proportions de forces seront connuës, plus on sera en état de juger surement de la hauteur des Marées, & de la prédire avec précision.

En attendant, M. Cassini tire de toutes les Observations qu'il a entre les mains cette conclusion importante, que plus une Marée doit être haute, plus elle arrive tôt, ou, ce qui est le même, moins elle retarde. Il en trouve aisément la raison physique en ce qu'un corps mû par une plus grande force, l'est aussi avec plus de vitesse, & qu'une plus haute Marée est causée par une plus grande pression.

Cela donne le dénoüement d'un phenomene que nous avons déja exposé, & qui peut paroître difficile, c'est que les retardemens des Marées contés depuis une Conjonction ou Opposition jusqu'à une Quadrature, font une moindre somme, qu'étant comptés depuis une Quadrature jusqu'à une Conjonction ou Opposition. Car il semble que dans ces deux tems égaux, & qui ne sont que le même renversé, il se doit faire une compensation juste du plus & du moins de ces retardemens.

Mais il faut se souvenir d'un autre phenomene, qui est que la plus haute Marée n'arrive qu'environ deux jours après la Conjonction ou l'Opposition, & la plus basse Marée, que le même tems après la Quadrature. Le tems qui est entre une Conjonction ou Opposition & la Quadrature comprend donc les plus hautes Marées, puisqu'il comprend celles qui précedent la plus haute, & celles qui la suivent, ce qui diminuë le nombre de ses petites Marées, d'autant de Marées qu'il en comprend avant la plus haute, & par la raison contraire le tems qui est entre la Quadrature & la Conjonction ou Opposition comprend les plus petites Marées, d'où il suit que le premier espace

de tems a plus de hautes Marées que le ſecond. Or les hautes Marées retardent moins, donc la ſomme des retardemens de toutes les Marées compriſes dans le premier tems, eſt moindre que la ſomme pareille du ſecond.

De ce que les plus grandes & les plus petites Marées ni ne précedent ni n'accompagnent les Conjonctions ou Oppoſitions & les Quadratures, mais les ſuivent toûjours à quelque diſtance, M. Caſſini en tire un puiſſant indice que la preſſion de la Lune eſt la veritable cauſe des Marées, car il eſt fort naturel qu'une cauſe ait beſoin de quelque tems pour agir, ſur-tout dans les circonſtances preſentes, & que ſon effet ait beſoin d'un redoublement ſucceſſif d'action.

Le principe, que plus les Marées ſont hautes, moins elles retardent, doit influer ſur la Regle que M. Caſſini a donnée pour trouver chaque jour l'heure de la haute Mer dans un Port. Par les cauſes connuës de la hauteur de la Marée, il faudra la prédire, & ſçavoir par experience quelle eſt à peu-près dans un Port la proportion de cette hauteur au moins de retardement.

M. Caſſini s'apperçoit encore que le Soleil a part aux Marée par ſes diverſes diſtances à la Terre, & par ſes déclinaiſons, auſſi-bien que la Lune, quoi-que beaucoup moins. Si cela eſt, le Soleil étant dans ſon Apogée au Solſtice d'Eté, c'eſt-à-dire, dans ſa plus grande diſtance de la Terre, & en même tems dans ſa plus grande déclinaiſon, il doit avoir moins d'effet ſur les Marées qu'en tout autre tems, & il doit en avoir un peu davantage au Solſtice d'Hiver, parce que ſa diſtance à la Terre eſt la plus petite qu'elle puiſſe être, quoi-que ſa déclinaiſon ſoit encore la même. Par conſequent le plus grand effet du Soleil doit être dans les Equinoxes, où ſa déclinaiſon eſt nulle, & ſa diſtance à la Terre moyenne, & effectivement on prétend avoir obſervé depuis long-tems que les Marées des Equinoxes ſont fort grandes. On ſera bien ſûr de cette action du Soleil dans un grand nombre de ſié-

cles, lorſque ſon Apogée ſera dans l'Equinoxe d'Automne, & ſon Perigée dans l'Equinoxe du Printemps, car alors la difference entre les Marées des deux Equinoxes ſera ſenſible, & plus que ne peut être preſentement celle des Marées des deux Solſtices. Mais juſques-là, ou du moins juſqu'à ce que l'on ait un très-grand nombre d'Obſervations, il ſera plus difficile de reconnoître que l'action du Soleil ait part aux Marées.

OBSERVATIONS DE PHYSIQUE GENERALE.

I.

Mr. le Chevalier de Louville étant à Nevers, obſerva quelques effets ſinguliers d'un violent Tonnere qu'il y eut. Un Arbre du Parc du Château avoit été frappé au ſommet du tronc d'un coup qui s'étoit ſéparé en trois, & avoit fait ſur le bois de ce tronc trois ſillons d'inégale groſſeur, comme ſi on eut tiré du haut de l'Arbre vers la racine trois coups de fuſil à balle. L'Arbre avoit été dépoüillé de ſon écorce d'un côté, depuis environ la moitié juſqu'en bas. Quoi-qu'il fût tortu, les trois coups avoient ſuivi exactement ſes ſinuoſités, gliſſant toûjours entre le bois & l'écorce, tant dans la partie ſuperieure du tronc encore revêtuë de l'écorce, que dans l'inferieure, qui ne l'étoit plus d'un côté. Ce qu'il y avoit de plus remarquable, c'eſt que le bois n'étoit nullement noirci, & n'avoit aucune marque de brûlure.

Sur cela, M. le Chevalier de Louville explique comment le Tonnerre peut faire de grands effets ſans brûler. Il eſt certain d'abord qu'il en fait ſur les animaux, & que quand il tombe aſſez proche d'eux, la ſeule vapeur de ſoufre qui ſe répand ſuffit pour leur ôter la reſpiration, & pour les tuer, ſans qu'il paroiſſe ni meurtriſſure ni bleſ-

ſure ſur tout leur corps. Mais à l'égard de l'Arbre, il faut une autre cauſe. M. de Louville croit que, quand le Tonnerre tombe de ſi haut, ſa flâme s'eſt diſſipée avant que d'avoir pû arriver à terre, l'air violemment pouſſé par le mouvement impetueux de cette flâme, & par conſequent extraordinairement condenſé, devenant une eſpece de corps dur, dont le choc doit avoir beaucoup de force.

Par-là il rend encore raiſon d'un autre coup de Tonnerre, dont il vit l'effet à Nevers le même jour. Il y avoit dans une cheminée un fagot couché ſur les deux chenets, en attendant qu'on l'allumât. Le Tonnerre tomba par la cheminée, & briſa le fagot en cent mille morceaux, ſans y mettre le feu, & ſans le noircir ſeulement. Apparemment le Tuyau de la cheminée, en reſſerrant le cours de l'air, en avoit encore augmenté l'impetuoſité.

A cette occaſion, il fut dit que la matiere enflamée qui forme le Tonnerre peut être en aſſez petite quantité en ſortant de la nüë, & rencontrer enſuite dans l'air beaucoup de matiere de même nature qu'elle enflâmera, car il eſt certain que l'air eſt alors extremement chargé d'exhalaiſons ſulphureuſes. Peut être eſt-ce en partie par cette même raiſon que la flâme du Tonnerre ſerpente, elle va chercher dans l'air une nourriture qui y eſt irregulierement répanduë.

I I.

M. de Lagny a vû en Poitou des Coquillages petrifiés & très bien conſervés, qu'on a trouvés à 8 ou 10 pieds en terre ſur des Côtaux éloignés de la Mer de 10 ou 12 lieües. Il y avoit parmi ces Coquillages pluſieurs Cornes d'Ammon. Il a vû auſſi près de l'Encloître, Maiſon de Fonteuraud, un champ tout couvert de Coquilles d'Huitres pétrifiées, grandes comme des Aſſiettes.

Nous

NOus renvoyons entierement aux Mémoires.

Le Journal des Obſervations de M. de la Hire pendant l'année 1713. V. les M. p. 1.

Et l'Ecrit de M. Geoffroy le cadet ſur la Gomme Lacque. V. les M. p. 121.

ANATOMIE.

SUR LES DEUX ESPECES DE VENTS *qui ſortent du Corps.*

QUAND M. Littre donna à l'Académie ſon ſyſtême de l'Hidropiſie Timpanite, dont nous avons rendu compte en 1713 *, il avança que les Malades dont l'Eſtomac & les Inteſtins étoient pleins d'air, ne lâchoient cependant ni par la Bouche ni par l'Anus, aucun des Vents, qui ont coutume de ſortir par ces deux endroits. Quelques-uns firent des difficultés ſur ce fait, & demanderent comment les aliments pouvoient entrer dans un Eſtomac d'où l'air ne pouvoit ſortir, & comment des mêmes Inteſtins d'où l'air ne pouvoit ſortir non plus, les déjections groſſieres en ſortoient. M. Méry entreprit d'éclaircir le Paradoxe, en ſuppoſant le ſyſtême de M. Littre ſur l'Hidropiſie Timpanite. *. p. 15.

Selon ce ſyſtême, les fibres tant de l'Eſtomac que des Inteſtins ont perdu leur reſſort, du moins en partie, & ſont dans une Paraliſie imparfaite. Les Vents qui ſortent, ſoit par la Bouche, ſoit par l'Anus, ſont de l'air que ces Viſceres chaſſent de leurs cavités, en ſe mettant dans une contraction aſſés forte pour ſurmonter les puiſſances qui

s'opposent à la sortie des matieres contenues dans ces cavités. Ces puissances sont deux Sphincters, dont l'un ferme l'Orifice superieur de l'Estomac, & l'autre l'Anus. Des Visceres paralitiques, c'est-à-dire dénüés d'Esprits, qui seuls font la force des Muscles, ne peuvent plus vaincre la résistance de ces deux Sphincters. Voilà la cause génerale apportée par M. Méry.

En particulier, les aliments ne laissent pas dans les Hidropiques dont il s'agit de s'ouvrir le Sphincter de l'Estomac, parce qu'ils sont continuellement poussés de haut en bas par la contraction des fibres du Pharinx & de l'Oesophage, qui ne sont pas paralitiques. Deplus leur solidité & leur poids leur aident encore à se faire passage. Dès qu'ils sont entrés, le Sphincter se referme, & il ne sort aucune partie de l'air contenu dans l'Estomac. A l'égard de cet air, les fibres de ce Viscere ne peuvent plus par leur contraction donner à une matiere aussi legere une impulsion assés forte pour lui faire ouvrir le Sphincter de l'Orifice superieur. Il est clair que cela n'empêche pas que ces mêmes fibres par les foibles contractions dont elles sont encore capables, ne fassent sortir les aliments de l'Estomac par l'Orifice inferieur, où il n'y a aucune resistance, mais beaucoup plus lentement que dans l'état de santé.

De même, la contraction des fibres des Intestins qui dans ces Malades n'est plus assés forte pour faire surmonter à une matiere aussi subtile que l'air la résistance du Sphincter de l'Anus, peut encore la faire surmonter à des matieres solides continuellement poussées en embas, & dont la descente est encore aidée par l'air qu'elles obligent de refluer en enhaut. Dès qu'elles sont sorties, le Sphincter qui a été forcé se referme, & il ne sort aucun Vent, comme il arrive souvent aux gens sains en ce cas-là. Ce n'est pas qu'il n'y en pût avoir quelqu'un prest à sortir avec les matieres grossieres, aussi-bien que dans les gens sains, mais c'est apparemment que dans ceux-ci les matieres solides poussées par une plus puissante contraction des Intestins,

ouvrent davantage le Sphincter de l'Anus, & pour plus de temps, ce qui donne occasion aux Vents de s'échapper. Un Physicien ne doit point demander pardon au Lecteur de lui offrir ces sortes d'idées, peut-être au contraire auroit-on droit de lui reprocher quelque adoucissement des termes.

SUR LE PLACENTA,
ET
SUR LE CORDON OMBILICAL.

MR Rouhaut ayant fait une étude particuliere du Placenta & du Cordon Ombilical, a communiqué à l'Académie le fruit de ses recherches. Elles se réduisent à trois points principaux, en ne contant que ce qu'elles ont de nouveau & de singulier. V. les M. p. 140. & 312.

1°. Il a fait voir qu'en soufflant dans le Placenta par les Vaisseaux Ombilicaux, l'air & le sang sortoient aisément par la superficie du Placenta attachée à la Matrice pendant la grossesse, mais qu'ils ne pouvoient sortir par la superficie opposée qui regarde l'Enfant.

M. Méry profita de ce fait pour confirmer ce qu'il avoit avancé en 1708 * que la Matrice n'est point interieurement revêtuë d'une membrane, que le Placenta n'en a point non plus du côté qu'il est colé à la Matrice, que par conséquent rien n'empêche que le sang de la Mere ne passe de la Matrice dans le Placenta, & de-là jusqu'au Fœtus, & qu'il n'y ait entre la Mere & le Fœtus une circulation reciproque. Car il paroît que la seule & véritable idée qu'on doit avoir d'une membrane, est qu'elle soit d'un tissu si serré, que ni le sang ni l'air en masse ne puissent passer au travers. Or, selon l'experience de M. Rouhaut, le Placenta ne doit point avoir de membrane à sa surface *exterieure*, par laquelle il s'attache à la Matrice, & il est * p. 36. & suiv.

bien viſible d'ailleurs qu'il en a à l'*intérieure*.

Cette confirmation du ſyſtême de M. Méry, qui eſt auſſi le plus commun, étoit d'autant plus néceſſaire, qu'il avoit été attaqué dans une Theſe d'un célebre Docteur en Médecine. Sa principale raiſon étoit une experience qui en effet ſemble très-forte. On prend une Chienne prête à faire ſes petits, on la ſaigne, & on l'épuiſe de ſang autant qu'il eſt poſſible, deſorte que s'il lui en reſte, c'eſt à peine quelque demi-once qui eſt encore dans le Cœur, ou aux environs. On l'ouvre enſuite, & on trouve ſes petits non ſeulement pleins de ſang, mais vivants, & cela, lors même qu'on n'ouvre la Mere qu'une demi-heure après ſa mort. Si la circulation étoit reciproque entre la Mere & les petits, ils ſe ſeroient vuidés de ſang en même temps qu'elle.

Il eſt certain que le fait rapporté par M. Méry dans l'endroit cité de 1708 eſt directement contraire, ainſi voilà experience contre experience, mais M. Méry prétend qu'elles s'accorderoient, ſi on n'ouvroit la Chienne qu'après avoir laiſſé à ſes petits le temps de mourir, & qu'en ce cas-là on les trouveroit vuides de ſang; il rapporte même que cela eſt arrivé ainſi à ceux qui ont fait l'experience de cette maniere.

Il s'eſt appuyé ailleurs d'un autre fait aſſez déciſif. Un Enfant étant ſorti, & le Cordon coupé ſans être lié, & le Placenta encore attaché au fond de la Matrice, il en ſortit par la Veine Ombilicale près de ſix livres de ſang, & la Mere en penſa mourir. Cette grande quantité de ſang ne pouvoit venir du Placenta qui ne peſe guere qu'une livre, elle venoit donc de la Mere, qui fourniſſoit ſon ſang au Placenta, comme pendant le tems de la groſſeſſe. C'eſt pour prévenir cet accident, qu'en coupant le Cordon l'on y fait une ligature du côté du Placenta, pratique génerale & conſtante, & très-favorable à M. Méry.

Comme ſon ſyſtême demande qu'il n'y ait point de membrane à la ſurface exterieure du Placenta, ce point fut ſoigneuſement examiné. Mrs. Vieuſſens & Vinſlou, le pre-

mier dans quelques Ecrits qu'il avoit envoyés, l'autre actuellement present, n'en convenoient pas. Mrs. Méry & Rouhaut s'en tenoient à l'experience du souffle, qui paroissoit sans replique, mais ils accordoient en même temps qu'à la surface extérieure du Placenta, il y a un réseau formé par les extremités des fibres de cette partie. Si l'on y fait une petite incision, & qu'on souffle entre ce réseau, & la masse du Placenta, il est vrai qu'on pourra le voir s'élever comme une membrane qui refuseroit le passage à l'air, & de-là vient l'erreur assés excusable de ceux qui ont cru trouver-là une membrane. Mais M. Rouhaut soutient que l'experience est trompeuse, que le réseau vû avec le Microscope est percé obliquement d'une infinité de petits trous, que quand on y souffle il s'étend, & que les parois de ces petits trous, parce qu'ils sont obliques, s'appliquent les unes contre les autres, & ne permettent plus à l'air de sortir, de même à peu près qu'une Vessie soufflée retient l'air, quoi-qu'elle soit percée par les deux Ureteres, mais elle ne l'est qu'obliquement, & quand on la souffle, ses deux tuniques ou membranes percées s'appliquent l'une contre l'autre, & les ouvertures ne se répondent plus.

Il semble que la question de la membrane ou du réseau de la surface exterieure du Placenta ne soit plus qu'une question de nom, mais ce qui reste toûjours de réel, c'est que cette surface, soit qu'elle ait une membrane ou un réseau, laisse passer librement l'air & le sang que la surface opposée ne laisse pas passer, & que par conséquent il est à présumer que le sang de la Mere passe par cette surface exterieure jusqu'au Fœtus.

S'il ne se faisoit une circulation reciproque qu'entre le Fœtus & le Placenta, il faudroit du moins qu'un Chile filtré dans de prétenduës Glandes de la Matrice, dont M. Méry nie l'existence, passât au travers de la surface exterieure du Placenta. M. Rouhaut combat ce Chile fort au long, mais enfin la surface exterieure du Placenta lui permettroit de passer, elle n'a donc point de membrane, ou

du moins elle a une membrane qui le permet, & tout étant égal jusques-là, il est plus raisonnable de croire que c'est du sang qui y passe, puisque dans aucun accouchement on n'a vû sortir du Chile en tirant le Placenta, mais seulement du sang.

2°. M. Rouhaut est le premier que l'on sçache qui ait observé que le Cordon Ombilical, outre la Veine & les deux Arteres qu'il renferme, est formé par un corps spongieux dans lequel passent ces Vaisseaux sanguins. C'est un amas de Cellules qui communiquent ensemble, & contiennent une liqueur claire & gluante, qu'on peut prendre pour une espece de gelée, & qui est quelquefois en assés grande abondance. Si l'on conçoit ce Corps spongieux comme un Cilindre, les trois Vaisseaux sanguins vont en serpentant autour de son axe, couchés les uns sur les autres differemment en differens sujets. De-là vient que le Cordon est tortueux. Après que la Veine & les deux Arteres Ombilicales ont marché ainsi d'un bout à l'autre du Cordon, en conservant le même diametre, elles se divisent en branches en entrant dans le Placenta, & se subdivisent ensuite en rameaux capillaires. Il sera bon de remarquer ici après M. Rouhaut que le diametre de la Veine est toujours double de celui de chaque Artere, d'où il suit que la Veine contient deux fois plus de sang que les deux Arteres ensemble. Et cela doit être ainsi, puisque c'est la Veine qui porte le sang de la Mere au Fœtus, & les Arteres qui rapportent le reste de ce sang, que le Fœtus n'a pas pris pour sa nourriture & pour son accroissement.

Si le Cordon n'étoit composé que des trois Vaisseaux sanguins, l'Enfant pourroit bien faire quelque mouvement qui les tortilleroit trop, & empêcheroit le sang d'y couler, ce qui causeroit sa mort dans l'instant. Mais le Corps spongieux les tient en état, en les écartant un peu les uns des autres, & les fait obéir doucement aux mouvements du Fœtus. Deplus il leur conserve par sa gelée la molesse & la souplesse qui leur sont nécessaires.

3°. M. Rouhaut s'eſt aſſûré d'une membrane, déja apperçûë par quelques autres Anatomiſtes, mais dont ils ont eu une fauſſe idée. Elle eſt entre le Chorion & l'Amnios, & par cette raiſon M. Rouhaut lui donne le nom de *moyenne*. Celui d'*Urinaire* ne lui convient point, parce qu'il n'y a point d'urine dans les enveloppes du Fœtus humain. Selon M. Rouhaut, le principal uſage de la membrane moyenne eſt de fournir une guaine à tous les vaiſſeaux du Placenta, ce qu'il croit avoir trouvé le premier. Comme ces Vaiſſeaux, tant ceux qui portent le ſang au Fœtus que ceux qui le rapportent, ont dû être diviſés en capillaires, ſans quoi tous les accouchemens auroient été accompagnés d'hemorragies très-dangereuſes, & que d'ailleurs ces vaiſſeaux capillaires pouvoient aiſément ſe rompre aux moindres mouvements que la Mere auroit faits, ils ont eu beſoin d'être fortifiés par ces guaines. Elles abandonnent les petites branches des vaiſſeaux préciſément au paſſage du Placenta dans la Matrice, & pourroient bien en ſe recourbant former ſur la ſurface extérieure du Placenta cette eſpece de réſeau dont nous avons parlé.

SUR LES TUMEURS VENTEUSES, les Points de côté, & les Pertes de ſang.

SI l'aſſemblage des differentes matieres annoncées dans ce Titre paroît d'abord biſarre, il ne le ſera plus par la ſuite. Après ce que M. Littre a donné en 1713 * ſur l'Emphiſéme & ſur l'Hidropiſie Timpanite, maladies que produit l'air diſtribué dans le corps contre nature, ou pluſtôt contre l'ordinaire, il a voulu, pour embraſſer ce ſujet en ſon entier, rapporter les autres maladies, ou les autres effets, qui appartiennent à la même cauſe.

* V. l'Hiſt. de 1713. p. 15. & 19.

Les Tumeurs venteuſes ſont formées par de l'air renfermé ſous quelque membrane, qu'il dilate plus ou moins à

proportion de ſa quantité, & d'où il ne peut ſortir, du moins pendant un certain temps. Elles ſont à peu-près rondes, & circonſcrites, c'eſt-à-dire, compriſes dans un certain eſpace bien déterminé. Si l'on ſe ſouvient de ce que c'eſt que l'Emphiſéme & l'Hidropiſie Timpanite, il eſt aiſé de voir en quoi elles en different. Si on les frappe, elles rendent le ſon d'une Veſſie pleine d'air. Elles n'ont point de ſiége particulier dans le corps.

Toute la difficulté eſt de ſçavoir comment cet air s'eſt amaſſé-là. M. Littre croit que la cauſe la plus ordinaire des Tumeurs venteuſes eſt l'amas d'une liqueur dans une partie voiſine, où il s'eſt fait une obſtruction. L'air qui eſt intimement mêlé avec toutes les liqueurs du corps l'eſt toujours tant qu'elles ſont dans leur mouvement & dans leur fluidité naturelle. Mais ſi elles s'amaſſent en quelque endroit, & par conſéquent ſi leur mouvement & leur fluidité diminüent, auſſi-tôt l'air a la liberté de ſe dégager d'avec elles, & il s'en dégage. Les membranes de l'endroit où la liqueur s'amaſſe ſont dilatées par cet amas, & leurs pores agrandis, l'air dégagé s'échappe par-là, & ne peut être ſuivi par la liqueur, qui s'eſt trop épaiſſie en ſéjournant, & même par la perte qu'elle a faite de ſon air. Il ſe coule donc ſous quelque autre membrane voiſine qu'il ſouleve, qu'il enfle & qu'il étend. Comme la premiere liqueur amaſſée ne doit pas être encore ſi privée de mouvement & de fluidité qu'il n'en rentre une partie dans les routes ordinaires de la circulation, il lui ſuccede une nouvelle liqueur, d'où il s'échappe encore de nouvel air, & de-là l'augmentation de la Tumeur. Il eſt viſible que quand elle eſt une fois formée, elle ne ceſſera pas, quoique l'amas de liqueur, qui en a été la premiere cauſe, ceſſe, & ſe diſſipe. L'air renfermé ſous la membrane où eſt la Tumeur, peut la dilater à tel point qu'il s'en ouvrira les pores, & s'échappera. Cela dépend & de ſa quantité, & du tiſſu plus ou moins ſerré de la membrane.

Les Points de côté, c'eſt-à-dire, ceux qui ſe font ſentir à la

à la poitrine dans des parties situées hors de sa cavité, peuvent être causés par quelques humeurs acres, qui picotent des fibres nerveuses, & la douleur en est cuisante, souvent accompagnée de fiévre, & d'accidents fâcheux; mais il y en a d'autres qui ne sont causés que par de l'air enfermé entre des fibres, où il ne produit qu'une douleur de tension. Comme il y a plus de sang dans la poitrine que dans tout le reste du corps, & par conséquent plus de chaleur, cet air étranger dans le lieu où il se trouve se dilate davantage, & cause une plus forte tension, mais aussitôt le ressort des parties le resserre, & avec facilité, parce que l'air se condense comme il se dilate. Souvent même par cette compression il est obligé ou à s'échapper entierement, ou du moins à changer de place, & de-là vient que ces Points de côté cessent subitement, ou passent en un instant d'un lieu en un autre.

Voici maintenant quelques effets extraordinaires de l'air dans ceux qui sont morts de Pertes de sang, quelle qu'en ait pû être la cause, soit blessure, hemorragie, &c. M. Littre a fait les deux observations suivantes sur leurs cadavres. V. les M. p. 327.

1°. Il a quelquefois apperçû au travers des Tuniques de quelques Veines de petites bulles d'air qui nageoient sur la superficie du sang. Après ce qui vient d'être dit de l'air qui se dégage du sang, dont le mouvement & la fluidité sont diminués, la cause de ce phénomene est évidente, car quand il est sorti du corps une quantité de sang considérable, non-seulement le mouvement de celui qui reste est affoibli par cette raison, mais encore parce qu'il y a moins de sang, il y a moins d'Esprits animaux, & par-là les Arteres & les Veines qui par leurs contractions battent & broyent continuellement le sang, entretiennent sa fluidité, & hastent son cours, ont moins de force pour cette fonction.

Si les bulles d'air ne se voyent que dans les Veines, c'est que, comme l'a remarqué M. Littre, on ne trouve du sang que dans les Veines des Morts dont il s'agit, au lieu qu'il

y en a auſſi dans les Arteres des autres, quoiqu'en petite quantité. C'eſt une ſuite de ce fait, que dans ceux qui ſont morts d'une perte de ſang, les Ventricules du Cœur ſoient entierement vuides, & non pas dans les autres. Le principe de cette difference eſt que la contraction par laquelle les Veines chaſſent le ſang de leurs extrémités capillaires vers leurs Troncs, & juſqu'au Cœur, eſt beaucoup plus foible que celle par laquelle les Arteres chaſſent le ſang de leurs Troncs vers leurs extrémités capillaires juſque dans celles des Veines. Cela ſuppoſé, une grande perte de ſang diminuë, comme nous l'avons dit, la force des Arteres & des Veines, mais beaucoup plus celle des Veines, deſorte que celle-ci peut avoir ceſſé dans un inſtant où l'autre ſubſiſte encore un peu, & en ce cas il arrivera que les Ventricules du Cœur & les Arteres ayant fait une derniere contraction qui aura chaſſé hors de leurs cavités tout le ſang qu'elles contenoient, les Veines qui l'ont reçû ne ſeront plus capables d'en chaſſer hors d'elles à leur tour la moindre partie. Dans les autres Morts, l'inégalité d'affoibliſſement entre les Arteres & les Veines n'aura pas été ſi grande, parce que l'affoibliſſement n'aura pas été cauſé par une perte de ſang, & par conſéquent à la derniere contraction des Arteres il en aura pû répondre une foible des Veines, qui aura envoyé quelque petite partie du ſang dans les Ventricules du Cœur.

2°. M. Littre a quelquefois obſervé dans ceux qui ſont morts de pertes de ſang, que de petits vaiſſeaux très-fins, éloignés du Cœur, étoient entierement remplis d'air. On les auroit pris pour des vaiſſeaux Limphatiques, s'ils en avoient eu la figure, c'eſt-à-dire, ſi leur ſurface avoit été inégale, & partagée en un grand nombre de differentes convexités, comme celle d'un Chapelet. Mais d'ailleurs à les ſuivre avec attention, on les reconnoiſſoit ſûrement pour des rameaux de Veines qui ſe terminoient à des Troncs.

Après qu'on a perdu beaucoup de ſang, la quantité en

eſt beaucoup moindre dans le Poumon, & celle de l'air y eſt toujours égale. D'ailleurs cet air ſe dégage plus facilement d'avec le ſang qui eſt en moindre quantité, & qui de plus eſt moins fluide. L'air peut donc paſſer des Veines du Poumon dans le Cœur ſans être, comme à l'ordinaire, intimement mêlé avec le ſang. Quand le Cœur & les Arteres n'ont plus la force de pouſſer dans les Veines un ſang trop épais, ils peuvent avoir encore une fois la force d'y pouſſer cet air dégagé, qui eſt très-fluide & très-ſuſceptible de mouvement, & voilà la cauſe du phénomene. Il eſt vrai que cela ſuppoſe que le mouvement du ſang étant arrêté, & la mort arrivée à cet égard, elle ne l'eſt pas encore à l'égard de la reſpiration, ni même d'une derniere contraction du Cœur & des Arteres, mais il n'y a rien-là d'impoſſible, ni de difficile à concevoir. Il eſt même tout-à-fait de l'ordre phiſique que la mort ne ſoit pas un inſtant ſi précis.

SUR LE TREMBLE, OU LA TORPILLE.

L'ENGOURDISSEMENT cauſé par le Poiſſon nommé *Tremble*, ou *Torpille*, eſt une de ces merveilles qui ont cours depuis long-temps, qui ont été ſouvent célebrées dans les comparaiſons, & que les Eſprits forts en Phiſique ſeroient aſſés tentés de ne pas croire. M. de Reaumur a enfin trouvé à quoi s'en tenir, après des obſervations exactes, dont nous lui réſervons l'hiſtoire, auſſi agréable, & peut-être auſſi inſtructive que les faits même qui en reſultent. V. les M. p. 344.

Le Tremble eſt à peu-près de la figure d'une Raye. Les plus grands n'ont pas deux pieds de long. Quand on les touche avec le doigt, il arrive, non pas toujours, mais aſſés ſouvent, que l'on ſent un engourdiſſement douloureux dans la main & dans le bras juſqu'au coude, & quelquefois juſqu'à l'épaule. Sa plus grande force eſt dans l'inſ-

tant qu'il commence, il dure peu, & ſe diſſipe entierement. Il eſt d'une eſpece particuliere, quant au ſentiment de douleur, mais il n'y a rien à quoi il reſſemble plus qu'à ce que l'on ſent, quand on s'eſt frappé rudement le coude contre quelque choſe de dur.

Si l'on ne touche point le Tremble, quelque près qu'on en ait la main, on ne ſent jamais rien; ſi on le touche avec un bâton, on ſent très-peu de choſe; ſi on le touche par l'interpoſition de quelque corps peu épais, l'engourdiſſement eſt aſſés conſiderable; ſi on le preſſe en appuyant avec force, l'engourdiſſement en eſt moindre, mais toujours aſſés fort pour obliger néceſſairement à lâcher priſe. On prend le Tremble par la queüe impunément.

Dans le temps que l'Animal ſe vange d'être touché, on ne lui voit aucun mouvement, aucune agitation ſenſible; mais M. de Reaumur n'a pas laiſſé d'en découvrir en y regardant de plus près. Le Tremble a, comme les autres Poiſſons plats, le dos un peu convexe. Cette partie s'applatit inſenſiblement, & même quelquefois juſqu'à devenir concave, & c'eſt préciſément dans l'inſtant ſuivant qu'on ſe ſent frappé de l'engourdiſſement. On voit la ſurface convexe devenir plate ou concave par degrés, mais on ne la voit point redevenir convexe, on voit ſeulement qu'elle l'eſt redevenuë quand on eſt frappé.

C'eſt-là, ſelon M. de Reaumur, en quoi conſiſte tout le miſtere. Le dos de l'Animal reprend donc ſa convexité avec une extrême viteſſe, & donne à celui qui le touche un coup violent & très-bruſque. Puiſque de-là vient l'engourdiſſement dans le bras, c'eſt-à-dire, une privation de ſentiment, il faut concevoir que ce coup imprime au bras un mouvement directement contraire à celui que les Eſprits animaux y ont dans les Nerfs, qu'il arrête & ſuſpend leur cours, ou même les fait refluer.

La diſſection de l'Animal fait voir que la force & la preſteſſe de ce coup ne ſont pas de pures hipotheſes accommodées au beſoin des phénomenes. Le Tremble étant

conçû partagé en deux depuis la tête juſqu'à la queüe, deux grands Muſcles égaux & pareils, qui ont une figure de faux, l'un à droite, l'autre à gauche, occupent la plus grande partie de ſon corps, en naiſſant où la tête finit, & en ſe terminant où la queüe commence. Leurs fibres ſont elles-mêmes bien ſenſiblement des Muſcles : ce ſont des tuyaux cilindriques, gros comme des Plumes d'Oye, diſpoſés parallelement entr'eux, tous perpendiculaires au dos & au ventre conçûs comme deux ſurfaces paralleles, ainſi qu'ils le ſont à peu-près, enfin diviſés chacun en 25 ou 30 cellules, qui ſont elles-mêmes des tuyaux cilindriques de même baſe & de moindre hauteur que les autres, & qui ſont pleines d'une matiere molle & blanche. Quand l'Animal s'applatit, il met toutes ces fibres en contraction, c'eſt-à-dire, diminuë la hauteur de tous ces Cilindres, & en augmente la baſe, & quand enſuite il veut frapper ſon coup, il laiſſe agir le reſſort naturel de toutes ces parties qui les débande toutes enſemble, & en leur rendant leur premiere hauteur, les releve très-promptement. On n'a qu'à appliquer à cette idée tous les faits rapportés, & l'on verra combien ils y conviennent.

On verra de plus qu'ils ne conviennent point au ſyſtême propoſé par quelques Auteurs, que c'eſt une émiſſion de certains corpuſcules particuliers faite par le Tremble qui cauſe l'engourdiſſement. Car il ne pourroit les pouſſer hors de lui que quand il les exprimeroit de ſa propre ſubſtance en ſe contractant, mais ce n'eſt pas-là le moment où l'engourdiſſement ſe fait ſentir, au contraire c'eſt celui où l'animal reprend ſa dilatation ou ſa figure naturelle. On recevroit ces corpuſcules à quelque diſtance du Tremble, & il ne ſeroit pas beſoin de le toucher; l'engourdiſſement iroit en augmentant du premier moment aux ſuivans, &c.

Il n'eſt pas trop aiſé de conjecturer à quel uſage eſt deſtinée cette vertu du Tremble. S'il engourdit les petits Poiſſons qui le touchent, & les prend, ne pouvoit-il pas

les prendre également bien ſans cela ? Il a la même vîteſſe que mille autres Poiſſons qui ſçavent bien attrapper les petits ſans les engourdir. Les cauſes finales ſont d'ordinaire plus faciles à trouver que les Phiſiques, ou méchaniques, & ici c'eſt le contraire. Il faut toûjours ignorer quelque choſe.

DIVERSES OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

I.

Mr Rouhaut avoit entre les mains un Malade tourmenté d'une grande difficulté d'urine, & qu'il ſondoit tous les jours. Sa Sonde, lorſqu'il la retiroit, étoit toûjours noire, tantôt plus, tantôt moins. Un jour il la retira avec un morceau de membrane, qui avoit bien un pouce en quarré. Trois jours après le Malade en urinant ſentit quelque choſe qui bouchoit le canal, & en ſortoit un peu, il le tira avec ſes doigts, c'étoit un autre morceau de membrane, long de 12 à 14 lignes. Quelque temps après,comme il faiſoit de grands efforts pour uriner, il rendit à peu de diſtance l'une de l'autre trois autres portions de membrane, qui, au jugement de M. Rouhaut, devoient faire pour le moins les deux tiers de la membrane interne de la Veſſie, & c'étoit en effet cette membrane qui s'étant détachée de l'externe dont elle eſt couverte, étoit ſortie en morceaux par le canal de l'Uretre. Après cela les urines coulerent abondamment, il faut que ce qui leur en ôtoit la liberté ce fuſſent des lambeaux de cette membrane, ou entierement détachés, ou pendants, qui ſe préſentoient à l'entrée du canal. La membrane avoit ſes vaiſſeaux ſanguins, dont quelques-uns étoient de près de deux tiers de ligne de diamettre. Les Urines ne parurent jamais teintes de ſang, ce qui fait voir que la membrane ſe ſe-

para bien naturellement. M. Rouhaut ne manqua pas de nettoyer ensuite la Vessie par des injections. Il resta au Malade une petite incontinence d'urine, apparemment parce que le Sphincter, aussi-bien que la Vessie dépoüillée d'une de ses membranes, étoit affoibli.

II.

Des Fœtus hors de la Matrice ne sont pas aussi rares qu'il seroit à souhaiter; on en a vû dans la cavité de l'Abdomen, dans les Trompes, mais un Fœtus dont M. Paul Bernard Calvo, Chirurgien de Turin, a envoyé l'Observation à l'Academie, est encore plus singulier, il étoit renfermé dans un sac formé par la membrane extérieure de la Trompe droite. Cette membrane s'étoit extrêmement dilatée, sans doute parce que l'Oeuf qu'un malheureux hazard avoit placé entre elle & la membrane intérieure de la même Trompe, avoit toujours en s'accroissant & en se développant étendu celle sur laquelle il pesoit. Le Fœtus étoit parvenu à 9 mois. Après que M. Calvo, qui n'avoit garde de deviner cette étrange situation de l'Enfant, eut cependant bien reconnu d'ailleurs qu'il étoit impossible que la Mere accouchât, & qu'il eut vû qu'il lui survenoit vers le Nombril une tumeur, d'où il suintoit des matieres sereuses, il se détermina à ouvrir cette tumeur avec toutes les précautions nécessaires, & il en tira heureusement le Fœtus, mais déja à demi pourri. Tout l'art de la Médecine & de la Chirurgie ne put sauver la Mere, elle mourut 11 jours après l'opération. Il est à remarquer que pendant toute cette grossesse elle n'eut point de lait, nouvelle preuve de la correspondance qui est entre la Matrice & les Mamelles.

III.

M. Anel, dont nous avons parlé en 1713*, communiqua à l'Academie l'Observation suivante avec ses réfléxions, & celles de M. Fanton, premier Medecin de M. le Prince de Carignan.

* p. 23.

Une Dame de Gennes, de la maison de Doria, se

croyant sûrement grosse de trois mois, non seulement aux marques ordinaires, mais encore à d'autres qui lui étoient particulieres, & ne l'avoient jamais trompée, tomba sans se faire pourtant beaucoup de mal. Après cette chûte son ventre ne laissa pas de grossir jusques vers la fin du 5me. mois, qu'il alla considérablement en diminuant. La grossesse devenoit par-là équivoque, & d'autant plus que la Dame ne s'étoit apperçûë, ni d'aucun mouvement de l'Enfant, ni de la formation du lait. A la fin cependant elle se délivra dans le 6me. mois d'une masse membraneuse grosse comme le poing. M. Anel trouva que c'étoit une espece de sac formé par le Chorion & l'Amnios, attaché à un Placenta épais de deux doigts, rempli d'une liqueur assés semblable au lait tant par sa couleur que par sa consistence. Il y avoit vers le milieu du Placenta une appendice longue d'environ 2 doigts, qui paroissoit un reste du Cordon Ombilical, mais on ne voyoit dans tout cela aucune apparence de Fœtus, & sans une recherche assés opiniâtre il eût échappé à M. Anel, qui le démêla enfin dans toutes ces matieres où il étoit perdu. Il n'étoit pas plus gros qu'une féve de Haricot, mais bien formé. Une tête, un tronc, des commencements de bras & de cuisses, le nombril parfaitement bien fermé & réuni.

Il y a trois choses principales à remarquer dans ce fait. 1°. La disproportion d'âge du Fœtus & du Placenta pris avec les membranes, car le Fœtus ne devoit avoir guere qu'un mois, & le Placenta avec les membranes en avoit 6, c'est-à-dire, qu'ils étoient de la grandeur dont ils sont à 6 mois. 2°. La séparation du Fœtus d'avec le Cordon Ombilical. 3°. La conservation du Fœtus qui ne s'étoit nullement corrompu.

Voici, selon M. Anel, comment le tout peut être arrivé. Le Fœtus meurt naturellement à l'âge d'un mois, ou un peu plus, car comme l'a ingénieusement remarqué M. Fanton, le Fœtus est mort ou de quelque maladie qui lui est survenuë, ou parce que le Cordon Ombilical a cessé
de

de le nourrir. Il ne paroît pas que la faute en ſoit au Cordon, puiſqu'on en a trouvé un reſte attaché au Placenta, c'eſt donc le Fœtus qui eſt mort de lui-même, le Cordon étant en bon état. Après cela, le Cordon pouvoit bien toûjours recevoir par la Veine Ombilicale le ſang du Placenta & de la Mere, mais le Fœtus mort ne pouvoit plus renvoyer ce ſang par les Arteres Ombilicales, & l'impoſſibilité de la circulation empêchoit le Cordon de recevoir de nouveau ſang, & de groſſir davantage. Au contraire la tranſpiration lui faiſoit perdre de ſa ſubſtance, & il devoit diminuer. Cela eſt d'autant plus vrai-ſemblable que le petit Fœtus même tiré par M. Anel du ſac qui le contenoit, & mis dans l'Eau de vie, y diminua preſque de moitié, preuve qu'une partie de la ſubſtance de ces corps mous, & peu conſiſtants, s'évapore facilement. Cependant il falloit qu'il ſe fiſt en même temps une circulation dans le Placenta, puiſqu'il groſſiſſoit, & que des Veines capillaires aux Arteres capillaires de cette partie le ſang ſe fiſt des routes, ſans avoir paſſé par la Veine & les Arteres Ombilicales, ce qui n'eſt pas difficile à concevoir.

Il y a apparence que la chûte de la Dame dans le 3me. mois fut cauſe de la rupture du Cordon déja fort affoibli, & fort diminué de volume. Il en ſortit de la liqueur par l'endroit déchiré du côté du Placenta, & il continua à s'en épancher par-là entre le Placenta & les Membranes Amnios & Chorion, parce que la Veine Ombilicale fourniſſoit toûjours un peu. De-là vint l'enflure du Ventre. Mais la Veine Ombilicale, dont l'extremité ouverte ſe rejoignit avec le temps, ceſſant de fournir, & une partie de la liqueur épanchée s'évaporant à travers les Membranes, & rentrant dans les vaiſſeaux ſanguins de la Matrice, l'enflure devint ſenſiblement moindre. D'un autre côté la partie du Cordon qui étoit demeurée attachée au Fœtus ſe deſſecha faute de nourriture, & perit, & le nombril du Fœtus ſe referma de lui-même, parce que rien ne le tint ouvert. Quant à ce que le Fœtus ne ſe corrompit point, ce-

lui de Toulouſe dont l'hiſtoire eſt ſi fameuſe, qui demeura 25 ans dans le ventre de ſa mere, non ſeulement ſans ſe corrompre, mais preſque petrifié, eſt beaucoup plus merveilleux. Il y a beaucoup d'autres exemples de corps qui ſe ſont conſervés ſains dans des circonſtances où ils devoient naturellement ſe pourrir. Il eſt à remarquer que la liqueur contenuë entre les Membranes & le Placenta, & dans laquelle nageoit le petit Fœtus, reſſembloit fort à du lait. Ce n'eſt pas qu'on puiſſe conclurre de là pourquoi il ne ſe corrompit point, mais enfin c'étoit une liqueur particuliere.

---

* p. 48. & ſuiv.

MR Sarraſin, Medecin de Quebec, dont on a vû l'exacte & curieuſe hiſtoire du Caſtor en 1704 *, a envoyé à l'Academie celle d'un autre Animal, qu'on peut appeller *Rat d'Amerique*, aſſés ſemblable à celui que M. Rai a décrit ſous le nom de *Mus Alpinus*. Il a auſſi tant de reſſemblance avec le Caſtor, que M. Sarraſin, qui les connoît beaucoup, dit qu'il l'auroit pris du premier coup d'œil pour un Caſtor de 3 ou 4 mois. Celui qu'il a diſſequé peſoit 4. livres. Nous n'entrerons point du tout dans le détail anatomique.

Ce Rat eſt de la Claſſe des Animaux qui rongent. Au mois de Mars, temps où la nége qui tombe toûjours en abondance dans l'Amerique Septentrionale, n'y eſt pas encore entierement fonduë, il ſort, & va vivre de quelques morceaux de bois qu'il pele. Après la fonte des néges, il vit ordinairement de racines d'Orties, enſuite des tiges & des feüilles de cette Plante, & en Eté, de Fraiſes & de Framboiſes. Sa nourriture devient toûjours plus délicate. Peu de temps aprés qu'il eſt ſorti, il ſonge auſſi au plaiſir, ou à la multiplication de l'eſpece. Ils vont volontiers enſemble juſqu'à l'Automne, & à l'entrée de l'Hiver ils ſe ſéparent, & chacun va ſe loger ſeul dans quelque trou, dans quelque creux d'Arbre, ſans aucunes proviſions.

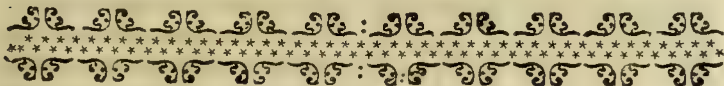
C'eſt ainſi que le rapportent les Sauvages, qui ſelon M. Sarraſin, obſervent aſſés bien le naturel des animaux, unique partie de la Philoſophie qui leur ait été accordée.

Pour rendre plus vrai-ſemblable le long temps que le Rat d'Amerique doit paſſer ſans nourriture, M. Sarraſin raconte qu'à Quebec il enchaîna bien un Ours ſous des planches qui furent couvertes de nége dés le mois de Novembre, & qu'au mois d'Avril, la nége étant fonduë, il y fut retrouvé bien vivant.

NOus renvoyons entierement aux Memoires. V. les M. p. 200.

L'Ecrit de M. Littre ſur une Hernie rare. V. les M. p. 203.

Et l'hiſtoire d'un Ver aquatique ſingulier par M. de Reaumur.



CHIMIE.

SUR L'AGARIC.

MR Boulduc continuant l'hiſtoire des Purgatifs déja répanduë dans un grand nombre des Volumes précedents, eſt venu à l'Agaric, qui paroît avoir été fort eſtimé des Anciens, & qui l'eſt peu aujourd'hui, & avec raiſon. Il eſt trés lent dans ſon operation, & par le long ſéjour qu'il fait dans l'Eſtomac il excite des vomiſſements, ou tout au moins des nauſées inſupportables, ſuivies de ſueurs, de ſincopes & de langueurs qui durent beaucoup. Il laiſſe auſſi un long dégouſt pour tous les aliments. Apparemment les Anciens qui n'avoient pas tant de Purgatifs à choiſir que nous, n'y étoient pas ſi délicats.

L'Agaric eſt une eſpece de Champignon, qui vient ſur

le Larix ou Meleze. Quelques-uns croyent que c'eſt une excreſcence, une tumeur produite par une maladie de l'Arbre, mais M. Tournefort le range ſans difficulté parmi les Plantes, & avec les autres Champignons. On croit que celui qui nous eſt apporté de Levant vient de la Tartarie, & c'eſt le meilleur. Il en vient auſſi des Alpes & des Montagnes de Dauphiné & du Trentin. Il y a un mauvais Agaric qui ne croît pas ſur le Larix, mais ſur les vieux Chênes, les Hêtres, &c. & dont l'uſage ſeroit trés pernicieux. D'un autre côté on diviſe l'Agaric en Mâle & Femelle; le premier a la ſuperficie rude & raboteuſe, ſa ſubſtance interieure trés fibreuſe, ligneuſe, difficile à diviſer, de diverſes couleurs, horſmis la blanche, il eſt peſant; le ſecond au contraire a la ſuperficie fine, liſſe, brune, il eſt interieurement blanc, friable, & ſe met aiſément en farine, & par conſequent il eſt leger. Tous deux ſe font d'abord ſentir doux ſur la langue, & enſuite amers & acres, mais le Mâle a plus d'amertume & d'acreté. Celui-ci ne s'employe point en Medecine, & peut-être eſt-ce le même que celui qui ne croit pas ſur le Larix.

M. Boulduc a employé ſur l'Agaric femelle les deux grandes eſpeces de Diſſolvants, les Sulfureux & les Aqueux. Il a tiré par l'Eſprit de vin une teinture reſineuſe d'un goût & d'une odeur inſupportables, une goutte miſe ſur la langue faiſoit vomir, & donnoit un dégoût de tout pour toute la journée. De 2. onces d'Agaric il eſt venu 6 dragmes ½ de teinture, le marc qui ne peſoit plus que 9 dragmes, ne contenoit plus rien que l'on ait pû tirer. Ce n'étoit qu'un mucilage, ou une eſpece de boüe.

Sur cela M. Boulduc vint à ſoupçonner que ce mucilage inutile, qui étoit en ſi grande quantité, pouvoit venir de la partie farineuſe de l'Agaric détrempée & amollie, & la teinture reſineuſe de la ſeule partie ſuperficielle ou corticale. Il s'en aſſura par l'experience, car ayant ſéparé ces deux parties, il ne tira de la teinture que de l'exterieure, & preſque point de l'interieure, ce qui fait voir que

la premiere eſt la ſeule purgative, & la ſeule à employer, ſi cependant on l'employe, car elle eſt toûjours trés-deſagréable, cauſe toûjours beaucoup de nauſées & de dégoût, & pour diminuer ſes mauvais effets, il faudroit la mêler avec quelques autres purgatifs.

Les Diſſolvants aqueux n'ont pas non plus trop bien réüſſi ſur l'Agaric. L'eau ſeule n'en tire rien, on n'a encore qu'un mucilage épais, une boüe, & nul Extrait. L'eau aidée du ſel de Tartre, parce que les Sels alkali des Plantes diſſolvent ordinairement les parties reſineuſes, donne encore un mucilage, dont aprés quelques jours de repos la partie ſuperieure eſt tranſparente, en forme de gelée, & fort differente du fond, qui eſt très épais. De cette partie ſuperieure ſéparée de l'autre, M. Boulduc a tiré par évaporation à chaleur lente un Extrait d'aſſés bonne conſiſtence, qui devoit contenir la partie reſineuſe & la partie ſaline de l'Agaric, l'une tirée par le ſel de Tartre, l'autre par l'eau. Deux onces d'agaric avec $\frac{1}{2}$ once de ſel de Tartre avoient donné une once & demi-dragme de cet Extrait. Il purge très bien, ſans nauſée, & beaucoup plus doucement que la teinture reſineuſe tirée avec l'Eſprit de vin. Quant à la partie inferieure du mucilage, elle ne purge point du tout, ce n'eſt que la terre de l'Agaric.

M. Boulduc ayant employé le Vinaigre diſtillé au lieu de Sel de Tartre, & de la même maniere, il a eu un Extrait tout pareil à l'autre, & de la même vertu, mais en moindre quantité.

La diſtillation de l'Agaric a donné à M. Boulduc aſſés de ſel volatil, & un peu de ſel eſſentiel. Il y a très peu de ſel fixe dans la tête morte.

L'Agaric mâle, que M. Boulduc appelle faux Agaric, & qu'il n'a travaillé que pour ne rien oublier ſur cette matiere, a très peu de parties reſineuſes, & encore moins de ſel volatil, ou de ſel eſſentiel. Auſſi ne vient-il que ſur de vieux Arbres pourris, dans leſquels il s'eſt fait une reſolution ou une diſſipation des principes actifs. L'infuſion

de cet Agaric faite dans l'eau devient noire comme de l'encre, lorſqu'on la mêle avec la ſolution de Vitriol. Auſſi l'Agaric mâle eſt-il employé pour teindre en noir. On voit par-là qu'il a beaucoup de conformité avec la Noix de galle, qui eſt une excreſcence d'arbre.

SUR LA VOLATILISATION DES SELS FIXES DES PLANTES.

V. les M. p. 18.

QUAND le feu décompoſe un Mixte, les parties les plus diſpoſées à prendre beaucoup de mouvement ſe détachent, & s'élevent ſelon l'ordre que leur donnent les differences de cette diſpoſition, & les autres demeurent immobiles au fond du Vaiſſeau. Les premieres qu'on appelle volatiles, ſont le flegme, les Eſprits ou Sels ſoit acides, ſoit urineux, ou alkali, l'huile; les autres qu'on appelle fixes, ſont la Terre & les Sels alkali *lixiviels*, ainſi nommés, parce qu'on les ſepare de la terre par des leſſives, ou lotions d'eau, qu'on laiſſe enſuite évaporer. Ces ſels n'étoient pas dans le Mixte ſous la forme où ils paroiſſent alors, ils étoient intimement unis avec les ſels volatils qui ſe ſont échapés, ils l'étoient même & avec l'huile & avec le flegme, & aprés en avoir été ſeparés ou depoüillés, ils demeurent comme une Eponge toute percée de pores & de vuides, trés ſuſceptible, & même avide de reprendre tout ce qu'elle a perdu.

Il ne faudroit donc, pour rendre volatils ces ſels alkali fixes, qu'y faire rentrer des parties volatiles, pareilles à celles qui les ont abandonnés, & les y unir ſi étroitement, qu'elles ne puſſent s'envoler par le feu ſans les emporter avec elles, du moins en partie,

On verra dans le Memoire de M. Homberg comment le haſard lui preſenta dans du Savon des Sels fixes qui ſe volatiliſoient d'eux-mêmes. On ſçait que le Savon eſt un

composé d'huile & du sel alkali lixiviel de la Plante appellée *Soude*. Sur cela M. Homberg soupçonna, ou plustôt jugea selon ses principes de Chimie, que l'huile dont il croit que les Sels volatils tiennent toute leur volatilité, s'étant intimement mêlée avec les Sels fixes de la Soude dans le Savon, les avoit rendus volatils. Alors ils n'étoient plus alkali, puisque leurs pores s'étoient remplis de l'huile qu'ils avoient absorbée. Il y a encore plus. L'huile a toûjours de l'Acide, & cet Acide s'étant joint à l'Alkali, le tout étoit devenu un Sel moyen, tel qu'est le Sel commun, mais parce que l'acide ne s'étoit joint à l'alkali que par le moyen de l'huile, & accompagné de l'huile, ce Sel moyen étoit huileux ou sulphureux.

En suivant cette premiere idée, & en executant par des operations chimiques les veües qu'elle donnoit, M. Homberg a trouvé que pour disposer à la volatilité les Sels fixes des plantes, il falloit commencer par les mettre en Savon, laisser pousser naturellement à ce Savon quelques petites pointes de sel ou cristaux qui s'éleveront à sa superficie, & qui seront des Sels fixes déja volatilisés d'eux-mêmes, comme il arriva dans la premiere experience, ensuite mettre cette matiere sur le feu aprés l'avoir imbibée & penetrée d'une nouvelle liqueur, qui aidera une nouvelle sublimation des sels fixes devenus volatils, & repeter cette operation tant qu'il pourra s'élever de sels. Le choix de la liqueur dont on penetre la matiere savonneuse n'est pas indifferent. L'eau est la moins propre à l'effet qu'on attend, l'huile y est plus propre, l'huile distillée plus que l'huile tirée par expression ; il faut non seulement la liqueur la plus volatile, mais celle qui se lie le plus aisement aux sels. L'Esprit de Vin est très convenable. M. Homberg, en prenant bien tous ses avantages, est parvenu à volatiliser prés de la moitié d'une quantité de sel de Tartre, qui est un sel fixe vegetal.

Le sel volatilisé paroît souvent en consistence seche, parce que comme l'eau & l'huile ne s'unissent pas volon-

tiers, l'huile qui accompagne ce ſel le garantit de l'action de l'humidité de l'air, qui le reſoudroit en liqueur.

M. Homberg n'a rien dit ſur l'utilité des Sels fixes volatiliſés. Il eſt toûjours bon que la Chimie ſache ſe rendre maitreſſe des Mixtes, & en diſpoſer à ſon gré ſelon ſes differentes veües.

SUR LES COULEURS DES PRECIPITE'S DE MERCURE.

V. les M. P. 259.
* p. 43. & ſuiv.

ON a vû en 1712 * le ſiſtême de M. Lémery le fils ſur les couleurs des Précipités de Mercure. Ils deviennent jaunes ou rouges, parce que les Alkali qui ont précipité le Mercure diſſous par l'Eſprit de Nitre, ont donné à ce Mineral des particules de feu dans le même temps qu'ils lui enlevoient ſes Acides. L'Auteur du ſiſtême, dont voilà le précis, l'a d'abord confirmé, & enſuite étendu.

Pour le confirmer, il employe principalement cette obſervation. Quand d'une diſſolution de Mercure par l'Eſprit de Nitre on en a fait évaporer le flegme, il reſte une matiere blanche, qui eſt le Mercure même revêtu d'Acides nitreux. Que l'on mette cette matiere ſur le feu, elle va par tous les degrés du jaune juſqu'à un rouge fort avant que de ſe ſublimer, ſi la chaleur eſt fort douce, mais ſi elle eſt violente, la matiere ſe ſublime & conſerve ſa blancheur ſans alteration. Cela vient, ſelon M. Lémery, de ce qu'une chaleur douce ayant beſoin d'un fort long temps pour élever le Mercure au haut du Vaiſſeau ſublimatoire, elle a le loiſir de penetrer peu à peu toutes les parties de ce Mineral, dont la maſſe entiere eſt comme immobile & reçoit d'autant plus l'impreſſion du feu qu'elle lui reſiſte davantage. Mais ſi le feu eſt violent, il éleve bruſquement toute la maſſe du Mercure, & n'agit point en détail ſur ſes petites parties. On voit aſſés la conſequence.

La

La couleur du précipité rouge vient donc de ce que dans cette lente ſublimation les particules de feu ont pris la place des Acides, dont le Mercure étoit penetré. Elles l'ont priſe d'autant plus facilement, que les pores déja dilatés par l'introduction de ces Acides l'ont été encore davantage par la chaleur, qui en même temps qu'elle faiſoit envoler les Acides, ouvroit la porte aux particules de feu.

On ne peut pas attribuer la couleur rouge à la ſeule perte des Acides, car M. Lémery connoît par experience que le précipité blanc en a plus perdu que le rouge.

Aprés cela, il a étendu ſon ſiſtême. Il n'avoit conſideré d'abord que l'effet de differents Alkali verſés ſur differentes portions d'une même diſſolution de Mercure. Il conſidere maintenant l'effet de ces differents Alkali verſés ſucceſſivement ſur une même portion de la diſſolution.

Quand elle a été teinte en jaune ou en rouge par l'huile de Tartre, ſi l'on y verſe enſuite quelque Alkali volatil tiré par la diſtillation, & reſous dans du flegme, comme l'Eſprit de Sel Armoniac, la couleur produite par l'huile de Tartre diſparoît, & il lui ſuccede le blanc ſale ou noirâtre, qui, ſelon ce qui a été dit en 1712. eſt l'effet des Alkali volatils.

Si l'Alkali volatil a été verſé le premier, & a par conſequent produit dans la liqueur ſon blanc ſale, le Sel de Tartre verſé enſuite ne l'efface point pour mettre ſon jaune à la place, ſeulement il étend ce blanc ſale qui appartient à l'Alkali volatil.

Pour expliquer ces phenomenes, car il eſt bon de s'en tenir d'abord à ces deux-là pour ne point charger la matiere, il faut de nouvelles ſuppoſitions. Les Acides du Nitre ne diſſolvent le Mercure que parce qu'ils le penetrent, & s'engagent dans ſes pores par leurs pointes, de ſorte que toute ſa ſurface en eſt heriſſée. Il eſt fort vrai-ſemblable qu'ils ſoient inégalement engagés dans la ſubſtance de ce Mineral, les uns plus, les autres moins, & que ceux qui y ſont le plus profondément enracinés ſoient les plus diffi-

ciles à arracher, c'eſt-à-dire, ceux que les Alkali abſorberont le plus difficilement. Differents Alkali ont certainement differents degrés de force pour abſorber, & ceux qui en ont le plus, s'ils viennent aprés ceux qui en ont moins, doivent trouver encore à agir, c'eſt-à-dire, qu'il ſera reſté des Acides trop engagés dans le Mercure pour en pouvoir être détachés par l'Alkali foible, & qu'ils le feront quand l'Alkali plus fort ſurviendra. Si au contraire l'Alkali fort a agi le premier, il ne doit avoir rien laiſſé à faire au foible. M. Lémery prend l'Alkali volatil pour plus fort que le fixe.

Aprés qu'une diſſolution de Mercure a été teinte en jaune ou en rouge par l'Alkali fixe de l'huile de Tartre, ſi l'on y verſe de l'Eſprit de Sel Armoniac qui eſt un Alkali volatil, cet Arbſorbant trouve donc encore des Acides à détacher, qui ne l'avoient pas été par le Sel de Tartre. Par cette action il peut bien, comme il a été dit en 1712. produire le blanc ſale, & ce blanc doit alterer la couleur produite précedemment par l'Alkali fixe. Mais pourquoi diſparoît-elle entierement ! Elle ne le peut à moins que les particules de feu introduites par l'Alkali fixe dans les pores du Mercure à la place des Acides nitreux ne s'en échappent, & il ne ſemble pas que l'Alkali volatil doive en être la cauſe, puiſqu'il n'agit que ſur les Acides que l'Alkali fixe lui a laiſſés, & ne touche point à ce qu'a fait cet Alkali, dont l'action, quoi-que plus foible, a été toute ſemblable. En un mot, les pores du Mercure pleins de particules de feu en doivent demeurer pleins, & ſi ceux où il étoit reſté des Acides fort engagés ne ſe rempliſſent pas à leur place de particules de feu par l'action des Alkali volatils, ce qui augmenteroit le jaune ou le rouge, du moins ces couleurs précedentes doivent-elles ſubſiſter.

M. Lémery prétend qu'elles ne ſubſiſtent pas, parce que les violentes ſecouſſes que donnent les Alkali volatils aux Acides qu'ils déracinent, ébranlent de telle ſorte les cellules voiſines où ſont empriſonnées les particules de feu

introduites par les Alkali fixes, que leurs pores s'en dilatent, & que ces particules s'envolent.

Il y a encore une circonſtance particuliere qui leur aide à s'envoler. Que l'on imagine un Acide, & une particule de feu enfermés chacun dans une petite cellule, qui ayent une cloiſon commune. L'Acide violemment ſecoüé par l'Alkali qui entreprend de l'arracher de là, pouſſe la cloiſon du côté où eſt enfermée la particule de feu, & la pouſſe avec d'autant plus de force, qu'il a plus de maſſe que cette particule. Dés qu'il eſt ſorti, cette cloiſon par ſon reſſort va au de-là de ſa premiere poſition naturelle, & fait de petites vibrations juſqu'à ce qu'elle l'ait repriſe, & par-là ſoit en augmentant la petite cavité où eſt contenuë la particule de feu, ſoit en la diminuant, elle lui permet de ſortir, ou l'y oblige.

Quand l'Alkali volatil a été verſé le premier ſur la diſſolution, & y a produit ſon blanc ſale, il n'eſt pas étonnant que l'Alkali fixe verſé enſuite ne cauſe point de changement, puiſqu'il ne trouve plus rien à faire, plus d'Acides à détacher.

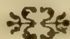
Ce ſeroit la même choſe, ſi l'on employoit, non pas des Alkali fixes & volatils, mais des Alkali fixes plus foibles & plus forts. Les effets dépendroient toûjours de l'ordre dans lequel ces Agents auroient été employés.

Il y a un autre phenomene plus ſingulier, découvert par M. Lémery, dans lequel les changements de couleur ſont alternatifs par deux liqueurs alternativement verſées. Si l'on mêle de l'Eſprit de Sel à la diſſolution du Mercure par le Nitre, il ſe fait un précipité blanc ; ſi l'on y mêle enſuite de l'huile de Tartre, ce même précipité devient jaune ; que l'on y remette de l'Eſprit de Sel, il redevient blanc, aprés quoi il redevient jaune par de nouvelle huile de Tartre, & toûjours ainſi de ſuite.

L'explication de M. Lémery ſuppoſe deux faits ſuffiſamment prouvés, l'un que l'Eſprit de Sel, quoi-que ce ſoit un Acide, eſt un alkali ou abſorbant à l'égard de

l'Esprit de Nitre, l'autre que l'esprit de Sel est un Dissolvant du Mercure, mais foible.

Cela posé, quand on verse pour la premiere fois de l'Esprit de Sel sur la dissolution, cet Esprit absorbe une partie des Acides nitreux qui tenoient le Mercure dissous, & par consequent le Mercure abandonné par eux se précipite sous une couleur blanche. Ensuite vient l'Huile de Tartre, qui étant pour les Acides nitreux un absorbant plus fort que l'Esprit de Sel, détache les Acides qui étoient restés au Mercure, & les détache en plus grande quantité, introduit en leur place ses particules de feu, & par consequent fait paroître le jaune. Tout étant en cet état, si l'Esprit de Sel survient, il entre comme dissolvant du Mercure dans les pores d'où les particules de feu avoient été introduites, les en chasse, & fait reparoître le blanc; & il faut bien remarquer que l'Esprit de Sel agit la premiere fois comme absorbant des Acides nitreux, & la seconde comme dissolvant du Mercure, & qu'il n'agira qu'en cette qualité toutes les fois qu'on l'employera dans la suite, car il est visible qu'on peut recommencer l'expérience tant qu'on voudra, & que par les raisons qui viennent d'être dites, les changemens du blanc au jaune, & du jaune au blanc seront toûjours alternatifs. Voilà les points principaux sur lesquels roule le systême d'une generation de couleurs. Quoique les couleurs rendent tout sensible, elles tiennent toûjours à quelque chose de si insensible, que les systêmes ont bien de la peine à aller jusques-là.



SUR LES FLEURS ET LES FEUILLES TENDRES DE PESCHER.

C'EST en qualité de Purgatif que les Fleurs & les Feüilles tendres de Pescher ont été examinées par M. Boulduc. Les Fleurs sont souvent employées contre les Vers qui tourmentent les Enfans. Un Medecin fameux a marqué dans ses Lettres une grande estime pour un remede si simple & si commun. Voici quelles sont les principales observations de M. Boulduc sur les Fleurs de Pescher.

On greffe ordinairement le Pescher sur le Prunier, ou sur l'Amandier. Les Fleurs du Pescher greffé sur le Prunier sont plus purgatives; la raison en saute aux yeux; les Prunes le sont un peu, & les Amandes nullement.

Les Fleurs des Pesches les plus communes, & les moins recherchées pour le goût, comme les Pesches de Vignes, sont les meilleures.

Ces Fleurs contiennent prés de trois quarts d'humidité superfluë; les Boutons un peu moins que les Fleurs épanoüies, ce qui est fort naturel, puisque c'est l'humidité qui cause l'épanoüissement.

Les Boutons paroissent un peu plus purgatifs que les Fleurs épanoüies,

De 4 livres de Fleurs épanoüies mises au Bain de vapeur, il en est venu par la distillation à une chaleur trés lente 12 à 13 onces d'une eau trés blanche, trés douce sur la langue, & d'une trés agréable odeur de noyau de Pesche pilé. Quelques gouttes de cette eau communiquent le même parfum à toutes les liqueurs.

La même quantité de Fleurs en gros boutons a donné à peu-prés la même quantité d'eau, mais non pas tout-à-fait si agréable. Elle sentoit un peu l'herbe, parce que la matiere vegetale, d'où elle étoit sortie, étoit moins mûre.

Les matieres qui avoient été au Bain de vapeur, mises ensuite dans une Cornuë à un feu de reverbere clos, qui a été conduit par degrés, ont donné des liqueurs qui contenoient des Acides & des alkali développés, & enfin un Esprit d'un rouge obscur rempli de beaucoup de fuliginosités, & mêlé d'un peu d'huile, dont la partie la plus legere surnageoit, & l'autre étoit au fond. Nous passons ici sur tout ce qui est trop commun à toutes les Plantes.

La Teinture des Fleurs de Pescher tirée par l'Esprit de vin est trés foible, & bien moins amere que celle qui est tirée par l'Eau.

M. Boulduc a reconnu par experience que l'infusion faite du soir [illegible] de demi-once de fleurs de Pescher vertes, ou d'une dragme de seches, car, comme nous l'avons dit, il y a les trois quarts d'humidité superfluë dans les vertes, étoit un Purgatif trés doux. Elle se prend avec du sucre comme du Thé.

Il s'est confirmé aussi dans une pensée qu'il a déja proposée plusieurs fois, que les infusions des Plantes, sur-tout des Purgatives, ont plus de vertu que leurs sucs tirés par expression, ou par quelque autre voye. Aprés qu'on les a tirés, il reste encore dans le marc trop de particules actives, au lieu que l'eau, qui est un grand dissolvant, sçait mieux les dégager & les entrainer.

Les infusions de Fleurs de Pescher, aussi-bien que celles de Roses, se conservent mieux que les sucs. Il s'aigrissent aisément, & les infusions avec des précautions pareilles, dont la principale est de mettre de l'huile dessus, se gardent des années entieres sans alteration. Elles se garderont encore mieux, si avant que de les serrer on les a fait évaporer à moitié. Les sels se concentrent davantage. Il faut encore avoir soin que l'huile qu'on met sur ces li-

queurs, soit celle qui se congele le plus difficilement, comme l'huile d'Amende douce, car quand l'huile se gele, il se glisse entre elle & la liqueur de l'air qui la gâte.

Le plus de facilité que les sucs ont à s'aigrir, marque peut-être qu'ils ne contiennent pas autant que les infusions les differents principes du vegetal, qui se conserveroient mutuellement.

Quand aux Feüilles tendres de Pescher, car il les faut toûjours telles, l'infusion en est moins agréable que celle des Fleurs, mais aussi purgative, & peut-être plus. Elle se prend de la même maniere.

Elle est souveraine pour les Enfans qui ont des Vers, & les accidents que les Vers causent.

DIVERSES OBSERVATIONS CHIMIQUES.

I.

NOUS avons dit ci-dessus * que l'Esprit de Sel est un Alkali à l'égard de l'Esprit de Nitre, & par consequent ces deux Sels tous deux constamment Acides, ne laissent pas de fermenter ensemble. Nous avons parlé aussi en 1701 * de la fermentation de certains Acides avec des Soufres. M. Poli a confirmé par d'autres experiences à peu prés semblables ces phenomenes qui semblent contraires au sistême commun de la fermentation des seuls Acides avec les seuls Alkali. Il y a ajouté la fermention des Alkali avec les Alkali. Le Sel Armoniac, Sel d'Urine, de Corne de Cerf, & autres Alkali volatils fermentent avec le Sel de Tartre.

* p. 35. & 36.

* p. 66. & suiv.

II.

Il a fait aussi un Esprit de Soufre *concentré* qui fermente dans l'instant avec l'eau, & si vivement, qu'elle en devient chaude & boüillante. Cependant l'Eau n'est certainement

ni Acide, ni Alkali. M. Poli tire cet Esprit du soufre fait à la Cloche. Il le met dans une Cornuë sur le Sable, & donne le feu par dégrés. Il s'éleve d'abord dans le Recipient une eau insipide, ensuite vient un esprit trés acide, dont chaque goutte en tombant dans cette eau y fait le même effet que feroit un petit morceau de fer rouge. La Cornuë étant refroidie & retirée du feu, la liqueur qu'elle contient se trouve claire & transparente comme du Cristal, & pesante presque comme du Mercure. C'est là l'Esprit de Souffre concentré.

III.

M. de la Hire le fils a dit qu'il n'y avoit point d'enduit plus impenetrable à l'eau que celui qui étoit fait avec de la Limaille de Fer, du Vinaigre & du Sel.

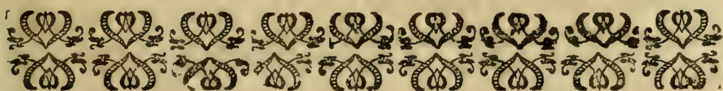
IV.

* p. 39. & 40.
A ce qui a été dit en 1713 * des vapeurs des Acides & des alkali volatils qui en se rencontrant en l'air, deviennent ou sensibles, ou plus sensibles, M. Poli a ajouté que son Laboratoire à Rome s'étant rempli par cette raison de fumées nebuleuses, elles descendirent peu de temps aprés dans une Cave voisine. Il se fait donc une précipitation de ces matieres si subtiles, aprés qu'elles se sont unies en l'air. De-là M. Poli conjecture que c'est ainsi que se forme le Salpêtre. L'air contient une Nitre fluide, un Esprit avec lequel se joignent les Sels volatils alkali ou urineux, qui s'exhalent des vieilles Ecuries ou Etables, des Sepulchres ou Cimetieres, des Masures abandonnées, &c. ces matieres unies se précipitent, s'incorporent avec la terre, se condensent en petites pierres de figure de Prisme, & font le Salpêtre. M. Poli a observé qu'il faut que les lieux immondes où il se forme soient couverts, afin qu'il n'y tombe pas d'eau qui le dissoudroit, que de plus ils ne doivent être percés que d'un côté, parce que le passage continuel de l'air entraineroit les vapeurs insensibles, & ne leur laisseroit pas le temps de se condenser en pierres. Pour appuyer encore ce sistême de la generation du Salpêtre,

M.

M. Poli a laissé putrefier pendant près de deux années des urines & d'autres excréments qu'il a ensuite lessivés, & fait évaporer selon l'art, & il n'en a tiré par la distillation qu'une huile foetide, & un sel volatil, & jamais de Nitre, marque assés sûre que la formation du Nitre demande le concours de quelque autre matiere, qui ne peut être que celle que fournit l'air.

NOus renvoyons entierement aux Memoires L'Ecrit de M. Lémery le cadet sur les Phosphores. V. les M. p. 402.



BOTANIQUE.

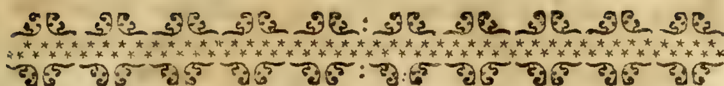
MR Marchand a donné la description de la *Matricaria vulgaris*, *C. B.* & de la *Matricaria flore fistuloso*, celle de l'*Allearia*, *C. B.* 10. Allaire, & celle de la *Caltha palustris flore simplici*, *C. B.* 276.

NOus renvoyons entierement aux Memoires L'Ecrit de M. Reneaume sur de nouveaux Genres de Plantes. V. les M. p. 231.

Et la description de deux especes de *Gallium*, ou Caille-lait par M. Jussieu. V. les M. p. 379.

CEtte année M. Jussieu donna au Public un Livre intitulé, *Plantæ per Galliam, Hispaniam & Italiam observatæ Iconibus æneis exhibitæ à R. P. Jacobo Barreliero*, &c. Le P. Barrelier, Dominicain, auparavant Mede-

cin de la faculté de Paris, avoit conſervé dans la vie Religieuſe un grand goût pour l'étude des Plantes. Les premieres dignités de ſon Ordre auſquelles il parvint, l'obligerent à faire differents voyages dans les Provinces de la France, en Eſpagne, en Italie, & lui donnerent par conſequent occaſion d'herboriſer. Il fit graver en cuivre très-exactement & très-proprement un grand nombre de Plantes, dont il avoit fait auſſi les deſcriptions en Latin. Il mourut en 1673, & quelque temps après le feu prit dans le lieu où l'on gardoit ſes papiers, ce qui les endommagea beaucoup, ſans compter que celui qui en devoit avoir ſoin n'en faiſoit pas grand cas, & ne les conſervoit guere. D'un autre côté les planches commençoient à ſe roüiller par le temps. Quelques exemplaires que l'Auteur en avoit fait tirer pendant ſa vie, & qu'il avoit donnés à des Botaniſtes ſes amis, étant tombés entre les mains de M. Juſſieu, il voulut remonter à la ſource du Tréſor, & le trouva dans l'état que nous venons de dire. Comme les bonnes figures de Plantes ſont rares, il jugea que ce ſeroit rendre un grand ſervice au Public que de lui donner celles-là, d'autant plus que le plus grand nombre de ces figures étoient nouvelles. Il fallut y rapporter les deſcriptions, où l'on ne connoiſſoit preſque plus rien, ſuppléer aux défectueuſes, retrancher celles qui ſe trouvoient déja ailleurs, donner au tout un ordre ſelon quelque ſiſtême de Botanique. C'a été là un travail de trois années entieres, & dont on doit tenir d'autant plus de compte à M. Juſſieu, qu'il l'a fait ſur l'ouvrage d'autrui.



GEOMETRIE.

SUR LES INTERSECTIONS DES COURBES.

LA Theorie des Interſections dont nous avons parlé en 1713 * eſt maintenant élevée par M. Rolle. Il prend pour exemples deux Equations déterminées, l'une du 7me. l'autre du 8me. degré. Commençons comme lui par celle du 8me. qui eſt plus facile, parce que ſon degré, quoi-que plus haut, eſt pair.

V. les M. p. 5.
* p. 55.

L'un des deux Lieux avec leſquels on doit conſtruire une Equation déterminée étant arbitraire, du moins avec certaines reſtrictions, M. Rolle ne prend pour ce premier Lieu que le Quart de Cercle, que l'on a vû qui ſuffiſoit pour les Equations du 4me. degré. Il introduit ſelon la methode ordinaire ce Lieu au Quart de Cercle dans l'Equation déterminée du 8me. degré qu'il ſe propoſe, & il lui vient un ſecond Lieu du même degré, qui eſt la courbe que l'on doit combiner avec le Quart de cercle pour la conſtruction de l'Equation propoſée.

Plus une courbe eſt d'un degré élevé, plus elle peut avoir de differents contours & de branches differentes. La raiſon en eſt, qu'un Axe étant établi, il faut qu'une Ordonnée qui part d'un point de cet axe ſoit autant de fois Ordonnée, qu'elle a de valeurs réelles differentes, c'eſt-à-dire, rencontre autant de fois la courbe. Or plus l'Equation de la Courbe, qui exprime le rapport des Coordonnées, eſt élevée, plus l'expreſſion d'une Ordonnée peut avoir de differentes racines ou valeurs réelles, donc plus il

y peut avoir de points dans lesquels une ligne droite rencontre une Courbe, & cela ne se peut à moins que la Courbe ne prenne autant de differents contours, ou ne forme autant de differentes branches qu'il est necessaire. Souvent ces differentes branches ne font pas un cours continu, mais sont détachées les unes des autres. Il est vrai qu'en certaines Courbes des Ordonnées imaginaires, qui répondent aussi à des portions imaginaires des Courbes, remplissent les vuides, & lient en quelque sorte les differentes branches, mais en une infinité de Courbes ces liaisons imparfaites manquent, & la Courbe totale est comme un composé de plusieurs Courbes éparses çà & là, qui ne se tiennent point. Il n'y a, pour ainsi dire, qu'une certaine liaison enveloppée & cachée dans l'Equation, qui les assemble, & les rend parties d'un même Tout.

La Courbe du 8me. degré, à laquelle M. Rolle arrive, a 8 branches, dont trois qui sont d'un côté par rapport au point qu'on a pris pour origine, & trois qui sont de l'autre, s'étendent à l'infini chacune par ses deux extremités, & ont chacune leur Asimptote. Entre ces six branches, & précisément au milieu, il y en a deux autres égales & semblables, qui se réünissent en un sommet qui est celui de toute la Courbe, & vont à l'infini chacune par leur autre extremité. Elles ont dans une certaine étenduë la forme & l'apparence d'un demi-Cercle. C'est cette seule étenduë que M. Rolle fait couper par un Quart de Cercle d'un certain rayon déterminé, & il est évident par cette construction seule que ce Quart de Cercle doit couper l'une de ces deux branches du milieu en 8 points, & que par consequent le demi-Cercle coupera les deux en 16, & cela dans le seul petit circuit de la Courbe qui a été marqué.

Reste à prouver que ce circuit dans toute l'étenduë où il est coupé est concave vers son axe, aussi-bien que le demi-Cercle qui le coupe, car c'est la concavité perpetuelle des deux Courbes vers un même côté dans toute l'éten-

duë de leurs interſections, qui fait, ainſi que nous l'avons remarqué en 1713, la merveille du Paradoxe de M. Rolle.

Il n'a beſoin pour ſa preuve que de deux principes aſſés évidents d'eux-mêmes, & reçûs; l'un, c'eſt qu'une courbe qui ne peut être coupée par une ligne droite qu'en deux points, eſt par tout concave vers ſon axe; l'autre, qu'une ligne droite ne peut jamais couper une courbe en plus de points qu'il n'y a de degrés dans ſon Equation, ce qui eſt une ſuite de ce que nous avons dit ci-deſſus. Or il eſt clair qu'une droite perpendiculaire à l'axe de la courbe ne coupera le circuit marqué qu'en un point, & d'ailleurs qu'une droite parallele ou oblique à ce même axe coupera les ſix branches qui ſont des deux côtés de ce circuit, d'où il ſuit qu'elle ne peut plus le couper qu'en deux points, & que par conſéquent il eſt par-tout concave vers ſon axe.

La courbe du 7me. degré eſt toute ſemblable à celle du 8 en ce qui eſt de ſon milieu, & de deux branches poſées de chaque côté, mais elle en differe par deux autres branches fort détachées de toutes les autres, & poſées fort à l'écart, compriſes chacune entre deux Aſimptotes. Du reſte M. Rolle prouve de la même maniere que le circuit du milieu par-tout concave vers ſon axe, eſt coupé en 14 points par un demi-Cercle.

SUR L'USAGE DE LA MECHANIQUE EN GEOMETRIE.

LA Geometrie qui conſidere l'Etenduë préciſément comme étenduë, eſt plus ſimple que la Mechanique, qui la conſidere comme peſante, & agiſſant par des Leviers. Il eſt donc de l'ordre que la Mechanique ſuppoſe la Geometrie, & s'en ſerve, mais non pas que la Geome-

V. les M. p. 77.

trie se serve de la Mechanique qui est plus composée. Cependant les besoins pressants de la Geometrie peuvent quelquefois excuser ce renversement d'ordre, la mesure des Surfaces & des Solides engendrés par des courbes est si difficile en quelques occasions, qu'on est trop heureux de réüssir dans cette recherche purement geometrique avec le secours de quelques idées mechaniques, & enfin ce secours ne fût-il pas necessaire, il seroit toûjours bon d'avoir les verités que produit l'alliance de la Mechanique & de la Geometrie.

* p. 108. & suiv. On a vû dans l'Hist. de 1702 * que le centre de gravité est un point où se réünit toute l'action de deux ou de plusieurs poids opposés qui agissent les uns contre les autres, ou les uns par rapport aux autres, & cette action est tellement réünie en ce point, que si l'on vouloit arrêter ou soutenir l'effort de tous les poids ensemble par un effort égal, ce seroit par le Centre de gravité qu'il faudroit s'y prendre. Ne considerons que deux poids opposés pour plus de facilité. Le Centre de gravité, qui est entre deux poids placés sur un Levier, porte donc tout leur effort, & par consequent il est chargé, comme l'on sçait, de la somme de ces deux poids. S'il leur survient quelque chose de nouveau, il faut que le centre de gravité s'en ressente, & qu'il lui arrive un changement égal. Si par exemple, chaque poids augmente d'une livre, la charge du Centre de gravité sera de 2 livres de plus qu'elle n'étoit. Si les deux poids se meuvent le long de leur Levier commun, ils peuvent se mouvoir de façon que leurs distances au Centre de gravité, quoique toujours croissantes ou décroissantes, le seront toujours en raison renversée des masses ou pesanteurs de ces corps, & alors, quoiqu'ils soient en mouvement au lieu qu'on ne les y supposoit pas auparavant, l'action qu'ils ont l'un par rapport à l'autre ne change point du tout, & par consequent comme ils ne reçoivent aucun changement entant que poids suspendus à un Levier, il n'arrive aucun changement à

leur Centre de gravité ; il ne porte que la même charge, & demeure immobile. Mais si les poids se meuvent avec des vitesses qui changent selon toute autre proportion leurs distances au premier Centre de gravité, ou si, pour plus de facilité, on les conçoit arrivés à ces nouvelles distances, & là devenus immobiles, il est évident qu'il doit y avoir entre eux sur le Levier un nouveau point qui soit leur Centre de gravité, & que comme l'action qu'ils avoient l'un par rapport à l'autre a changé, parce qu'ils avoient des vitesses qui n'étoient pas en raison renversée de leurs masses, de même le point où se réünissoit cette action a changé de place sur le Levier. On doit concevoir que le Centre de gravité s'est mû de toute l'étenduë qui est entre le premier point où il étoit placé & le second, & comme ce Centre porte toujours la charge de la somme des deux poids, c'est la même chose que si la somme des deux poids s'étoit muë de toute cette longueur, ce qui est égal à une force ou quantité de mouvement, qui seroit le produit de cette somme par ce chemin supposé.

Le Centre de gravité n'étant que le point où l'action des deux poids est réünie, & cette action réünie n'étant que les deux actions prises separément, entant qu'elles conspirent à un certain effet, qui est ici le changement de place du Centre de gravité, il s'ensuit que le changement arrivé au Centre de gravité est égal au changement arrivé aux deux actions des deux poids, entant qu'elles conspiroient à faire changer de place le Centre de gravité. Or le changement arrivé au Centre de gravité est exprimé par la somme des deux poids multipliée par son chemin, donc ce produit est égal à la somme des deux poids, multipliés par le chemin qu'ils ont fait chacun en particulier, entant que ces deux mouvements ont conspiré au mouvement du Centre de gravité.

Cette condition ou restriction est necessaire, ainsi qu'on le voit par les idées qui ont été établies, mais on va le

voir encore plus ſenſiblement. Si les deux poids ſe ſont mus du même ſens, c'eſt-à-dire, vers la même extrêmité du Levier, leurs deux mouvemens s'accordent parfaitement à faire avancer le Centre de gravité vers cette même extrêmité, & le produit de la ſomme des poids par le chemin du Centre de gravité doit par conſequent être égal à la ſomme des produits des deux poids chacun par ſon chemin particulier. Mais ſi les deux poids ſe ſont mus en ſens contraires, chacun a tiré auſſi, pour ainſi dire, le Centre de gravité vers une extrêmité oppoſée du Levier, & leurs mouvements auroient pû être tels que ce Centre, comme on l'a vû, ſeroit démeuré immobile. Mais ſi les mouvements n'ont pas été dans cette proportion unique qui cauſoit l'immobilité du Centre de gravité, il a neceſſairement avancé vers un côté, mais ſeulement autant qu'il l'a pû ſelon que le mouvement le plus fort l'a tiré davantage de ce côté-là. En ce cas le produit de la ſomme des deux poids par le chemin du Centre de gravité eſt égal à la difference des produits des deux poids chacun par leur chemin particulier.

Par exemple, le Levier étant conçû diviſé en parties égales, ſi les deux poids ſont 2 & 3, le Centre de gravité ſera éloigné de 3 parties ou diviſions du poids 2, & éloigné de 2 diviſions du poids 3, de ſorte que la ligne qui ſera entre les deux poids aura 5 parties ou diviſions du Levier. Si l'on conçoit maintenant que les deux poids ayent été avancés chacun de 2 diviſions vers la même extrêmité du Levier, la ligne qui ſera entre eux ſera encore 5, & le Centre de gravité ſe ſera avancé de 2 diviſions vers le même côté que les deux poids. Son chemin 2 multiplié par 5, ſomme des poids eſt 10, produit égal à celui du poids 2 par ſon chemin 2, & à celui du poids 3 par le même chemin 2. Si au contraire les poids ont fait encore le même chemin 2, mais l'un vers une extrêmité du Levier, l'autre vers l'autre, la ligne qui eſt entre eux eſt 9, & il faut pour avoir le lieu du Centre de gravité,

vité, diviser cette ligne en deux parties qui soient comme 2 & 3, & qui par consequent seront $3\frac{3}{5}$, & $5\frac{2}{5}$. Le Centre de gravité est donc presentement éloigné du poids 3 de $3\frac{3}{5}$., & du poids 2. de $5\frac{2}{5}$. Mais ce Centre dans sa premiere situation étoit éloigné du poids 3 de 2 divisions, & ce même poids s'est encore éloigné de 2, ce qui fait 4. & cependant dans cette seconde disposition le Centre de gravité n'est éloigné du poids 3 que de $3\frac{3}{5}$, donc le Centre de gravité s'est approché de ce poids de $\frac{2}{5}$, donc le chemin de ce Centre est $\frac{2}{5}$, qui multiplié par 5, somme des poids est 2, produit égal à la difference de 6 & de 4, qui sont les produits des deux poids par leurs chemins.

Une Courbe quelconque peut être conçûë comme formée d'arcs infiniment petits égaux, & ces arcs peuvent aussi être conçus comme des poids égaux, & alors parce qu'il faut, ainsi qu'il a été dit dans l'Hist. de 1711 *, les considerer comme agissants par de petits leviers terminés à une droite, il y a un levier moyen équivalent à tous les autres, & dont l'extremité est le Centre de gravité de la Courbe, qui par consequent est un point pris entre elle & cette droite. Si l'on conçoit que cette Courbe se meuve selon une ligne perpendiculaire à son plan, de maniere qu'elle décrive une surface, il est clair que la surface décrite est égale à la somme de tous les petits arcs multipliés chacun par le chemin particulier qu'il a fait. D'un autre côté par le principe mechanique que nous venons d'expliquer, la somme de tous ces produits est égale au produit de la somme des poids, qui est la Courbe même, par le chemin du Centre de gravité, donc on a une valeur de la surface décrite, qui étoit necessairement curviligne, & c'est là une connoissance que la Mechanique preste à la Geometrie.

* p. 95. & 96.

De même si une surface curviligne décrit un Solide par un mouvement perpendiculaire à son plan, la somme des élements infiniment petits de cette surface pris pour des poids, multipliés chacun par son chemin particulier, c'est-

à-dire, le solide produit est égal à la somme des poids, ou à la surface même multipliée par le chemin de son Centre de gravité.

Nous avons supposé pour plus de simplicité en énonçant ces deux Propositions, que les mouvemens des Courbes ou Surfaces curvilignes décrivantes n'étoient qu'en même sens, car s'ils étoient en même temps en sens contraires, ce qui pourroit arriver, par exemple, à une Courbe qui auroit une inflexion, ce seroit, comme il est aisé de le voir par les principes qu'on a posés, une difference & non une somme de produits qui seroit égale à la surface ou au solide engendré.

Pour nous tenir dans le cas le plus simple, & dans des exemples très-faciles, si l'on veut mesurer par la methode presente la surface d'un Cilindre, il faut la concevoir comme formée par la circonference de la Base, qui s'est muë parallelement à elle-même selon toute la longueur de l'axe, ou, ce qui est la même chose, selon une ligne perpendiculaire à son plan. La surface cilindrique est donc la somme de tous les arcs infiniment petits de la circonference de la base multipliés chacun par la longueur de l'axe, & par consequent elle est egale à cette même circonference, somme de tous les petits arcs, multipliée par le chemin de son Centre de gravité qui est le même que son Centre, c'est-à-dire par l'axe.

Il en va de même de la surface du Cone droit, elle est formée de la somme de toutes les parties infiniment petites & égales de l'Hipotenuse du Triangle generateur, multipliées chacune par la circonference particuliere qu'elle décrit, donc elle est égale à l'Hipotenuse du Triangle generateur multipliée par le chemin de son Centre de gravité. Or cette Hipotenuse étant une ligne droite, son Centre de gravité est son point du milieu, & le chemin de ce point dans la generation du Cone est une circonference deux fois moindre que celle de la Base. Donc la surface du Cone est égale à l'Hipotenuse du Triangle ge-

nerateur multipliée par une circonference deux fois moindre que celle de la Base.

Par cette methode la valeur de la solidité du Cilindre saute aux yeux, celle de le solidité du Cone a un peu plus de difficulté. Pour la trouver, il faut se representer le Triangle rectangle generateur divisé en une infinité de Triangles par des lignes qui partant de son sommet, le même que celui du Cone, vont se terminer à des parties égales infiniment petites de la base du Triangle generateur, qui est le rayon du Cone. Si le Triangle generateur ainsi divisé fait une revolution circulaire autour de celui de ses côtés qui est l'axe du Cone, il est clair que la solidité du Cone est la somme des plans de tous les Triangles infiniment petits multipliés chacun par la circonference circulaire que son Centre de gravité a décrite autour de l'axe. Donc cette même solidité est égale au seul Triangle generateur multiplié par le chemin de son Centre de gravité. Or le Centre de gravité d'un Triangle est aux $\frac{2}{3}$ de la ligne qui partant de son sommet divise sa base en deux parties, & par-là on a le Centre de gravité du Triangle generateur. Reste à trouver son chemin, c'est-à-dire, la circonference circulaire qu'il a décrite. Par le lieu du Centre de gravité dans le Triangle generateur, on trouve aussi-tôt que cette circonference est le tiers de celle de la base du Cone. Donc la solidité du Cone est le tiers de la circonference de sa base multiplié par le Triangle generateur, c'est-à-dire, par la moitié du produit de l'axe & du rayon.

M. Varignon, auteur de la Theorie que nous expliquons ici, ne l'applique pas à des choses si faciles & si connuës, & en effet il seroit inutile & vitieux d'aller chercher dans des principes de Mechanique des verités que la simple Geometrie fournit sans secours étranger. Nous n'avons prétendu que faire sentir quelle étoit la methode de M. Varignon, dont il fait lui-même un usage plus relevé. Il s'en sert, par exemple, à démontrer une proposition

avancée par M. Leibnits ſans démonſtration, que quand on développe une Courbe, la ſurface tracée par le développement, en quelque inſtant qu'on le prenne, eſt égale au produit de la longueur de la Courbe développée par le chemin que ſon Centre de gravité aura parcouru pendant le développement. Voilà une verité pour laquelle la Geometrie eſt obligée d'avoir recours à la Mechanique. M. Varignon prouve auſſi quelques autres propoſitions curieuſes de même eſpece ſimplement énoncées par d'autres Geometres, & il y en ajoûte de nouvelles de ſon propre fonds. Il eſt moins difficile de bien ſuivre le fil de ſes propres idées, que de retrouver préciſément le fil des idées d'autrui.

SUR LES DENSITE'S DES MILIEUX,

Entant qu'elles contribüent à faire décrire des Courbes aux Corps.

QUAND on trouve qu'un Corps jetté horiſontalement en l'air décrit une Parabole par le mélange continuel & inégal du mouvement horiſontal uniforme, & du mouvement vertical croiſſant imprimé par la peſanteur, on ne fait point attention à la Reſiſtance du Milieu, qui eſt cependant réelle, & ſi on vient à la conſiderer, tout change. On l'a vû par la Theorie des Reſiſtances des Milieux ſi amplement expliquée d'après M. Varignon dans pluſieurs des Volumes précedents*. Il a regardé la Reſiſtance du Milieu comme proportionnée ſelon quelque raiſon à la viteſſe du Corps mû, & croiſſant ou décroiſſant avec cette viteſſe, & il n'a pas eu égard à la denſité des Milieux, ou l'a ſuppoſée uniforme, quoi-qu'il lui eût été facile d'en tenir compte en la prenant pour variable, car il n'y eût eu d'autre changement, ſinon que la Reſiſtance totale eût été compoſée de cette denſité du Milieu auſſi-

* Ceux de 1707. 1708. 1709. 1710. 1711.

bien que d'un certain rapport à la vitesse du Corps.

Un Milieu étant donc supposé d'une densité toûjours inégale, ou pour parler plus geometriquement, tel que le nombre infini de *Couches* infiniment peu épaisses dans lesquelles on peut le concevoir divisé, soient d'une densité toûjours croissante ou décroissante selon quelque ordre que ce soit, il est évident que le mouvement d'un Corps pesant jetté horisontalement dans ce Milieu, outre qu'il sera continuellement mêlé de vertical par l'action de la pesanteur, sera encore toûjours alteré par la Resistance du Milieu proportionnée & à sa differente densité, & à la differente vitesse du Corps. De-là naîtront certaines Courbes selon les differentes hipotheses des densités du Milieu, & du rapport de sa resistance à la vitesse du Corps, car pour la pesanteur on s'en tient ici à l'hipothese de Galilée.

L'Inverse de cette recherche est de supposer une certaine Courbe décrite par le Corps mû, & de chercher quelle a dû être ou la proportion des densités du Milieu, ou celle de la resistance de ce Milieu à la vitesse du Corps, car il faut déterminer l'une de ces deux choses pour chercher l'autre. M. Bomie a entrepris la solution de ce Problême, en supposant que le Milieu resistoit en raison des quarrés de la vitesse du Corps mû, ce qui est l'hipothese la plus communément reçûë, & il cherche quelle a dû être la proportion des densités du nombre infini des Couches du Milieu, afin qu'une certaine Courbe prise ou donnée à volonté ait été décrite. M. Neuton a resolu ce même Problême par des Series infinies, mais M. Bomie a cru y pouvoir réussir par la voye des infiniment petits avec plus de facilité, & même avec plus d'exactitude.

La Densité variable du Milieu étant ici la seule chose inconnuë, il en faut avoir l'expression geometrique non seulement en grandeurs connuës, mais encore en grandeurs qui se puissent tirer de l'Equation de la Courbe donnée, D'un autre côté la resistance du Milieu à chaque instant

eſt ici le produit du quarré de la viteſſe du Corps en cet inſtant par la denſité de la Couche où il ſe trouve, & par conſequent l'expreſſion de la reſiſtance totale du Milieu donnera celle de la denſité.

* p. 86. & ſuiv.

Nous avons démontré aſſés au long en 1711 * tout ce qui appartient à la force acceleratrice, la reſiſtance du Milieu que nous conſiderons en eſt une *retardatrice*, qui a les mêmes proprietés, les changemens neceſſaires de l'une à l'autre étant ſouſentendus. La reſiſtance du Milieu eſt donc une force finie, continuellement appliquée, qui dans un temps infiniment petit retranche de l'eſpace infiniment petit du 1er. genre qui eut été parcouru un eſpace infiniment petit du 2^{d}. dont tout l'effet eſt ce retranchement, & qui par conſequent doit avoir pour expreſſion cet eſpace infiniment petit du 2^{d}. genre diviſé par le quarré d'un temps infiniment petit du 1er. De-là naît une expreſſion de la denſité, mais M. Bomie la change en une autre plus aiſée à appliquer à la Courbe donnée, & qui en renferme le côté infiniment petit, la difference 2de. de deux Ordonnées correſpondantes à ce côté, & leur difference 3me.

Par cette formule generale de la denſité, on voit d'abord que ſi la difference 3me. des Ordonnées de la Courbe eſt nulle, ce qui arrive quand les differences 2des. ſont conſtantes, & les differences 1res. en progreſſion arithmetique, la denſité du Milieu eſt nulle. Or en ſuppoſant dans la Parabole la difference des Abſciſſes conſtante, ce qui eſt la ſuppoſition la plus naturelle pour les Courbes, la difference 3me. des Ordonnées eſt nulle, d'où il ſuit que ſi on ſuppoſe qu'un Corps ait décrit une Parabole, il faut qu'il ſe ſoit mû dans le Vuide, à prendre la choſe dans l'exactitude geometrique, & que puiſque les experiences répondent ſi-bien à la ſuppoſition qu'un Boulet de Canon décrive une Parabole dans l'Air, il faut que la denſité de l'Air ſoit en ce cas-là phiſiquement nulle, c'eſt-à-dire, ne faſſe au mouvement du Boulet qu'une reſiſtance inſenſible.

Si on veut qu'un Corps ait décrit un quart de Cercle, M. Bomie trouve que la densité des Couches du Milieu correspondantes à chaque point de cette Courbe a toûjours dû être comme la Tangente de chacun de ces points tirée jusqu'à une perpendiculaire ou verticale qui passe par l'origine ou sommet du Quart de Cercle. Par consequent la densité aura dû être nulle à cette origine, & infinie à l'extremité, ce qui étant absolument impossible dans la nature, sur-tout la densité infinie, il est impossible qu'un Corps jetté horisontalement dans quelque milieu que ce soit décrive un Quart de Cercle, ni une Courbe qui en approche beaucoup.

Pour décrire une Hiperbole, il faudroit au contraire que les densités fussent en raison renversées des Tangentes, & comme la Tangente seroit finie à l'origine de l'Hiperbole & infinie à l'extremité, la densité du Milieu devroit être infinie dans la Couche où le Corps commenceroit à se mouvoir, & finie dans la derniere. Il est necessaire dans ces sortes de recherches d'avoir la précision géometrique, pour voir si la Phisique y peut arriver, & pour juger combien elle s'en écartera.

NOus renvoyons entierement aux Memoires

Les Quadratures circulaires de M. Saulmon. V. les M. p. 56.

Les Cubatures Spheriques de M. de Lagny. V. les M. p. 409.

Et la Comparaison de l'ancien Pied Romain & de celui de Paris par M. de la Hire. V. les M. p. 394.



ASTRONOMIE

SUR LE RETOUR D'UNE TACHE DE JUPITER, ET SUR UNE TACHE D'UN DE SES SATELLITES.

V. les M. p. 23.
* p. 90. & suiv.

NOUS avons parlé en 1708 * d'une Tache considerable de Jupiter qui est fixe & passagere tout ensemble. Elle paroît, & puis disparoît pendant des temps ordinairement plus longs que ceux de son apparition, mais tant qu'elle paroît, elle est attachée à un même endroit du disque de Jupiter, à une certaine Bande passagere aussi, mais sans laquelle elle n'a jamais été veüe, quoi-que la Bande soit veüe quelquefois sans la Tache. Cette Tache est si fixe quand on la voit, qu'elle a donné lieu à feu M. Cassini de déterminer précisément que la révolution de Jupiter sur son axe est de $9^h\ 56'$.

Après avoir paru en 1708 elle fut invisible pendant 5 ans. En 1713 M. Maraldi vit se former la Bande, à laquelle cette Tache tient toûjours, il espera de-là qu'elle reparoîtroit, & en effet elle reparut, & de sa grandeur ordinaire, & à la même distance du centre apparent de Jupiter.

Un Astronome ne pouvoit pas manquer cette occasion de verifier la durée de la révolution de Jupiter sur son axe. M. Maraldi prit pour cette recherche les observations les plus éloignées qu'il avoit pû faire en 1713 de l'arrivée de la Tache au milieu du disque de Jupiter, car on sçait que

que plus le nombre des révolutions dont on tire la révolution moyenne eſt grand, plus la révolution moyenne eſt juſte. Mais comme dans cette détermination il y a certaines attentions particulieres à apporter, qui ne ſont bien connuës que des Aſtronomes, nous allons les expliquer ici.

Je ſuppoſe qu'une Planete quelconque, comme Jupiter tourne toûjours également ſur ſon axe, avec une Tache viſible ſur ſon globe, & ſoit placée ſur la circonference d'un Cercle au centre duquel ſoit un Obſervateur. Si Jupiter ne ſe meut point ſur la circonference de ſon Cercle, l'Obſervateur verra la Tache fixe revenir toûjours au milieu du diſque de Jupiter après des temps exactement égaux, au bout de 10 heures, par exemple. Mais ſi Jupiter ſe meut ſur la circonference de ſon Cercle, ce ne ſera plus la même choſe. Suppoſons que ſa révolution ſur ſon axe ſoit d'Occident en Orient, & ſon mouvement ſur ſon Cercle en même ſens, il eſt clair, 1°. Que parce que Jupiter s'eſt mû ſur ſon Cercle, ce qui, dans un certain moment étoit pour l'Obſervateur le milieu de ſon diſque, ne l'eſt plus au bout de 10 heures. 2°. Que parce que Jupiter s'eſt mû ſur ſon Cercle en même ſens qu'il a tourné ſur ſon axe, la Tache qui dans la premiere ſituation de Jupiter étoit au milieu de ſon diſque apparent, n'y revient qu'après plus de 10 heures.

Ce 2d. point ſe concevra avec plus de facilité, ſi l'on prend un cas équivalent, qui eſt que l'Obſervateur ſe meuve ſur la circonference du Cercle d'Occident en Orient, & que Jupiter ſoit au centre où il tourne en même ſens ſur ſon axe. C'eſt-là préciſément ce qui fait que le Soleil qui réellement tourne ſur ſon axe en 25 jours, ne nous paroît tourner qu'en 27 . Le mouvement qu'a la Terre autour de lui dans le même ſens dont il tourne autour de ſon axe, eſt cauſe que ce qui étoit aujourd'hui pour nous le milieu de ſon diſque ne revient pas à l'être au bout de 25 jours, mais plus tard, & qu'ainſi ſa révolu-

tion apparente sur son axe est plus longue que la veritable.

En reprenant la supposition de l'Observateur placé au centre du mouvement circulaire de Jupiter, qui en même temps tourne sur son axe en 10 heures, Jupiter paroîtra donc tourner en plus de 10 heures, & la difference entre la révolution apparente & la vraye sera d'autant plus grande, que le mouvement de Jupiter sur son Cercle sera plus grand, puisque si ce mouvement eût été nul, la difference des deux révolutions eût été nulle aussi.

De-là il suit necessairement que si le mouvement circulaire de Jupiter est inégal, il faut tenir compte de cette inégalité. Or il est bien certain que ce mouvement est réellement inégal pour un Observateur placé dans le Soleil, centre du mouvement circulaire de Jupiter, car toutes les Planetes se meuvent dans des Cercles excentriques au Soleil, ou plustôt dans des Ellipses dont le Soleil est un des foyers.

Mais de plus l'Observateur n'est pas dans le Soleil, il est sur la Terre, ce qui ajoûte à l'inégalité réelle du mouvement circulaire ou plustôt elliptique de Jupiter une inégalité apparente, & par consequent pour trouver la difference des révolutions vrayes & apparentes de Jupiter sur son axe, ou pour démêler les vrayes d'avec les apparentes, il faut tenir compte des deux inégalités du mouvement qu'il a sur son Orbe, qui sont ce qu'on appelle en Astronomie sa premiere & sa seconde inégalité.

Ces principes supposés, M. Maraldi trouva par les révolutions apparentes de la Tache qui reparoissoit, que la vraye révolution moyenne de Jupiter sur son axe étoit de $9^h\ 56'$, précisément telle que feu M. Cassini l'avoit déterminée.

Si l'on suppose cette détermination parfaitement exacte, la Tache reparoissoit bien dans le même parallele à l'égard du centre de Jupiter, ainsi que nous l'avons dit, ou dans la même latitude qu'elle avoit eüe lorsqu'elle avoit paru d'autres fois, mais non dans la même longitude, elle

en avoit changé, & s'étoit avancée vers l'Occidenr de la 10me. partie de la circonference de Jupiter. Si au contraire on ſuppoſe que la Tache fût préciſément dans le même lieu, la détermination de 9. heures 56′ n'eſt pas de la derniere exactitude, mais à peine le défaut peut-il aller à une ſeconde, & il n'y a point de déterminations aſtronomiques qu'on puiſſe garantir juſqu'à ce point-là.

M. Maraldi reconnut par le mouvement de la Tache qu'elle étoit inhérente à la ſurface de Jupiter. Elle alloit plus vîte vers le milieu du diſque que vers les bords, apparence optique que l'on ſçait devoir arriver à un corps qu'on voit ſe mouvoir ſur une circonference où ſon mouvement réel eſt égal. La Tache partant du milieu du diſque de Jupiter parcourut en 49′ le quart de ſon diametre, & l'autre quart en un temps double, autant qu'on le put juger par l'obſervation, qui n'eſt pas auſſi certaine vers les bords que vers le milieu, ce qui eſt conforme aux regles d'Optique, mais M. Maraldi en juge plus ſûrement par le calcul. On ne voit l'hemiſphere apparent de Jupiter que comme une ſurface plate, par conſequent ce que l'on voit comme ſon diametre eſt la circonference d'un de ſes grands Cercles, ce qu'on voit comme ſon demi-diametre, à compter de ſon centre apparent, eſt un Quart de Cercle dont le ſinus eſt le demi-diamettre réel de Jupiter, & en general ce qu'on voit comme des parties du demi-diamettre de Jupiter comptées ou priſes depuis ſon centre apparent, ſont des arcs d'un Quart de Cercle, & elles ſont les Sinus de ces arcs. Donc le quart du diametre ou la moitié du demi-diamettre de Jupiter eſt l'arc dont la moitié du demi diamettre eſt le Sinus, c'eſt-à-dire, l'arc de 30 degrès. Donc quand la Tache a paru parcourir le quart du diametre de Jupiter en partant de ſon centre, elle a parcouru réellement ſur la circonference de Jupiter un arc de 30 degrés, & par conſequent elle a employé le double de 49′ à parcourir réellement les 60 degrés reſtants du Quart de Cercle, ou en apparence la ſeconde moitié du demi-diametre,

On trouve par le même calcul que la révolution de Jupiter sur son axe est précisément de 9 heures 56'. car 49'. en font la 12me. partie, comme 30 degrés le sont de la circonference entiere.

Par la même raison d'Optique qu'une Tache inherente paroit aller plus vîte vers le milieu du disque que vers les bords, elle paroît aussi en même temps plus grande, & ces deux marques ont toûjours concouru à faire reconnoître pour inherente celle dont il s'agit.

Tandis qu'elle paroissoit, & que M. Maraldi la suivoit avec toute l'application possible, il vit la nuit du 12 Septembre 1713. un spectacle fort curieux, deux autres Taches nouvelles sur le disque de Jupiter. Elles étoient rondes & noires, avoient des mouvemens parfaitement égaux entre eux, & ne paroissoient avoir ni plus de vitesse, ni plus de grandeur vers le milieu du disque que vers les bords. De cette derniere circonstance il suit qu'elles n'étoient pas inhérentes au globe de Jupiter, & de la seconde, qu'il y avoit beaucoup d'apparence qu'elles appartenoient à une même cause. En effet l'une étoit l'ombre du 4me. Satellite qui se jettoit sur Jupiter, & l'autre étoit une Tache de ce même Satellite, qui passant alors entre Jupiter & la Terre, & ayant cette Tache dans l'hemisphere tourné vers nous, ne pouvoit paroître à nos yeux que par cette partie noire, & non par sa partie lumineuse, confonduë dans la lumiere du disque de Jupiter. Nous avons expliqué en 1707 * ce qui regarde les Ombres des Satellites, & les rencontres où nous pouvons appercevoir leurs Taches. Ceci n'en est qu'une suite.

* p. 92 & suiv.

Pendant que les deux Taches paroissoient, le 4me. Satellite étoit situé de sorte, que deux lignes tirées à ce Satellite, l'une du Soleil, l'autre de la Terre, tomboient toutes deux sur Jupiter, mais à quelque distance l'une de l'autre. La 1re. alloit à l'ombre du Satellitte, & déterminoit sa conjonction avec Jupiter à l'égard du Soleil, l'autre alloit à la Tache du Satellite, ou au Satellite vû sur le disque de

Jupiter, & déterminoit sa conjonction avec Jupiter à l'égard de la Terre. On sçait par le calcul astronomique quelle doit être la difference de ces deux conjonctions pour toutes les configurations que peuvent avoir entre eux le Soleil, la Terre, Jupiter & le Satellite, & M. Maraldi trouva que cette difference répondoit juste à l'observation.

Il est clair que la difference des deux conjonctions devoit être tant en longitude qu'en latitude, c'est-à-dire, que des deux lignes tirées au Satellite, l'une du Soleil, l'autre de la Terre, l'une devoit être en même temps sur le disque de Jupiter & plus Orientale ou Occidentale, & plus Septemtrionale ou Meridionale que l'autre. L'ombre étoit plus Orientale que la Tache ou le Satellite, & le Satellite & l'Ombre étant tous deux dans l'hemisphere meridional de Jupiter, le Satellite y étoit plus meridional.

M. Maraldi observa que le Satellite qui étoit plongé dans les rayons de Jupiter, & par consequent invisible par sa partie claire, n'employa à se dégager & à redevenir visible que la moitié du temps qu'il auroit dû y employer selon son mouvement que l'on connoît. De-là il conclut avec une extrême vrai-semblance que la Tache occupoit à peu-près la moitié de son disque apparent; étenduë trés considerable, & qui rend bien raison des inegalités de grandeur qu'on remarque dans ce Satellite en d'autres situations. Nous en avons parlé dans l'endroit cité de 1707.

SUR LES REFRACTIONS ASTRONOMIQUES

NOUS avons assés parlé dans les Volumes précedents de l'importance dont il est dans l'Astronomie de connoître les refractions des Astres, mais nous n'avons presque encore rien dit de la maniere de les connoître. C'est ce que nous allons expliquer d'aprés M. Cassini. V. les M. p. 33.

Comme les refractions s'étendent depuis l'Horison jusqu'au Zenit, ce que feu M. Cassini a découvert le premier, & qu'elles vont en décroissant depuis la refraction horisontale, qui est la plus grande de toutes, jusqu'à la verticale, qui est nulle, il faudroit avoir par observation toutes les refractions de degré en degré, & même pour plus de sûreté & d'exactitude les avoir dans de moindres intervalles, comme de 10 Minutes en 10 Minutes.

La maniere de trouver par observation la refraction qui convient à un degré quelconque, est d'observer la hauteur apparente d'un Astre, du Soleil, par exemple, & d'avoir exactement l'heure où se fait l'observation. On trouve ensuite geometriquement & par calcul quelle doit être la hauteur veritable du Soleil à cette heure-là, & comme la hauteur apparente observée a été trouvée plus grande, la difference des deux est la refraction qui appartient au degré où est le Soleil par rapport à l'horison, c'est-à-dire, la quantité dont il paroît à ce degré-là plus élevé qu'il ne l'est réellement.

Afin que la difference de la hauteur veritable & de l'apparente soit plus sensible, & par consequent la quantité de la refraction plus exacte, il est bon d'observer le Soleil à une petite hauteur. Mais par la même raison il est presque impossible d'avoir par observation avec exactitude les refractions des grandes hauteurs, & de plus ce seroit un travail presque infini de les chercher ainsi toutes.

Feu M. Cassini s'appliqua donc à trouver une methode par le moyen de laquelle on pût déterminer toutes les refractions, quand on en auroit quelques-unes d'observées. On suppose d'abord qu'un rayon aprés s'être rompu à l'entrée de la matiere *refractive*, quelle qu'elle soit, vienne à l'œil en ligne droite.

Il est visible que tout se réduit à calculer des angles. Il y en a deux dont la connoissance est absolument necessaire, celui d'Incidence & celui de Refraction. L'angle d'incidence est celui que le rayon arrivé à un point de

la ſurface de la matiere refractive fait avec une perpendiculaire tirée par ce point à cette ſurface, & en ſuppoſant, comme il eſt naturel & preſque neceſſaire que la matiere refractive ſoit concentrique à la Terre ſenſiblement ſpherique, cette perpendiculaire eſt tirée du centre de la Terre au point d'Incidence du rayon. L'angle de refraction eſt celui que le rayon en ſe rompant ou en changeant de direction fait avec la même perpendiculaire, & comme il s'en approche en ſe rompant à cauſe de la denſité de la matiere refractive, l'angle de refraction eſt toûjours moindre que celui d'incidence, & leur difference eſt un troiſiéme angle qu'on peut appeller ſimplement *refraction.* Son ſommet eſt le point d'incidence du rayon, & il eſt compris entre le rayon incident & le rompu, prolongé vers l'objet, par lequel ſeul l'objet eſt veu. Tout ce que l'obſervation immediate peut donner, c'eſt cette refraction, elle ne donne ni l'angle d'incidence, ni celui de refraction.

Il y a un principe en cette matiere, c'eſt qu'à quelque point de la ſurface refractive que les rayons tombent, le ſinus de l'angle d'incidence a toûjours le même rapport au ſinus de l'angle de refraction. De-là il ſuit que ſi on a ces deux angles, & par conſequent leurs ſinus pour un point quelconque, & l'un ou l'autre des deux angles pour un autre point, on a le quatriéme angle, & par conſequent la refraction de ce point-là, puiſqu'elle n'eſt que la difference des angles d'incidence & de refraction, ce qui, comme on voit, donne le moyen de trouver la refraction de tous les points de la ſurface refractive. Mais il faut commencer par avoir l'angle d'incidence & celui de refraction d'un point, & celui d'incidence ou de refraction d'un autre.

Le calcul de ces angles, qui ne ſe peut faire que par Trigonometrie, demande neceſſairement la connoiſſance de la grandeur de quelques-uns des côtés qui forment les Triangles où ils entrent, & parmi ces côtés les deux prin-

cipaux ſont, l'un le demi-diamettre de la Terre qui eſt connu, & l'autre la perpendiculaire tirée du centre de la Terre juſqu'à la ſurface exterieure de la matiere refractive; cette perpendiculaire eſt le demi-diametre de la Terre, plus la hauteur de la matiere refractive au-deſſus de la Terre. Or cette hauteur eſt inconnuë, & il faut la découvrir.

Les refractions, qui ſont les ſeules grandeurs que l'on ait par obſervation immediate, n'étant que les differences des angles d'incidence & de refraction, elles peuvent en demeurant les mêmes être les differences d'une infinité d'angles d'incidence & de refraction qui ſeront differents & auront differents rapports. Ainſi de-là préciſément on ne tire rien. Par exemple, la refraction horiſontale ayant été obſervée de 32′ 20″, on peut ſuppoſer une infinité de differents angles d'incidence & de refraction, dont 32′ 20″ ſeront la difference, & il faut remarquer que plus on ſuppoſera l'angle horiſontal d'incidence petit, plus la perpendiculaire qui ſera un des côtés de cet angle ſera longue, & par conſequent plus la hauteur de la matiere refractive ſera grande, & au contraire.

Mais ſi l'on a une ſeconde refraction, par exemple, de 5′ 28″ obſervée à 10 degrés d'élevation ſur l'horiſon, on a par cet arc de 10 degrés connu une nouvelle détermination, qui donne de nouveaux angles, & d'où l'on peut conclure la hauteur de la matiere refractive.

C'eſt la denſité de cette matiere qui fait que la refraction horiſontale eſt de 32′ 20″, & en general que les ſinus d'incidence ont un certain rapport déterminé & conſtant aux ſinus de refraction, mais c'eſt la hauteur de cette même matiere qui fait qu'une certaine refraction appartient à un certain degré d'élevation ſur l'horiſon, & non à un autre, car ſelon que cette hauteur ſera plus ou moins grande, le même rayon faiſant un certain angle avec l'horiſon, arrivera ou n'arrivera pas à un certain point

point déterminé de la surface de la Terre, ou à nôtre œil, ce qu'il est aisé de voir.

Il faut donc deux refractions observées à deux differents degrés d'élevation sur l'horison, comme celle de 32′ 20″ & celle de 5′ 28″, pour déterminer géometriquement la hauteur de la matiere refractive, mais cette voye quoique directe & la plus naturelle, est extremement longue & difficile, & M. Cassini en prend une autre. Sur la refraction horisontale de 32′ 20″, & sur celle de 5′ 28″ à 10 degrès, il cherche en tâtonnant, ou estime à peu-près quelle doit être la hauteur de la matiere refractive qui les donne, & comme il trouve que cette hauteur étant supposée de 2000 Toises, les deux refractions viennent juste, il en conclut que la hauteur de la matiere refractive est de 2000 Toises, aprés quoi on peut calculer les angles d'incidence & de refraction pour tous les dégrés, & par consequent les refractions qui leur conviennent.

Cette hauteur de 2000 Toises, qui n'est pas d'une Lieuë, est beaucoup plus petite que celle de 6 lieuës $\frac{1}{2}$ que donnent à l'Atmosphere ceux qui lui donnent le moins, comme M[rs]. Cassini & Maraldi *, car il y en a d'autres qui vont jusqu'à 18 ou 20. L'Atmosphere ne seroit donc refractive que dans une petite partie de son étenduë, & dans ses couches les plus basses, ou, si l'on veut la matiere refractive seroit differente de l'Atmosphere.

* V. l'Hist. de 1703. p. 11. & suiv.

Mais l'hipothese d'où l'on tire cette hauteur de 2000 Toises est que le rayon rompu vienne à l'œil en ligne droite, & l'hipothese peut fort bien n'être pas vraye. Il est possible que la matiere refractive soit uniforme & homogene, mais il y a plus d'apparence que sa densité est inégale, & augmente toûjours en approchant de la Terre, & alors le rayon rompu décrit une Courbe, & la ligne par laquelle nous voyons l'Astre est une Tangente de cette Courbe. Mais quelle est-elle!

On ne le peut trouver qu'en faisant une hipothese sur

la variation inconnuë de la densité de la matiere refractive. M. Cassini fait l'hipothese la plus simple qu'il soit possible, c'est que la densité croisse toûjours également à chaque couche infiniment peu épaisse de la matiere, c'est-à-dire, comme les nombres naturels 1, 2, 3, &c. De-là il suit que le rayon rompu se détourne toûjours également, & comme à chaque pas infiniment petit qu'il fait il est le côté de la Courbe qui se décrit, cette Courbe est toute composée de côtés qui se détournent également, ou qui font des angles de contingence égaux, & par consequent elle est Circulaire, puisque le Cercle seul a cette uniformité de Courbure.

En prenant donc pour un arc de Cercle la Courbe décrite par le rayon rompû, & la refraction horisontale étant toûjours de 32′ 20″, M. Cassini trouve la hauteur de la matiere refractive prés de 3 fois & demi plus grande que quand le rayon étoit supposé s'étendre en ligne droite, & cette hauteur est encore fort éloignée de la moindre qu'on donne à l'Atmosphere. Il enseigne à calculer sur le pied de cette hauteur les refractions qui doivent appartenir à chaque degré d'élevation de l'Astre sur l'horison. On trouve pour 10 degrés 5′ 24″, à 4 secondes près de la refraction de 5′ 28″ qu'on suppose observée, ce qui prouve que l'hipothese circulaire s'éloige peu du vrai.

M. Cassini essaye la même Methode sur deux autres hipotheses, qui toutes deux font décrire au rayon rompu une ligne Parabolique, toute la difference est que dans la 1re. le sommet de la Parabole est au point où le rayon entre dans la matiere refractive, & que dans la 2de. ce sommet est au point où l'œil est supposé. Il resulte presque absolument les mêmes choses de l'une que de l'autre, & même que de l'hipothese circulaire, ce qui donne un grand avantage à celle-ci, qui d'ailleurs est la plus simple & la plus aisée pour le calcul.

On a vû en 1702 * que M. de la Hire avoit trouvé que la Courbe décrite par le rayon rompu étoit une Cy-

* p. 54 & suiv.

cloïde, & cela, aprés avoir prouvé que les densités de l'Atmosphere, qu'il consideroit comme seule matiere refractive, étoient en même raison que les racines quarrées des hauteurs correspondantes, au lieu que M. Cassini dans l'hipothese circulaire les suppose en raison des hauteurs mêmes. Mais M. de la Hire ne s'étoit pas assujetti à une Courbe dont le calcul donnât à certains dégrés certaines refractions observées, & M. Cassini s'y est assujetti.

Il trouve que les calculs de son hipothese circulaire répondent assés juste aux observations, & beaucoup mieux que ceux de l'hipothese rectiligne, ou du rayon rompu en ligne droite, ce qui n'est pas surprenant. Mais en même temps il ne dissimule pas que ses calculs sont quelquefois démentis. Il arrive, sur-tout en Hiver, que les refractions observées vers l'horison sont plus grandes que celles de sa Table, assés souvent ensuite elles deviennent plus petites, aprés quoi à de plus grandes hauteurs elles se remettent d'accord avec la Table. La cause de ces irregularités ne paroît pas fort cachée. Le peu de mouvement que les vapeurs grossieres ont en Hiver, principalement le matin & le soir, les tient moins élevées au dessus de la Terre, & rassemblées dans un espace beaucoup moindre que celui où un plus grand mouvement les auroit répanduës. La partie de cet espace qu'elles n'occupent point est plus nette, & par-là moins refractive qu'elle n'eut été dans une autre saison. Le haut de la matiere refractive est plus égal en tout temps.

Il faudroit donc differentes Tables de refraction pour les differentes saisons, & même pour les differentes temperatures de l'air, comme nous avons dit ailleurs qu'il en faudroit pour les differents climats. M. Cassini travaille à rassembler assés d'observations pour établir quelque sorte de regle. Quel travail, & quelle opiniâtreté de travail pour surmonter l'erreur continuelle où la Nature nous met sur le lieu veritable des Astres ! Il faut presque surmonter en dépit d'elle l'illusion qu'elle nous fait.

SUR L'EQUINOXE DU PRINTEMPS DE M. DCCXIV.

CE ſont principalement les hauteurs Meridiennes du Soleil, obſervées exactement chaque jour, & dégagées des Refractions & de la Parallaxe, qui donnent des point fixes de ſon cours, ſur leſquels on calcule le reſte. De l'obſervation de ces hauteurs dans deux Solſtices M. le Chevalier de Louville a conclu la diſtance des Tropiques entre eux, de cette diſtance la hauteur de l'Equateur ſur nôtre Horiſon, & de cette hauteur le moment de l'Equinoxe du Printemps de cette année. Ce qui reſulte de plus remarquable de ſon obſervation eſt qu'il trouve l'obliquité de l'Ecliptique de 23° 28′ 41″, au lieu que Mrs. Caſſini & de la Hire l'établiſſent conſtamment de 23° 29′.

Peu d'obſervations ne ſuffiroient pas pour la changer, mais ici il y a cela de particulier que M. de Louville, en rapportant l'hiſtoire de la détermination de cette obliquité faite par tous les Aſtronomes dont on a connoiſſance, trouve qu'elle a toûjours été en diminuant. De-là lui vient le ſoupçon que l'obliquité de l'Ecliptique pourroit avoir effectivement diminué depuis les plus anciens Aſtronomes juſqu'à nous, & diminuer encore depuis qu'on l'a fixée à 23° 29′.

On pourroit répondre que les meſures des Anciens, ſans que l'on ſçache trop pourquoi, ont ordinairement péché par excés, la Terre par exemple n'a jamais été ſi petite qu'elle eſt aujourd'hui, mais M. de Louville prétend qu'à l'égard de l'obliquité de l'Ecliptique il auroit dû arriver le contraire. Les Anciens ignoroient les Refractions, elles élevent l'un & l'autre Tropique, mais plus celui du Capricorne, parce qu'il eſt le plus bas, par conſequent elles le

rapprochoient de celui de Cancer, & les Anciens trouvoient la distance de ces deux Tropiques moindre que nous ne la trouvons. La moitié de cette distance qui mesure l'obliquité de l'Ecliptique a donc dû être moindre pour eux.

Quoi-que la Phisique fût fort favorable aux variations, même les plus grandes, des mouvements celestes & des angles des Cercles ou Orbites, l'Astronomie y est d'ailleurs si contraire, qu'on ne peut les recevoir sans de fortes preuves. Cette uniformité si constante devient un des plus difficiles Problêmes de la Phisique.

SUR L'OBSERVATION DES SOLSTICES.

IL est aussi difficile qu'important en Astronomie d'avoir la veritable hauteur des Tropiques, ou, ce qui est la même chose, les hauteurs solsticiales du Soleil. La cause de la difficulté est le peu de difference des hauteurs meridiennes du Soleil plusieurs jours avant & aprés les Solstices. Il n'y a que des Instruments bien justes & bien fins qui puissent sentir cette legere difference, elle échappe aux petits Quarts de Cercle, les grands ne peuvent guere être assés grands, & en même temps maniables, de grands Gnomons, tels que celui de S. Petrone de Boulogne *, le plus grand qui ait jamais été, ont cet inconvenient, que l'extrêmité de l'image du Soleil, qui y est fort grande, est douteuse. Cependant on auroit besoin d'une entiere précision.

V. les M. p. 239.

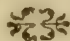
* V. l'Hist. de 1712. p. 87. & 88.

M. Delisle le cadet a esperé la trouver par une autre methode. Elle consiste à diriger vers le Soleil au temps des Solstices dans le plan du Meridien l'axe d'un Verre objectif, & à recevoir sur un plan l'image du Soleil formée par ce Verre. Cette image est nette & bien terminée,

comme toutes celles qui ſont formées de cette maniere : elle eſt d'autant plus grande que le foyer de l'Objectif eſt plus long, & pour être plus grande elle n'en eſt preſque pas moins nette, & en même temps plus elle eſt grande, plus le chemin que ſon extrêmité a fait d'un Midi à l'autre eſt ſenſible, & par conſequent auſſi les differences des hauteurs Meridiennes du Soleil. On a le même avantage que ſi elles étoient obſervées avec un Quart de Cercle dont le rayon fût égal à la longueur du foyer de l'Objectif. Or on peut aiſément avoir un Objectif de 50 pieds, mais non pas un Quart de Cercle de ce rayon.

On peut encore augmenter cet avantage en ajoûtant à l'Objectif un Oculaire qui ait ſon foyer le plus court qu'il ſe puiſſe, & dont le foyer concoure avec celui de l'Objectif, car l'image eſt d'autant plus grande que le foyer de l'Objectif eſt plus long, & celui de l'Oculaire plus court, & cela par la même raiſon que plus un objet eſt grand, & plus il eſt vû de près, plus on le voit grand. L'image de l'objet formée au foyer de l'Objectif devient ici l'objet même, & la diſtance où eſt l'Oculaire de ſon foyer, qui eſt le même que celui de l'Objectif, devient la diſtance d'où l'objet eſt veû.

Il faut donc alors regarder l'image du Soleil au travers de l'Oculaire, & pour meſurer ſes differentes élevations, dont les differences ſont augmentées comme l'image, on ſe ſert du Micrometre, placé au foyer commun des deux Verres. L'uſage de cet Inſtrument eſt connu de tous les Aſtronomes, & nous laiſſons à M. Deliſle un plus grand détail de la pratique.



SUR LES SATELLITES DE SATURNE.

V. les M. p. 361.

LES Auteurs du Septentrion, qui ont voulu prouver les grands avantages de leurs climats ſur des climats plus chauds, auroient pû ſe ſervir de l'exemple de Saturne, qui quoi-qu'il ſoit la moins éclairée, la plus froide, & par là, pour ainſi-dire, la plus Septentrionale des Planetes du Tourbillon du Soleil, en eſt la plus conſiderable. Il eſt l'une des deux qui ſont ſans comparaiſon les plus groſſes, il a plus de Satellites qu'aucune autre, & de plus, ce merveilleux Anneau, qui eſt une ſingularité unique dans tout le Ciel connu. Comme il eſt eſſentiel pour toute la Theorie de cette Planete de bien entendre les phénoménes de l'Anneau, nous les allons expliquer dans tout le détail neceſſaire.

Le ſyſtême de Copernic étant ſuppoſé, on ſçait que ce qui fait que le Soleil paroît décrire aujourd'hui par ſon mouvement diurne un certain Parallele, c'eſt qu'une ligne tirée du centre du Soleil au centre de la Terre, & qui par conſequent eſt dans le plan de l'Ecliptique, rencontre la ſurface de la Terre en un certain point, qui ſe meut parallelement à l'Equateur par le mouvement diurne de 24 heures, d'où il ſuit que cette ligne conçuë comme immobile trace en 24 heures ſur la ſurface de la Terre un cercle parallele à l'Equateur, ou que l'on voit le Soleil décrire dans le Ciel un Parallele correſpondant à ce Parallele terreſtre. Quant au deſſein preſent, le mouvement diurne de la Terre ſur ſon Axe eſt inutile, il n'y a que ſon mouvement annuel ſur ſon Orbe à conſiderer.

Au Solſtice d'Eté, par exemple, le point, que la ligne menée du centre du Soleil à celui de la terre, rencontre ſur la ſurface de la Terre, eſt un des points du Tropique de Cancer. Je ſuppoſe que je ſois dans le Soleil. L'Hemiſphere éclairé du Globe de la Terre, qui ne me paroîtra

plus que comme un diſque, aura donc pour ſon centre apparent un des points du Tropique de Cancer. Alors ſi l'Equateur de la Terre étoit un Cercle réellement tracé ſur ſa ſurface, & reconnoiſſable, je le verrois au deſſous du centre apparent, & de plus je le verrois comme une demi-Ellipſe, dont la plus grande diſtance au centre apparent, ou le petit demi-diamettre ſeroit un arc de 23 degrés $\frac{1}{2}$, ou pluſtôt le ſinus de cet arc, puiſque l'arc n'eſt vû que comme une ligne droite.

A l'Equinoxe d'Automne, le centre apparent de la Terre veüë du Soleil ſera un des points de l'Equateur terreſtre, & par conſéquent je verrois cet Equateur comme une ligne droite, qui paſſant par le centre du diſque de la Terre le couperoit en deux parties égales. Par-là, il eſt aiſé de ſe répreſenter que depuis le Solſtice juſqu'à l'Equinoxe, la demi-Ellipſe qui étoit l'apparence de l'Equateur s'eſt toûjours ſerrée & rétrécie juſqu'à ce qu'enfin elle ſoit devenuë ligne droite.

En un mot, lorſqu'on voit de loin une demi-circonference de Cercle, & qu'on la rapporte ſur une ſurface plate, elle y paroît une ligne droite, ſi l'œil eſt dans le plan prolongé du Cercle dont elle eſt la demi-circonference, & ſi l'œil n'eſt plus dans ce plan, elle paroît une demi-Ellipſe, qui eſt dans un plan au deſſus ou au deſſous de l'œil, & une demi-Ellipſe plus ou moins ouverte, ſelon que l'œil eſt plus ou moins au deſſus ou au deſſous de ce plan.

Si l'on conçoit que la Terre paſſe de l'Equinoxe d'Automne au Solſtice d'Hiver, la demi-Ellipſe ſe rouvrira & s'élargira toûjours de plus en plus, mais elle ſera au deſſus du centre apparent du diſque de la Terre, au lieu qu'elle étoit au deſſous. Du Solſtice d'Hiver à l'Equinoxe du Printemps, elle ſe reſſerrera toûjours, étant encore au deſſus du centre apparent, & elle ne paſſera au deſſous qu'après l'Equinoxe du Printemps.

Il eſt clair que ſi, tout le reſte étant égal, l'angle de l'Equateur

l'Equateur terreſtre avec l'Ecliptique étoit plus ou moins grand que de 23° $\frac{1}{2}$, les Ellipſes ſeroient plus ou moins ouvertes, car leur petit demi-diametre, qui dans les Solſtices eſt toûjours de la grandeur du ſinus de l'arc qui meſure cet angle, deviendroit plus ou moins grand, leur grand diametre, qui eſt toûjours celui du diſque apparent, demeurant le même. Elles changeroient même d'eſpece par cette raiſon.

Toutes les differentes apparences de l'Equateur terreſtre veû du Soleil, dépendroient donc 1°. de la grandeur de l'angle de cet Equateur avec l'Ecliptique, 2°. de la ſituation où ſeroit la Terre ſur ſon orbe annuel par rapport aux points des Equinoxes, c'eſt-à-dire, aux interſections de l'Equateur & de l'Ecliptique.

Tout cela va s'appliquer de ſoi-même à Saturne. Il eſt environné d'un grand Anneau, dont le demi-diamettre, à conter du centre de Saturne, eſt à celui du Globe de la Planete, comme 9 à 4, d'où il ſuit que l'eſpace compris entre la ſurface de Saturne & l'extremité de l'anneau eſt 5. La largeur de l'Anneau tient la moitié de cet eſpace, & il ne reſte que 2 $\frac{1}{2}$ de vuide entre la ſurface de Saturne & la circonference inferieure de l'Anneau. Quant à ſon épaiſſeur, elle eſt fort petite par rapport à ſes autres dimenſions. Pour réduire tous les rapports que nous venons de donner en grandeurs abſoluës, il n'y a qu'à ſçavoir que le diametre de Saturne eſt prés de 10 fois plus grand que celui de la Terre, & par conſequent de prés de 30000. lieuës.

L'Anneau de Saturne paſſe pour être ſon Equateur, ou dans le plan de ſon Equateur, & quand cela ne ſeroit pas, c'eſt toûjours un grand Cercle de Saturne, ce qui revient au même pour les apparences dont il s'agit. Si cet Anneau eſt incliné comme il l'eſt en effet au plan de l'Orbite que Saturne décrit autour du Soleil en ſa revolution de 30 ans, c'eſt-à-dire, à l'Ecliptique de Saturne, un ſpectateur placé dans le Soleil lui verra donc les mêmes

variations d'apparences qu'il auroit veûës à l'Equateur de la Terre. Il le verra comme une Ellipse d'autant plus ouverte que l'angle d'inclinaison de l'Anneau sur le plan de l'Orbite de Saturne sera plus grand, & de plus que Saturne sera dans un point de son Orbe plus éloigné des deux points où se font les intersections de l'Anneau & de l'Orbite de Saturne. Quand l'Anneau sera dans l'une ou l'autre de ces intersections, ce qui sera un Equinoxe pour Saturne, si l'Anneau est son Equateur, il ne sera plus qu'une ligne droite qui sera un demi-diametre de Saturne, &c.

Mais il faut remarquer que dans ces Equinoxes de Saturne on ne verra point réellement l'Anneau, parce que sa lumiere se confondra avec celle du disque de la Planete, contre laquelle il est alors appliqué. Il est vrai que cette raison n'empêcheroit pas qu'on ne vît les deux extremités de sa demi circonference qui deborderoient Saturne, mais ce qui l'empêche, c'est qu'on ne peut voir, pour ainsi dire, que le dos de la lame, qui est trop mince pour être veüe de si loin. Saturne paroîtra donc alors tout rond, à la maniere des autres Planetes.

Mais dès que l'Equinoxe sera passé, & que par consequent l'œil ne sera pas plus dans le plan de l'Anneau, on verra, non pas encore l'Anneau, qui ne presente pas assés de largeur, mais son ombre qui traversera le disque de Saturne, comme un diametre, & dès que les extremités de l'Anneau qui débordent Saturne presenteront assés de largeur, on les verra à deux extremités opposées du disque, comme deux Anses, sans voir encore l'Anneau qui ne sera pas assés dégagé de la lumiere de Saturne. Enfin il recommencera à paroitre en forme de demi-Ellipse, qui jusqu'au Solstice de Saturne s'ouvrira toûjours de plus en plus, ou s'éloignera du centre apparent, ou plustôt d'un diametre horisontal tiré sur le disque de Saturne par ce centre, & qui déterminera une moitié superieure ou *Septentrionale*, & une inferieure ou *Meri-*

dionale. L'anneau qui ſera au deſſus ou au deſſous de ce diametre aura donc par rapport au diſque de la Planete une déclinaiſon Septentrionale ou Meridionale. D'un Equinoxe de Saturne à l'autre, la déclinaiſon de l'Anneau ſera toûjours du même côté, mais du ſecond Equinoxe au troiſiéme elle ſera du côté oppoſé.

Tous ces phénoménes ſont rapportés au Soleil, & nous ſommes ſur la Terre, mais cette difference de point de veûë ne change rien à leur égard. Au lieu de prendre l'inclinaiſon de l'Anneau ſur l'Orbite de Saturne autour du Soleil, il faut la prendre ſur l'Orbite de la Terre qui eſt l'Ecliptique. Elle y eſt de 31 degrés, ce qui doit cauſer à notre égard une élevation ou abaiſſement de l'Anneau aſſés conſiderable. Il eſt vrai auſſi qu'alors les temps où l'Anneau n'eſt qu'une ligne droite ne ſont pas ceux des Equinoxes de Saturne, mais ceux où l'Anneau eſt arrivé aux points de ſon interſection avec nôtre Ecliptique, qui ſont preſentement au 21 degré de la Vierge & des Poiſſons Il ſe trouve que la difference de ces temps eſt même fort legere, parce que l'Orbite de Saturne autour du Soleil & la nôtre, ou l'Ecliptique different peu. Elles ne font entr'elles qu'une angle de 2°. 30′.

Voilà le ſiſtême de l'Anneau de Saturne. Il a paru juſqu'à preſent que ſes 5 Satellites, dont nous avons parlé en 1705 *, faiſoient leurs revolutions autour de cette Planete dans le plan de l'anneau prolongé. Par conſequent leurs Orbites autour de Saturne ont la même inclinaiſon de 31°. ſur nôtre Ecliptique, les interſections ou nœuds de ces Orbites avec l'Ecliptique ſont aux mêmes points, quand l'Anneau eſt en ligne droite ou en Ellipſe, leur cours apparent a la même forme, &c.

* p. 117.

M. Caſſini prévenu de cette penſée fit en cette année 1714 une obſervation qui le ſurprit. Saturne devoit être retrograde depuis le commencement de Janvier juſqu'au commencement de Mai, & par conſequent plus proche de la Terre, & plus aiſé à obſerver. Il étoit dans la Vierge, &

l'arc de sa retrogadation devoit être depuis 11° 26′ de ce signe jusqu'à 4° 3′ A la fin de Mars & au commencement d'Avril qu'il étoit dans le 5me. degré de la Vierge, M. Cassini le vit avec son Anneau, & ses 4 premiers Satellites. L'anneau étoit une demi-Ellipse fort étroite, parce que Saturne n'étoit guere éloigné du 21 de la Vierge, où est le nœud de son Anneau avec l'Ecliptique, & où cet Anneau n'est qu'une ligne droite. La demi-Ellipse qu'il formoit aux yeux avoit à l'égard du centre apparent de Saturne une déclinaison Septentrionale, & par consequent l'autre moitié de l'Anneau cachée par le globe de Saturne, avoit une déclinaison meridionale. On appelle aussi la moitié visible de l'Anneau l'*inferieure*, parce qu'elle l'est en effet par rapport à nous, & l'invisible la *superieure*. Les Orbites des 4. Satellites paroissoient des Ellipses semblables à celle de l'Anneau. Les Satellites qui étoient dans la partie inferieure de leur Orbite, avoient, comme la moitié inferieure de l'Anneau, une déclinaison Septentrionale à l'égard de Saturne, & ceux qui étoient dans la partie superieure en avoient une meridionale. On sçait qu'il est aisé de reconnoître dans laquelle de ces deux parties ils sont, parce que dans l'inferieure ils vont d'Occident en Orient, & dans l'inferieure d'Orient en Occident. Jusque là tout étoit conforme à l'hipothese que les Orbites des Satellites sont dans le plan de l'Anneau.

M. Cassini vint à voir aussi le 5me. Satellite, & même il les vit deux jours de suite tous 5 ensemble, ce qui est rare & heureux. Mais comme le 5me. qui avoit été jusque là dans la partie inferieure de son Orbite devoit selon le calcul de son mouvement passer le 6 Mai dans la partie superieure, & par consequent prendre une déclinaison meridionale, M. Cassini, qui le cherchoit le jour suivant au midi de Saturne, fut étonné de ne l'y trouver point. Enfin il fut obligé de reconnoître pour ce Satellite une petite Etoile qui d'abord n'avoit nullement parû pouvoir l'être, parce qu'elle alloit d'Occident en Orient avec

une déclinaiſon Septentrionale, contraire à celle qu'on s'attendoit de trouver au 5me. Satellite, quand il iroit d'Occident en Orient, c'eſt-à-dire, ſeroit dans la partie ſuperieure de ſon Cercle.

M. Caſſini vit donc ſûrement par-là que puiſque l'Anneau dans ſa partie ſuperieure avoit une déclinaiſon Meridionale, & le 5me. Satellite dans la partie ſuperieure de ſon Cercle une déclinaiſon Septentrionale, le plan de l'Anneau, & celui de l'Orbite de ce Satellite étoient differents, & que puiſque de la Terre ces déclinaiſons étoient vûës contraires, il falloit que le plan de nôtre Ecliptique, où eſt toûjours nôtre œil, paſſât alors entre le plan de l'Anneau, & celui de l'Orbite du 5me. Satellite.

Dans le paſſage que fait un Satellite de la partie inferieure de ſon Orbite à la ſuperieure, ou au contraire, il n'a aucune déclinaiſon à l'égard de ſa Planete, & il eſt neceſſaire que cela ſoit ainſi, puiſque ſa plus grande déclinaiſon, ſoit Septentrionale, ſoit Meridionale, eſt lorſqu'il eſt préciſément au milieu de la partie, ſoit inferieure, ſoit ſuperieure, de ſon Cercle. La portion que l'on voit de ſon cours dans le temps de ce paſſage eſt donc une ligne droite, qui prolongée paſſeroit par le centre apparent de la Planete. Puiſque l'Orbite ſeroit vûë alors comme une ligne droite, elle eſt donc dans le plan de l'Ecliptique, & par conſequent le Satelite eſt alors dans le point du Zodiaque où ſon Orbite coupe nôtre Ecliptique. Quand le 5me. Satellite de Saturne paſſa de la partie inferieure de ſon Cercle à la ſuperieure, Saturne étoit, comme il a été dit, dans le 5me. degré de la Vierge, d'où M. Caſſini a conclu, à raiſon de la diſtance du 5me. Satellite à Saturne, que l'interſection de ſon Orbite avec l'Ecliptique eſt au 4me. degré de la Vierge, au lieu que celle de l'Anneau eſt au 21. Il remarque que l'interſection de l'Orbite de Saturne avec l'Ecliptique ou ſes nœuds étant au 22 de Cancer & du Capricorne, les nœuds du 5me. Satellite ſont entre ceux de Saturne & de l'Anneau.

Comme les nœuds de l'Anneau & du 5me. Satellite sont peu éloignés, on a dû voir le plus souvent ce Satellite avec la même déclinaison que l'Anneau, & de-là est venuë l'erreur de prendre deux plans differens pour le même.

Quant à l'inclinaison de l'Orbite de ce Satellite sur l'Ecliptique, M. Cassini l'a trouvée en comparant la route de ce Satellite à celle de Saturne entre les Etoiles fixes. Cela donne d'abord l'inclinaison de l'Orbite du Satellite sur celle de Saturne. Celle de Saturne sur l'Ecliptique est connuë, & de-là resulte celle de l'Orbite du Satellite sur l'Ecliptique de 15 à 16 degrés, la moitié moindre que celle de l'Anneau.

Il suit de-là que dans l'Ellipse du Satellite le petit diametre est par rapport au grand la moitié moindre que dans l'Ellipse de l'Anneau, & il semble que cette grande difference d'espece entre ces Ellipses auroit dû faire reconnoître plustôt que le plan de l'Anneau, & celui de l'Orbite du 5me. Satellite étoient differents.

Mais on n'en sera pas surpris quand on verra dans le Memoire de M. Cassini l'extrême difficulté d'observer Saturne, & principalement ses Satellites, & principalement encore les 2 premiers, qui sont les plus petits & les plus difficiles à distinguer. Il faut pour ceux-ci des Verres d'un très long foyer, comme de 114 pieds, & de semblables Verres ne se peuvent manier qu'avec des Machines, dont l'invention & l'execution coûtent sans comparaison plus que toutes les observations auxquelles on les fait servir. Nous n'en ferons pas ici le détail, qui n'interesse que les Astronomes, les autres peuvent joüir de ce qu'elles ont produit sans sçavoir combien les Astronomes l'ont acheté.

M. Cassini commence à soupçonner que les Orbites des 4 premiers Satellites pourroient bien n'être pas dans le plan de l'Anneau, non-plus que celle du 5me. quoi-qu'il paroisse certain qu'elles en seront beaucoup moins éloignées, si elles le sont. C'est un fait que le temps seul,

& l'aſſiduité des Obſervations peut éclaircir. L'Aſtronomie des Satellites de Saturne n'eſt encore que naiſſante, & ſi l'on n'avoit beaucoup préludé ſur d'autres matieres ſemblables, il s'en faudroit beaucoup que l'on n'allât ſi vîte.

SUR LES TACHES DU SOLEIL.

IL a paru cette année quelques Taches ou amas de Taches dans le Soleil, & elles ont été obſervées à l'ordinaire par Mrs. Caſſini, de la Hire & Maraldi.

La premiere parut le 21 Aouſt. Elle étoit compoſée de deux principales, égales à peu-prés, rondes & noires. Le 23 il n'y avoit encore rien de changé à leur conformation, ſinon qu'elles paroiſſoient plus grandes, parce qu'elles étoient plus avancées vers le milieu du diſque du Soleil. Le Ciel fut couvert juſqu'au 26, & ce jour-là une des deux Taches avoit entierement diſparu, & celle qui reſtoit n'étoit pas ſenſiblement diminuée. Le 27 elle étoit encore dans le même état, mais le 29 elle étoit ſi foible, qu'à peine l'appercevoit-on, & il n'en reſta dans la ſuite aucune trace.

M. Maraldi ayant par le moyen de ſes Obſervations rapporté cette Tache au lieu veritable qu'elle devoit avoir ſur le Globe du Soleil, a trouvé qu'elle étoit dans l'Hemiſphere Septentrional avec une déclinaiſon de 15 à 16 degrés, ce qui, ſelon ce que nous avons déja dit ailleurs, eſt fort rare, car preſque toutes les Taches qui ont parû depuis 40. ans ont été dans l'Hemiſphere Meridional.

La 2de Tache parut le 25 Septembre, c'étoit un amas de 8 ou 9 Taches, qui dès le 27 furent réduites à deux. L'amas entier fut plus de 6″ à paſſer par le Meridien, & comme le diametre du Soleil y paſſe en 120″ à peu-prés, l'étenduë de cet amas étoit la 20me partie du diametre du Soleil, & par conſequent ſi cet amas étoit ſphérique, ſon

diametre étoit 5 fois plus grand que celui de la Terre, & le Globe 125 fois plus grand.

La 3me Tache fut veuë le 23 Octobre. Dés le 25 le tems empêchera d'observer.

V. les M. p. 65. NOus renvoyons entierement aux Memoires L'Ecrit de M. le Chevalier de Louville sur la maniere de diviser les Instrumens d'Astromie.

V. les M. p. 320. L'Observation du Solstice d'Eté de 1714. par M. de Malezieu.

V. les M. p. 196. Les déterminaisons des longitudes de Leyde & d'Upsal par M. Maraldi.

V. les M. p. 401. Et la comparaison des Observations de l'Eclipse de Lune du mois de Decembre 1713. faites à Paris & à Lima.

GEOGRAPHIE.

SUR LES MESURES GEOGRAPHIQUES DES ANCIENS.

V. les M. p. 175. LA seule maniere de faire de bonnes Cartes de Geographie, seroit d'avoir la position de chaque Lieu, c'est-à-dire sa latitude & sa longitude, par des Observations Astronomiques. Mais il s'en faut infiniment que l'on n'ait ainsi toutes les positions, & l'on ne peut presque jamais esperer de les avoir. On supplée à ce défaut par les distances itineraires d'un lieu à un autre que l'on trouve marqués dans les Auteurs, & c'est encore un grand bonheur que de les y trouver avec quelque exactitude, & sans des contradictions sensibles ou des difficultés considerables.

bles. En ce cas-là même, il faut bien connoître les Mesures dont les Auteurs se sont servis pour évaluer ces distances, ou, ce qui est la même chose, connoître le rapport de ces mesures aux nôtres, & c'est encore là une grande difficulté, & souvent insurmontable.

Les Auteurs dont nous devrions le mieux entendre ces mesures, ce sont les Romains, dont nous habitons le Pays, dont il nous reste un grand nombre de Livres, & de plus beaucoup d'Edifices ou de Monuments qui ont rapport aux mesures. Aussi lorsque nos plus habiles Geographes ont voulu faire la Carte des Pays Romains, & principalement de l'Italie, comme ils avoient fort peu d'Observations Astronomiques, il se sont reglés pour la position des Lieux sur les distances itineraires qu'ils ont trouvées dans les Livres des Anciens. Mais il auroit falu bien entendre leurs mesures, & M. Delisle prétend qu'ils s'y sont trompés.

Ils ont crû que le Mille, c'est-à-dire, mille pas, la plus grande mesure itineraire des Romains, étoit le même que le Mille moderne d'Italie. Cela ne les auroit pas beaucoup avancés, car ce Mille moderne varie en Italie, comme nos lieuës en France, mais il y a encore une plus grande erreur. Ce Mille moderne, pris, si l'on veut, pour moyen, est estimé valoir une Minute en latitude, & par consequent 60 de ces Milles valent un degré de la circonference de la Terre. Mais M. Delisle a prouvé qu'il faloit pour un degré 75 Milles anciens, d'où il suit qu'on les croyoit plus grands d'une 5me. partie qu'ils ne sont effectivement.

Cette erreur a donc dû produire quantité de fausses positions en Italie, & dans les Pays qui l'entourent. Communément on a fait les distances trop grandes, puisque le Mille l'étoit trop, mais aprés les avoir faites ici trop grandes, là on les faisoit trop petites quand de certaines sujetions obligeoient à reparer, & comme on se trouvoit quelquefois par-là assés éloigné de ce qu'avoient marqué les

Anciens, on avoit recours à des explications forcées, qui ne manquoient pas au besoin. M. Delisle en donne des exemples.

On a eu depuis des positions de plusieurs Lieux par des Observations, soit de l'Academie, soit de ses Correspondants, soit d'autres habiles Mathematiciens. M. Delisle s'en est servi pour reformer les Cartes de l'Italie & des Pays voisins, & il a trouvé que non-seulement elles devenoient fort differentes de ce qu'elles étoient auparavant, mais que les Lieux se remettoient entre eux assés exactement dans les distances marquées par les Anciens, de sorte qu'il est à présumer qu'en les suivant au pied de la lettre, on feroit de bonnes Cartes Geographiques des Pays qui leur ont été bien connus.

On peut être surpris de cette grande conformité des positions trouvées par nos Observations Astronomiques, avec celles que l'on tire des distances itineraires marquées par les Anciens, car assurément des positions tirées de nos distances itineraires s'écarteroient souvent du vrai, & beaucoup. Mais M. Delisle remarque que les Romains avoient sur cela des avantages que nous n'avons pas. Le goût qu'ils avoient pour l'utilité publique, & même pour la magnificence, car ils embellissoient tout ce qu'ils avoient conquis, leur avoit fait faire dans toute l'Italie de grands chemins, dont Rome étoit le centre, & qui alloient à toutes les principales Villes jusqu'aux deux Mers. Il y en avoit de pareils dans plusieurs Provinces de l'Empire, & il en subsiste encore aujourd'hui des restes admirables par leur construction & par leur solidité. Ces Chemins étoient tirés en ligne droite, & ne se détournoient ni pour les Montagnes ni pour les Marais; on mettoit à sec les Marais, & on perçoit les Montagnes. Des Pierres étoient placées de Mille en Mille, & portoient leur *numero*. Cette rectitude des lignes & ces divisions en parties assés petites par rapport à leur longueur, rendoient les mesures itineraires fort sûres. On a veû en 1702* que les Milles des Romains

* p. 80. & suiv.

paroiſſent avoir été aſſés conſtants & aſſés uniformes, & que M. Caſſini avoit déja commencé à juſtifier l'exactitude des meſures des Anciens.

M. Deliſle a fait voir une Carte où l'Italie & la Grece ſont repreſentées de deux manieres, l'une ſelon les meilleurs Geographes modernes, l'autre ſelon les Obſervations Aſtronomiques pour les lieux où l'on a pû en avoir, & pour les autres ſelon les meſures des anciens Auteurs. On ne croiroit peut-être pas combien ces deux repreſentations ſont differentes. Dans la ſeconde la Lombardie eſt fort accourcie du Midi au Septentrion, la grande Grece augmentée, la Mer qui ſépare l'Italie & la Gréce retrécie, auſſi-bien que celle qui eſt entre l'Italie & l'Afrique, la Grece fort diminuée.

Par-là il ſe trouve que certaines choſes qui ont été dites par les Anciens, ou ſont vrayes, ou moins abſurdes qu'on ne penſoit, & aſſés peu abſurdes pour avoir pû ſe dire. Par exemple, il eſt vrai, contre l'opinion univerſellement reçûë, que la grande Grece, ou la partie Meridionale de l'Italie eſt plus grande que la Grece proprement dite. Cet Homme qui avoit la vûë ſi bonne, que d'une hauteur du Cap de Lilibée en Sicile il comptoit les Vaiſſeaux qui ſortoient du port de Carthage, pourroit bien encore être fabuleux, quand même on ſuppoſeroit qu'il ne les prenoit qu'au Cap de Mercure en Afrique, qui eſt le plus voiſin de la Sicile, mais s'il n'y a, comme le prétend M. Deliſle, que 20 lieuës entre le Cap de Lilibée & celui de Mercure, la merveille eſt beaucoup moindre que s'il y a 60 lieuës entre ces deux Caps, comme le veulent les Modernes. Le Pont que Pirrhus vouloit bâtir pour paſſer de la Grece en Italie, devient auſſi moins extravagant. Ce n'eſt pas entendre aſſés bien le Pirrhoniſme hiſtorique, que de douter des faits extraordinaires, il faut aller juſqu'à douter qu'ils ſoient auſſi extraordinaires qu'ils le paroiſſent.



MECHANIQUE.

SUR L'EFFET DU SIPHON DANS LE VUIDE.

UN Tuyau recourbé ou Siphon étant mis dans un Vaisseau plein d'eau par une de ses branches que j'apelle la premiere, & l'autre par consequent la seconde, il est clair que la pression de l'air exterieur sur l'eau du Vaisseau ne doit point la faire monter dans la premiere branche, puisque cette branche est remplie d'un air qui presse l'eau qui lui répond, & s'oppose à son élevation avec une force égale à celle de l'air exterieur. L'air contenu dans la seconde branche a aussi la même action que celui de la premiere, & s'oppose de même à l'élevation de l'eau. Mais si l'on vient à sucer par le bout de la seconde branche, on attire à soi l'air de toutes les deux, & on en diminuë la quantité, & par consequent l'air exterieur qui pese sur l'eau du vaisseau devient le plus fort, & fait monter l'eau dans la premiere branche, d'où elle passe dans la seconde.

Si l'on cesse de sucer, il faut pour sçavoir ce qui arrivera, déterminer la longueur de la seconde branche par rapport à celle de la premiere. L'air qui tend à rentrer dans la seconde branche, & de-là dans la premiere, a dans cette tendance ou action toute la force du poids de l'Atmosphere, moins celle de la colonne d'eau contenuë dans la seconde branche, & qui agit contre lui. D'un autre côté l'air exterieur qui éleve l'eau dans la premiere branche a toute la force du poids de l'Atmosphere, moins

celle de la colonne d'eau contenuë dans la premiere branche, dont l'élevation épuise une partie de sa force. Ainsi voilà deux forces égales en elles-mêmes, mais affoiblies toutes deux par les circonstances, qui agissent l'une contre l'autre. Si elles sont également affoiblies, c'est-à-dire, si les deux branches du Siphon sont de la même longueur, il y aura équilibre, & par consequent dés que l'on aura cessé de sucer, l'eau cessera de monter dans la premiere branche, & de sortir par la seconde. A plus forte raison cet effet arrivera-t'il, si la seconde branche est la plus courte, & par la raison contraire, l'eau continuera de sortir par la seconde branche, si elle est la plus longuë, comme elle l'est toûjours dans les Siphons, qui ne sont destinés qu'à cet usage.

La pesanteur de l'air est donc la cause de l'effet des Siphons, & aucun Phisicien ne le conteste. Aussi les Siphons mis en mouvement dans l'air libre rendent-ils l'eau plus lentement dans la Machine Pneumatique à mesure qu'on en pompe l'air, & enfin s'arrestent tout-à-fait quand l'air est pompé autant qu'il le peut être. Si on les remet à l'air libre, ils ne recommencent point de couler, à moins qu'on ne les suce de nouveau, ce qu'il est évident qui doit être, puisqu'ils sont dans le même cas que s'ils n'avoient jamais coulé.

Cependant M. Homberg a observé que certains Siphons qui s'étoient arrêtés dans le vuide ont recommencé de couler d'eux-mêmes, dés qu'ils ont été remis à l'air libre. Ce sont ceux qui ont un trés petit diametre, comme d'un tiers de ligne. Quelle est la force qui dés qu'ils sont à l'air libre les remet en mouvement !

Quand ils y ont été d'abord, ils ne rendoient l'eau que goutte à goutte & par intervalles d'environ 2 secondes, au lieu que les autres d'un plus grand diametre la rendoient par filets continus d'un diametre égal à celui de la seconde branche. Cette difference vient de ce que les Siphons fort menus sont pleins d'eau dés qu'ils sont moüillés dans

leur ſurface interieure, une goutte d'eau qui moüille un petit endroit de cette ſurface ſe joint à la goutte d'eau qui eſt vis-à-vis d'elle, & s'y joint par une certaine viſcoſité que les Phiſiciens reconnoiſſent dans l'eau. Quand ces Siphons ſont à l'air libre, & qu'ils ſont une fois moüillés par l'eau qui y a paſſé, il faut pour continuer leur mouvement que la peſanteur de l'air, outre le poids de l'eau qu'elle a à élever, en ſurmonte encore la viſcoſité, ce qui ne ſe fait que par une certaine quantité d'eau amaſſée, & par conſequent avec un certain temps, & de-là vient que ces Siphons ne coulent que goutte à goutte, & par repriſes. Chaque goutte qui ſort tombe en partie, parce qu'elle eſt pouſſée par le poids des gouttes ſuperieures. Lorſqu'on met ces Siphons dans le vuide, non ſeulement la peſanteur de l'air agit toûjours de moins en moins, & enfin n'agit plus, mais encore l'air contenu dans l'eau s'étend, parce qu'il n'eſt plus preſſé par l'air exterieur, il ſe dégage de dedans l'eau, & forme de groſſes bulles, qui interrompent la ſuite des gouttes d'eau dont les deux branches étoient moüillées & remplies; & celles qui ſont à l'extremité de la ſeconde n'ont plus aſſés de poids & ne ſont plus aſſés preſſées par les autres pour tomber. Si on remet les Siphons à l'air libre, l'air qui s'étoit étendu eſt obligé de reprendre ſon premier volume, les gouttes d'eau qu'ils ne tient plus ſeparées retombent, les ſuperieures ſur les inferieures, & le Siphon recommence à couler tant qu'il eſt moüillé, mais toûjours goutte à goutte, & toûjours plus lentement, & ne ceſſe point que ſa ſeconde branche ne ſoit ſéche, du moins juſqu'à un certain point.

Il ſuit de cette explication que ſi de l'eau étoit ſans air renfermé dans ſes interſtices, un Siphon trés menu continuëroit de couler dans le vuide, tant qu'il ſeroit moüillé. Auſſi eſt-ce ce que M. Homberg a éprouvé avec de l'eau purgée d'air, ſoit parce qu'on l'avoit bien fait boüillir, ſoit parce qu'elle avoit été miſe dans la Machine Pneumatique, & ce phénomene qui paroît d'abord ſi contraire au

ſiſtême de la peſanteur de l'air s'y accorde cependant parfaitement, & eſt même une ſuite neceſſaire du reſſort de l'air, bandé par ſa peſanteur.

Il eſt aiſé de prévoir que ſi pour l'experience des Siphons capillaires on employe des liqueurs qui contiennent plus d'air, ou de l'air qui ſe dégage plus facilement, telles que ſont les liqueurs fermentées, les Siphons s'arreſteront pluſtôt dans le vuide. De même, tout le reſte étant égal, ils doivent s'arrêter pluſtôt en Hyver qu'en Eté, car en Hiver l'air eſt plus diſpoſé à ſe dégager, puiſque dans les liqueurs qui ſe ſont gelées, il eſt tout ſemé par groſſes bulles. On jugera auſſi par cette experience que les liqueurs graſſes, comme l'Huile ou le Lait, contiennent moins d'air, ou de l'air plus engagé, car avec ces liqueurs les Siphons ne s'arrêtent point dans le vuide, en quelque temps que ce ſoit.

SUR L'ACTION

DE PLUSIEURS PUISSANCES,

Qui tirent à la fois un même corps ou point.

V. les M. p. 280.

L'EQUILIBRE eſt un repos, une immobilité produite par des cauſes qui tendent à produire du mouvement & par conſequent lorſqu'un nombre quelconque de cauſes ou de Puiſſances, tendent à imprimer du mouvement à un corps, & que cependant il demeure immobile, il faut que les differentes actions de ces puiſſances ſoient telles que toutes celles d'une part tendent à imprimer au corps un mouvement oppoſé & égal à celui que toutes celles de l'autre part tendent à lui imprimer, ou, ce qui eſt la même choſe, que toutes celles d'une part & toutes celles de l'autre tendent à le faire mouvoir par la même ligne droite, mais en ſens contraires, & avec des forces égales. Et il

faut afin que le corps demeure immobile, que cette égalité de forces, & cette opposition entre les directions du mouvement que les puissances tendent à lui imprimer, se retrouvent toûjours, de quelque maniere que toutes les differentes puissances soient partagées en deux, car autrement il est visible que le corps seroit mû.

Deux choses sont donc essentielles à l'équilibre, l'opposition du mouvement, & l'égalité des forces qui tendent à produire les deux mouvemens opposés. L'équilibre ne peut subsister, si l'une de ces deux conditions manque.

Que l'on conçoive trois puissances appliquées chacune à l'extremité de trois cordes differentes, & les trois cordes faisant ensemble un nœud par leurs trois autres extremités, ou, ce qui est le même, aboutissant au même point, il faut d'abord, afin que les trois puissances tirant le nœud chacune à elle fassent équilibre, que l'une d'elles tende à imprimer à ce nœud un mouvement directement opposé à celui que les deux autres ensemble tendent à lui imprimer, c'est-à-dire, tende à le faire mouvoir par la même ligne que les deux autres, mais en un sens directement opposé. Cette même ligne resultante de l'action des trois puissances ne peut être qu'en un seul plan, donc il faut pour l'équilibre que les trois puissances ayent été disposées entre-elles de maniere à produire par le concours de leurs actions cette ligne posée en un seul plan. Deux puissances quelconques entre les trois, ou ce qui est le même, leurs cordes ou leurs directions peuvent toûjours être conçûës comme étant dans un même plan, & par consequent elles tendront à faire mouvoir le nœud par une ligne posée dans ce plan, mais il est fort possible que la troisiéme ne soit pas dans le plan des deux autres, & alors elle tend à faire mouvoir le nœud par une ligne qui n'est pas non plus dans leur plan, & par consequent elle ne peut tendre à le faire mouvoir par la même ligne que les deux autres. Donc les trois puissances n'étant pas dans le même

plan,

plan, il ne peut y avoir d'équilibre, & le nœud sera toûjours mû.

Mais les trois puissances étant dans le même plan, on peut & on doit le concevoir comme le plan d'un Cercle, dont le nœud commun est le centre. Alors il se peut que les trois puissances soient comprises dans le plan d'un même demi-Cercle, & en ce cas, ou les deux puissances extrêmes, c'est-à-dire, les deux entre les cordes ou directions desquelles est comprise la direction de la troisiéme, tirent l'une contre l'autre par le diametre du demi-Cercle, ou elles font un angle entre elles. Si c'est le 1er, il est vrai qu'elles tendent à imprimer au nœud des mouvements opposés, & supposé qu'elles soient égales elles seront en équilibre, & le nœud immobile par rapport à elles, mais la troisiéme ou moyenne tend à imprimer au nœud un mouvement auquel rien ne s'oppose, ce qui est clair, & par conséquent elle l'attirera à elle selon sa direction. Si c'est le 2d, les trois puissances conspirent à tirer le nœud selon une direction qui ne soit aucune des leurs, mais moyenne entre les deux extrêmes, & par consequent le nœud ira selon cette nouvelle direction. Donc l'équilibre est encore impossible.

Si au contraire, les trois cordes étant dans le même plan elles ne peuvent être comprises qu'en plus d'un demi-Cercle, les directions des trois puissances pourront être telles, qu'une des trois d'une part & deux de l'autre, tendront à faire mouvoir le nœud par le même diametre du Cercle & en sens contraires, & par consequent il pourra y avoir équilibre.

Donc il n'y en peut avoir que quand les directions des trois puissances sont dans le même plan, & de plus, répanduës en plus d'un demi-Cercle.

S'il y a 4 ou 5 puissances, &c. appliquées à autant de cordes, il est clair en suivant la même idée & le même raisonnement, qu'il est nécessaire pour l'équilibre que toutes les cordes étant dans le même plan elles soient répan-

duës en plus d'un demi-Cercle, ou qu'étant dans des plans différents elles ſoient répanduës en plus d'une demi-Sphere, car le même plan ne fera qu'un Cercle, differents plans feront une Sphére, & il faut pour l'équilibre que le nœud ſoit tiré en ſens contraires ſelon le même diametre ou d'un Cercle, ou d'une Sphere.

Toutes les queſtions que l'on peut faire ſur des puiſſances en nombre quelconque appliquées à un même nœud, ſe réduiſent à trouver le cas où elles ſeroient en équilibre, ſoit que les puiſſances étant déterminées ou données, on cherche quelles doivent eſtre leurs directions ou les poſitions de leurs cordes, ſoit que leurs directions étant données, on cherche quelles doivent être les puiſſances ou leur rapport. Nous ne parlons que du 2^d Probléme qui eſt la même choſe que le 1er, & nous le prenons dans les cas où il eſt poſſible.

Si les cordes de deux puiſſances font entre elles au nœud commun un angle aigu déterminé, elles tendent toutes deux à le faire mouvoir, & le feront mouvoir en effet par une ligne qui coupera cet angle, & ſera entre leurs deux directions. Si les deux puiſſances ſont égales, l'angle ſera coupé également, & la direction du mouvement du nœud ſera également éloignée des directions des deux puiſſances. Mais ſi une puiſſance eſt plus forte que l'autre, elle fera que la direction du mouvement du nœud s'approchera d'autant plus de ſa direction qu'elle ſera plus forte. Ainſi la direction du mouvement du nœud, ou le chemin qu'il tiendra, variera à l'infini ſelon le rapport des deux puiſſances, & pour faire mouvoir ce nœud ſelon une certaine ligne déterminée, il faut un certain rapport unique des deux puiſſances dont les directions ſont déterminées.

Maintenant s'il doit y avoir trois puiſſances avec des directions pareillement données, il faut pour l'équilibre que de quelque maniere qu'on en conſidere deux agiſſant contre la troiſiéme, les deux premieres s'accordent à faire

mouvoir le nœud selon la direction de la troisiéme, & à le faire mouvoir en sens contraire avec une force égale. Or comme la direction de la troisiéme est déterminée, il faut que les deux premieres ayent un certain rapport unique entre elles pour faire tenir cette route au nœud, & il faut de plus que la troisiéme ait précisément une certaine force égale à celle dont les deux premieres ensemble tirent le nœud vers elles. De-là il suit que trois directions étant données, il n'y a que trois puissances ayant entre elles trois un certain rapport unique qui puissent faire équilibre, & que toutes les autres qui auront d'autres rapports ne le feront point, ou, ce qui est la même chose, ce Problême est déterminé.

S'il y a quatre puissances, elles sont ou en même plan, ou en des plans differents.

Si elles sont en même plan, elles sont répanduës en plus d'un demi-Cercle, puisque le Problême est supposé possible. Or deux puissances posées de suite l'une aprés l'autre entre les quatre étant choisies arbitrairement, elles tendront conjointement à faire mouvoir le nœud par differentes lignes selon le different rapport qu'elles auront entre elles. Quelle que soit la ligne par laquelle un rapport quelconque de ces deux puissances tendra à faire mouvoir le nœud, il sera toûjours possible que les deux autres puissances ayent entre elles le rapport nécessaire pour faire mouvoir le nœud par cette même ligne en sens opposé. Donc le rapport des deux premieres puissances choisies arbitrairement pouvant varier à l'infini, ce Problême a une infinité de solutions, ou est indéterminé.

On en voit un exemple fort simple en 4 puissances appliquées aux 4 extrémités de 2 diametres d'un Cercle. Pourvû que les deux qui seront appliquées aux deux extremités du même diametre soient égales, elles seront toutes quatre en équilibre, quelque rapport qu'ayent les deux égales d'une part aux deux égales de l'autre.

Si les 4 puissances sont en differents plans, elles sont

répanduës en plus d'une demi-Sphere, & on en peut toûjours concevoir deux comme étant dans un même plan, & deux dans un autre. Les deux qu'on aura choisies arbitrairement pour être les deux premieres tendent à faire mouvoir le nœud dans leur plan, & les deux autres dans le leur, d'où il suit qu'il ne peut se mouvoir ni dans l'un ni dans l'autre, mais dans un plan moyen, & il peut y en avoir une infinité. Tant que les deux premieres puissances prises ensemble auront plus de force que les deux autres, elles tireront le nœud dans un plan plus approchant du leur que celui par lequel les deux autres puissances tireront le nœud ne sera approchant de leur plan, & par consequent le nœud ira selon ce plan moyen déterminé par le plus de force des deux premieres puissances. De-là il suit que le rapport des deux premieres puissances aux deux autres étant à un certain point, elles tendront les unes & les autres à faire mouvoir le nœud par le même plan moyen, & en sens contraires. Or ce point ne peut être qu'unique, & par consequent le Probléme est déterminé.

S'il y a cinq puissances, on trouvera par la même voye que soit qu'elles soient dans le même plan, ou en plans differents, le Problême est indéterminé, & de même de plus de 4 puissances, quel qu'en soit le nombre.

Voilà ce que M. Varignon a démontré plus geometriquement. Pour trouver en général les rapports déterminés ou indéterminés que doivent ou que peuvent avoir des puissances dont les directions sont données, il se sert de la Theorie des mouvemens composés, qui lui a donné la Clef de toute la Mechanique, ainsi qu'on a vû dans son *Projet* imprimé en 1687. Le Problême de quatre puissances, ou plus, n'y étoit pas, mais il dépend des mêmes principes, & tout ce qu'il a de particulier est d'être toûjours ou impossible, ou indéterminé pour plus de 4 puissances quand il est possible, & déterminé ou indéterminé pour 4, quand il est possible. Nous en avons fait voir les raisons essentielles.

SUR LA PLUS GRANDE PERFECTION *possible des Machines muës par des Animaux.*

CE que la Méchanique peut faire de plus ingenieux & de plus utile en même temps, c'est de déterminer elle-même jusqu'où elle peut être utile, & dans quelles bornes précises sont renfermés tous les avantages qu'elle promet. Toutes les Machines possibles sont muës ou par des Animaux ou par des fluides, que l'on fait travailler à la place des Animaux. Celles de la derniere espece ont déja été examinées par M. Parent *, il examine presentement celles de la premiere. Je suppose qu'on se rappelle ici toute la Theorie de 1704, dont tout ce qui va être dit n'est qu'une suite.

* V. l'Hist. de 1704. p. 116.

Un effet de Machine ne peut jamais être plus grand que l'effet naturel & simple de la puissance qui meut la Machine. Ainsi si l'effet naturel de la force d'un Homme est d'élever vingt quatre livres en faisant 1000 Toises par heure, & d'un Cheval d'élever 170 livres en faisant par heure 1800 Toises, jamais une Machine muë par un Homme ou par un Cheval n'en pourra faire davantage, avec quelque art qu'elle soit composée, & même elle fera beaucoup moins à cause des frottements inévitables, mais on ne les considere pas ici. L'effet de la Machine muë par un Homme ne sera donc jamais que le produit de 24 livres par 1000 Toises de vitesse en un heure, ou le produit de 24 par 1000 de quelque maniere que ce produit soit formé par le poids & par sa vitesse, car c'est toûjours la même quantité de mouvement, & de-là il suit qu'un Homme faisant 1000 Toises en une heure peut élever un poids de 24000 livres, pourvû que ce poids ne fasse qu'une Toise dans le même temps, & il en va de même de toutes les autres

manieres à l'infini dont peut être formé le produit 24000. L'effet machinal a donc necessairement pour borne l'effet naturel de la puissance qui meut la machine, & en effet il est impossible de tirer du néant une nouvelle force. Si l'on veut qu'un Homme faisant ses 1000 Toises par heure éleve 24 livres, le meilleur est de n'y point employer de Machine, mais si l'on veut qu'il éleve plus de 24 livres, il en faut une qui conservant à l'Homme sa vitesse naturelle diminuë celle du poids à proportion qu'il sera plus grand. Voilà à quoi tout se réduit. Les differents bras de levier par lesquels agissent dans les Machines ou la puissance ou le poids, ne font que regler leurs vitesses, & les representent toûjours Geometriquement.

Quand on a donc une Machine muë par des Animaux & qui éleve un poids, son effet étant le produit du poids par la vitesse que la Machine lui donne, il n'y a rien de plus aisé que de comparer cet effet à l'effet naturel des Animaux, & de voir par-là de combien il est moindre, car il l'est toûjours à cause des frotements. Plus l'effet machinal approchera du naturel, plus la Machine sera parfaite.

Si des Animaux tirent un ou plusieurs bateaux, l'obstacle qu'ils ont à vaincre est la resistance de l'eau. La grandeur de cette resistance dépend, 1°. de la grandeur de la surface qui pousse l'eau devant elle, 2°. de la vitesse de cette surface par rapport à celle de l'eau, ce qu'on appelle la vitesse *respective* de la surface. Si elle se meut en même sens que l'eau, sa vitesse respective est l'excés de sa vitesse sur celle de l'eau; si elle se meut à contre-sens de l'eau, sa vitesse respective est la somme de sa vitesse & de celle de l'eau; si l'eau n'a point de vitesse, comme celle d'un Etang, la vitesse respective de la surface est sa vitesse propre & absoluë. Maintenant on doit se souvenir qu'il faut, à cause qu'il s'agit d'un fluide mû, prendre le quarré de la vitesse respective, selon ce qui a été dit en 1704. 3°. La resistance de l'eau dépend de son poids, ou de sa

masse, car il est visible qu'une même surface muë dans l'air avec la même vitesse respective éprouveroit moins de resistance que dans l'eau.

L'obstacle que des Animaux ont ici à vaincre est donc le produit de ces trois grandeurs, poids ou masse de l'eau, la surface muë dans l'eau, le quarré de sa vitesse respective. M. Parent conclut de plusieurs expériences faites par d'habiles Mathematiciens que l'eau de la Seine frappant contre une surface d'un pied quarré avec une vitesse d'un pied par seconde a une force de 22 onces. Reste à sçavoir presentement quelle sera la surface que les bateaux presenteront à l'eau, la difficulté est que leurs surfaces sont courbes, & peuvent être en chacun differemment courbes. Mais M. Parent donne un moyen trés aisé de les égaler toutes à une surface plane, j'entends les surfaces plongées dans l'eau, & qui doivent la pousser devant elles, ou éprouver sa résistance. Il n'y a qu'à mettre sur le bout d'un Pieu au milieu de la Riviere une Poulie fixe sur laquelle passe une Corde dont un bout s'attache aux bateaux qu'on veut tirer, & l'autre à une grande Table plate qu'on enfoncera dans l'eau par degrés jusqu'à ce qu'elle en reçoive assés d'impression pour être poussée selon le fil de l'eau, & obliger par-là les bateaux à s'émouvoir pour remonter. Il est certain que la partie de la Table plongée dans l'eau fera une surface égale à celles de tous les bateaux ensemble, qui ont à vaincre la resistance de l'eau. Il y aura autant de 22 onces de force dans l'eau que de pieds quarrés dans cette surface.

On aura donc la resistance de l'eau exprimée en un certain nombre de livres agissant avec une vitesse d'un pied par seconde contre une surface d'un certain nombre de pieds quarrés. Voilà ce que l'effort des Animaux doit égaler dans l'état d'équilibre, voilà ce qu'ils doivent soutenir, & hors de l'équilibre, voilà la résistance qu'ils doivent surmonter pour tirer les bateaux, & comme ils leur impriment une certaine vitesse, qui augmentera la résistance

de l'eau, ce que les Animaux auront à vaincre, ce ſera le poids de 22 onces pris autant de fois qu'il y aura de pieds quarrés dans la ſurface plate de l'experience, & multiplié par le quarré de la viteſſe reſpective des bateaux, & il eſt clair que ce produit ne peut jamais être plus grand que l'effort naturel des Animaux, tel que nous l'avons déterminé.

Si l'eau eſt courante, ſa viteſſe entre dans l'expreſſion de la viteſſe reſpective des bateaux, ſoit qu'ils remontent, ſoit qu'ils deſcendent, & comme cette viteſſe eſt déterminée, celle de la Seine, par exemple, d'un pied par ſeconde, c'eſt-là une quantité déterminée qui entre dans la réſiſtance de l'eau, & qui par conſéquent demande qu'une certaine partie de la force des Animaux ſoit déterminée auſſi. A cela prés le reſte eſt libre, c'eſt-à-dire, qu'on peut faire varier comme on voudra la force des Animaux, & la charge oppoſée qui eſt la ſomme des ſurfaces de bateaux plongées dans l'eau. Si la charge demeurant la même la force des Animaux diminuë, ou, ce qui eſt la même choſe, leur nombre, car on doit ſuppoſer qu'ils vont toûjours de même vîteſſe, ou ſi la force des Animaux demeurant la même, on augmente les ſurfaces plongées des bateaux, ſoit en augmentant leur nombre, ſoit en les chargeant davantage, il eſt clair qu'en ces deux cas les bateaux iront plus lentement. Mais ſi l'eau eſt tranquille, la viteſſe reſpective des bateaux n'étant plus que leur viteſſe propre, & la viteſſe déterminée de l'eau n'en faiſant plus partie, alors tout eſt libre, & on peut tirer un auſſi grand nombre de bateaux, ou auſſi chargés qu'on voudra avec une auſſi petite force qu'on voudra, à condition que les bateaux iront trés lentement, & ce n'eſt-là que ce qui ſe trouve toûjours dans toute la Mechanique.

Si les Animaux qui tirent les bateaux ſont appliqués à une Machine fixe ſur le rivage, comme M. Parent le ſuppoſe, cette Machine fournira des bras de levier, dont les uns appartiendront aux Animaux, les autres à la charge oppoſée,

opposée, & dont le rapport representera celui de la vitesse des Animaux à la vîtesse des bateaux.

Mais si au lieu d'une Machine fixe sur le rivage, on employe une Machine portée sur les bateaux même, ce qui ne peut être qu'un double Moulin attaché en dehors aux deux côtés du premier bateau, qui tirera les autres, alors l'eau agissant contre les aîles, ou vannes, ou aubes de chaque moulin, & obligeant la corde tirée par les Animaux à se rouler autour d'un Treüil, imprimera aux bateaux un mouvement qui se joindra à celui que les Animaux leur imprimeront. Tout ce qui regarde l'action des fluides sur de pareilles aîles de moulin, ou vannes a été dit en 1704, il y faut seulement ajoûter qu'ici la surface de ces vannes éprouve la résistance de l'eau aussi-bien que celles des bateaux auxquels elles sont attachées, & qu'on en doit tenir compte. Le calcul devient plus composé, mais les principes demeurent les mêmes.

On a trouvé en 1704 que quand on employoit dans une Machine la force d'un fluide qui frappoit contre les vannes d'un moulin fixe, l'effet machinal avoit un *plus grand* qu'il ne pouvoit passer. La raison essentielle en est que d'un côté le fluide agit sur la vanne avec d'autant plus de force qu'il la frappe avec plus de vîtesse, & que de l'autre elle reçoit d'autant moins d'impression du fluide qu'elle en est frappée avec plus de vîtesse, parce qu'elle fuit devant lui, & se dérobe davantage à son action, d'où il suit qu'il y a un certain point moyen où ces deux effets contraires se détruisent le moins qu'il est possible, ou se combinent le plus avantageusement, & ce point est lorsque la vanne a pris le tiers de la vîtesse du fluide. Or puisqu'on suppose des vannes dans le cas que nous considerons presentement, elles y sont necessairement entrer ce *plus grand* qui leur est propre, & par consequent l'effet supposé est susceptible d'un plus grand que M. Parent détermine.

Il consiste, quand les bateaux vont contre le fil de l'eau,

en ce qu'ils auront une viteſſe égale à la ſienne, & quand ils vont ſelon le fil de l'eau, en ce qu'ils auront une viteſſe triple. Quant au cas où l'eau eſt en repos, le plus grand effet doit ſe trouver quand les vannes ont le tiers de la viteſſe du bateau, car alors l'eau ne frappe les vannes qu'avec la viteſſe du bateau.

Ce plus grand détermine auſſi quel eſt en cet état le rapport de la charge que les Animaux ont à ſurmonter, ou de la reſiſtance des bateaux à celle qui feroit équilibre contre eux, & qui ſelon les principes établis en 1704 ſeroit beaucoup plus grande.

On voit aſſez que dans tous les cas qui ont été ſuppoſés, & qui ſont tous les cas poſſibles, la Theorie de M. Parent lui donne un moyen ſûr de trouver telle grandeur qu'il voudra qui entre dans la force motrice ou dans la charge oppoſée, quand les autres grandeurs ſeront données ou connuës. Ce n'eſt plus que du calcul, mais ce calcul demande quelque fois de l'art & de la fineſſe dans l'application, & par-là il vient à avoir ſa beauté particuliere.

SUR LE CENTRE D'OSCILLATION.

V. les M. p. 208.
* V. l'Hiſt. de 1703. p. 114. & ſuiv.

QUAND nous avons donné en 1703 * la Theorie du Centre d'Oſcillation d'aprés feu M. Bernoulli, nous ne penſions pas que cette matiere aſſez obſcure d'elle-même & fort délicate pût être mieux éclaircie, ni traitée avec plus d'art. Mais il ne faut pas ſe hâter de croire que rien ſoit arrivé à ſa derniere perfection. M. Bernoulli Frere du mort donne ſur ce même ſujet une nouvelle Theorie toute differente, & dont il ſera aiſé de reconnoître les avantages. Il ne s'agit ici d'aucune propoſition conteſtée, M. Huguens, premier Inventeur, les deux Freres, tous les Geometres ſont d'accord ſur le fonds des choſes, mais il eſt queſtion de la maniere de les prouver, la plus

ſimple, la plus claire, la plus generale, celle qui n'a beſoin d'aucune ſuppoſion gratuite, quoique vraye, eſt certainement la meilleure, & il n'arrive que trop ſouvent que celui qui découvre le premier une verité eſt celui qui la prouve le plus mal. On ſuppoſe ici les définitions données en 1703, & du moins l'état de la queſtion tel qu'il y a été établi.

Un Pendule ſimple dont la longueur & le poids ſont déterminés, élevé à une certaine hauteur déterminée d'où il doit retomber juſqu'à ce qu'il ſe ſoit remis dans une ligne verticale, employe à cette chute ou à une demi-vibration un certain temps déterminé qui ne peut jamais être ni moindre ni plus grand. Et ce temps eſt déterminé ou néceſſairement tel, parce que la force *agitative*, c'eſt-à-dire, qui produit le mouvement du Pendule eſt déterminée dans tout ce qui concourt à la former, de ſorte qu'elle ne peut cauſer qu'un certain effet.

La force agitative du Pendule eſt formée de 3 choſes, 1° de la force de la peſanteur, 2° de la maſſe du corps attaché au bout de la Verge inflexible, 3° de la diſtance de ce corps au point de ſuſpenſion, ou, ce qui eſt le même de la longueur de la Verge ou du Pendule.

1°. La force de la peſanteur, qu'elle qu'en ſoit la cauſe, eſt cette force qui fait qu'un corps qui n'eſt point ſoûtenu tombe, & parcourt 14 pieds, par exemple, dans la 1re ſeconde de ſa chute. Il eſt viſible que cette force eſt d'une quantité qui détermine ces 14 pieds, & qu'un corps peſant en parcourroit plus ou moins dans cette même 1re ſeconde, ſi la force de la peſanteur étoit plus ou moins grande.

2°. Comme cette force s'applique à chaque point, ou partie infiniment petite d'un corps, plus ce corps eſt grand, ou a de maſſe, plus il a de quantité de mouvement, ou de force.

3°. La diſtance du corps mû au point de ſuſpenſion, ou la Verge eſt toûjours le rayon du Cercle dont le corps

mû décrit un arc, & par conſequent plus ce rayon eſt grand, le reſte étant égal, plus le corps décrit un grand arc, & en même temps plus la hauteur d'où il tombe eſt grande, & plus il acquiert de viteſſe.

Or la force agitative du Pendule n'eſt que celle de ce corps attaché au bout de la Verge, donc elle eſt le produit de la force de la peſanteur, de la maſſe de ce corps, & de ſa diſtance au point de ſuſpenſion.

Donc la force de la peſanteur étant toûjours la même, comme elle l'eſt, & un corps ou poids attaché au bout de la Verge étant toûjours le même, il eſt impoſſible que deux Pendules ſimples de differente longueur ſoient *iſochrones*, ou faſſent leurs vibrations en même temps, car en vertu des differentes longueurs, les viteſſes ſeront inégales, & par conſequent les temps des vibrations.

Mais ſi on ſuppoſe, ou ſi l'on feint qu'il y ait dans la nature differentes forces de peſanteur, alors il ſera poſſible que deux Pendules ſimples de differente longueur ſoient iſocrones, l'un *animé* de la peſanteur *naturelle*, qui eſt celle que nous connoiſſons, l'autre animé de la peſanteur *feinte*, & voici comment.

Si la peſanteur feinte eſt plus grande que la naturelle, le Pendule feint iſocrone au naturel décrira neceſſairement dans un même temps un plus grand eſpace ou arc, & par conſequent le poids ſera attaché à une plus grande diſtance du point de ſuſpenſion. Cependant il faut pour l'iſcroniſme que les deux forces agitatives des deux Pendules ſoient égales, & des 3 choſes qui compoſent ces forces, en voilà déja deux plus grandes dans le Pendule feint, & par conſequent il faut que la maſſe de ſon poids diminuë dans la proportion requiſe. On voit par-là que de la ſeule ſuppoſition d'une peſanteur feinte plus grande que la naturelle s'enſuit une plus grande longueur du Pendule, & la diminution du poids.

Comme un eſpace ou arc décrit par le Pendule feint plus grand que l'arc décrit par le naturel en même raiſon

que la pesanteur feinte sera plus grande que la naturelle, & un rayon de cet arc plus grand, selon la même raison, sont deux choses inseparables, les deux pesanteurs seront toûjours entre elles comme ces deux rayons, ou les deux longueurs des deux Pendules, & cela donne toûjours l'expression de la pesanteur feinte, & par une suite necessaire celle de la masse diminuée du poids du Pendule feint.

Si l'on vouloit feindre une pesanteur moindre que la naturelle, il est aisé de voir comment il faudroit s'y prendre, mais cela seroit inutile au dessein present.

Si l'on a un Pendule composé chargé de deux poids attachés à une même Verge, & voilà à quoi tendoient les fictions précedentes, M. Bernoulli conçoit chacun de ces poids transporté à une plus grande distance du point de suspension qu'il n'étoit, mais tous deux à la même, & diminués de masse selon qu'il faut, de sorte que tous deux ensemble ne sont plus qu'un Pendule simple animé d'une pesanteur feinte dont on a l'expression, & isocrone au Pendule composé naturel que l'on avoit.

On aura donc un Pendule simple naturel isocrone au composé naturel, si l'on a un Pendule simple naturel isocrone au Pendule simple feint que l'on a trouvé, & c'est ce qui est très-facile, car selon ce que nous avons dit, comme la pesanteur feinte est à la naturelle, ainsi la longueur du Pendule simple feint sera à la longueur du Pendule simple naturel. C'est-là le Centre d'Oscillation que l'on cherchoit.

Nous nous bornons à cette explication du principal fondement de la nouvelle Theorie de M. Bernoulli. L'application aux Pendules composés, dont les poids seroient disposés, non sur une même ligne droite, mais seulement dans un même plan, seroit plus difficile à expliquer, quoiqu'elle ne dépande que des mêmes principes. Ils s'étendent sans peine aux Pendules agités, non dans le Vuide, ou dans un milieu dont la résistance est insensible, comme l'air, mais dans des liqueurs resistantes. Elles ne seront

que mettre les Pendules dans le même cas où les mettroit une moindre pesanteur naturelle, & la fiction fondamentale de M. Bernoulli se trouve là en quelque sorte réalisée.

SUR LE MOUVEMENT DES SOLIDES DANS UN TOURBILLON FLUIDE.

V. les M. p. 381. * V. l'Hist. de 1712. p. 77. & suiv.

C'EST ici la continuation d'un vaste sujet entrepris par M. Saulmon, & commencé en 1712. * Rien ne seroit plus glorieux à la Phisique secouruë de la Geometrie, que d'avoir découvert comment les loix de la Méchanique, que nous connoissons, produisent les mouvements celestes, & comme il y a toute l'apparence possible que c'est à ces mouvements que tient la cause generale de la pesanteur, on auroit en même temps l'explication d'un phénomene si commun & si difficile. Mais parce que les raisons *à priori* nous sont ordinairement trop cachées, il faut tâcher d'y remonter peu à peu par des experiences, & nous faire des Cieux artificiels, c'est-à-dire, des fluides mûs circulairement, qui emporteront des corps, images des Planetes, ou des corps pesants.

M. Huguens & quelques autres ont déja pensé à cette imitation, dont l'idée est fort naturelle, mais M. Saulmon paroît être celui qui l'a poussée le plus loin, & tournée de plus de manieres differentes.

Il prend un assez grand vaisseau cilindrique, immobile sur un plan horisontal, & l'ayant rempli d'eau jusqu'à une certaine hauteur, il y plonge une canne qu'il tourne en rond avec le plus de vitesse qu'il se peut, & par-là l'eau prend necessairement un mouvement circulaire assez rapide, & s'éleve jusqu'aux bords du vase; quand elle y est arrivée, il cesse de l'agiter. Pour bien entendre ce qui resultera des experiences, il faut d'abord s'arrêter là, & y faire quelques reflexions.

Ce qui fait que l'eau agitée s'éleve, c'eſt ſa force centrifuge née de ſon mouvement circulaire. Nous ſuppoſons les proprietés de cette force expliquées dans l'Hiſt. de 1700. * Le mouvement de l'eau étant circulaire, il ſe rapporte à un centre pris dans l'axe du vaiſſeau cilindrique, ou, ce qui eſt le même, dans l'axe du Tourbillon que l'eau forme. La même viteſſe étant imprimée à toute l'eau, la circonference d'un cercle d'eau plus petit ou moins éloigné de l'axe a plus de force centrifuge que celle d'un plus grand, ou plus éloigné. Le petit cercle pouſſe donc le plus grand vers les bords du vaſe, & de cette impulſion que tous les cercles reçoivent des plus petits qui les precedent, & rendent aux plus grands qui les ſuivent, naît l'élevation de l'eau le long des bords du vaſe, & juſqu'au haut, où je ſuppoſe qu'on ceſſe de la mouvoir.

* p. 81. & 82.

Cette eau ainſi élevée forme au milieu du vaiſſeau un creux, dont la figure eſt celle d'un Cone renverſé. Sa baſe eſt la même que la baſe ſuperieure du Cilindre qui forme le vaiſſeau, & ſon ſommet eſt dans l'axe du Cilindre, & d'autant plus bas que l'eau a été agitée plus violemment, & qu'en même temps on avoit laiſſé vuide une plus grande hauteur du vaiſſeau.

Dès que l'eau eſt abandonnée à elle-même, elle redeſcend des bords du vaſe par degrés, remplit le creux & ſe remet à peu-près de niveau, & il eſt clair qu'elle doit conſerver encore pour quelque temps un mouvement circulaire. Alors de cette grande inégalité de mouvement qui avoit élevé l'eau juſqu'aux bords du vaſe, elle eſt revenuë en ſe remettant de niveau à la plus grande égalité de mouvement qu'il ſe puiſſe. Toute l'eau étant homogene, cette plus grande égalité poſſible ne peut conſiſter qu'en ce que les viteſſes de differentes parties d'eau ſeront égales, ou, ce qui eſt le même, en ce que les temps des revolutions circulaires que feront autour de l'axe du Tourbillon deux particules d'eau qui en ſeront differemment éloignées, ſeront entre eux comme les cercles de ces re-

volutions, ou leurs rayons qui ſont les diſtances à l'axe. Il faut entendre que cette proportion ſe trouve phiſiquement, & à peu-prés, & non pas dans l'exactitude Geometrique. Il ne paroît pas poſſible de déterminer quel eſt le temps précis où elle commence, ni ſi elle ſubſiſte toûjours tant que le mouvement circulaire continuë.

De ce que les parties du fluide font leurs revolutions autour de l'axe en des temps proportionnels aux diſtances où elles ſont de l'axe, il ſuit que des parties priſes à une certaine diſtance de l'axe, & qui ſont entre des parties voiſines dont les diſtances ſont de part & d'autre plus & moins grandes, choquent en faiſant leur revolution ces parties voiſines, ou en ſont choquées, & en general que les parties d'eau muës circulairement ont quelques mouvements contraires les unes aux autres, & par conſequent perdent toutes de leur mouvement par cette oppoſition. Il faut joindre à cette perte celle qui arrivent encore par les frottements, puiſqu'elles ſe rencontrent. Cela ne feroit pas ainſi ſi le fluide étoit un corps ſolide qui tournât ſur ſon axe. Toutes ces parties feroient en repos les unes à l'égard des autres, & leurs differentes revolutions ſe feroient en même temps.

Le Tourbillon d'eau étant formé, M. Saulmon y met differents corps ſolides, qui prennent le même mouvement circulaire, & l'intention de toutes les experiences dont on rend compte ici, eſt de découvrir quels ſont ceux d'entre ces corps, qui en faiſant leurs revolutions autour de l'axe du Tourbillon s'en approchent, ou s'en éloignent, & avec quelle viteſſe.

Il y a trois manieres de faire ces experiences avec des corps ſolides, ou ſur la ſurface de l'eau, ou entre deux eaux, ou au fond.

Il eſt évident que les corps ſolides ne peuvent s'approcher de l'axe, que parce qu'ils auront moins de force centrifuge que l'eau, ni au contraire s'éloigner que parce qu'ils en auront davantage. Mais afin que ce mouvement

de

de s'approcher ou de s'éloigner de l'axe puiſſe être entierement rapporté à la difference de force centrifuge entre les corps ſolides & l'eau, il faut ne faire les experiences des corps poſés ſur la ſurface de l'eau que dans le temps où l'eau eſt devenue parallele ou preſque parallele à l'horiſon, car lorſqu'elle eſt élevée contre les bords du vaſe, la chute des corps vers l'axe pourroit être uniquement l'effet de leur peſanteur qui les feroit décendre le long d'un plan incliné, ou du moins altereroit l'action de la force centrifuge, & quand même ils s'éloigneroient alors de l'axe, l'action de la force centrifuge ſeroit encore trop alterée par la peſanteur. On doit donc avoir extrémement égard à la circonſtance de l'état où eſt l'eau. Quand même elle paroît aſſez platte, il lui reſte encore un peu de pente des bords vers le milieu.

Tout cela poſé, on pourroit peut-être prévoir la pluſpart des experiences de M. Saulmon, tout au moins en verra-t-on aiſément les cauſes. Je dis *la plûpart*, car ces ſortes d'effets dépendent, comme on voit, d'une aſſez grande combinaiſon, & quelquefois elle peut être telle qu'il ſera difficile de l'attraper juſte.

En général, puiſqu'un corps, tout le reſte étant égal, a d'autant plus de force centrifuge qu'il eſt plus peſant ou plus maſſif, il ſe peut qu'entre les corps qui ſeront aſſez legers pour floter ſur la ſurface de l'eau, il y en ait d'aſſez maſſifs pour prendre plus de force centrifuge que l'eau, & par conſequent pour s'éloigner de l'axe, & d'autres, qui par la raiſon contraire s'en approchent, & c'eſt auſſi ce qu'on obſerve. L'experience ſeule peut déterminer quels ſeront ces differents corps.

Entre ceux qui s'approchent de l'axe, les plus maſſifs ou les plus peſants s'en approcheront le plus lentement, & entre ceux qui s'en éloignent, les plus peſants s'en éloigneront le plus vite.

Tout le reſte étant égal, un plus gros corps prend plus de force centrifuge, parce qu'il répond à un plus grand

volume d'eau, ſur lequel il a l'avantage que toutes ſes parties conſpirent à un même mouvement, au lieu que celles de l'eau ont des mouvements contraires qui ſe détruiſent, & cet avantage augmente ſelon les volumes.

Si un corps a une figure plus irreguliere, ou une ſuperficie plus inégale, il eſt plus inégalement frappé par l'eau en ſes differentes parties; cette inégalité d'impulſion lui cauſe des balancements ou des tournoyements ſur ſon propre axe, qui diminuent d'autant la force centrifuge qu'il reçoit de l'eau qui l'emporte, & par là il eſt plus diſpoſé à s'approcher de l'axe du Tourbillon. Ce ſera la même choſe pour un corps inégalement peſant ou maſſif en ſes differentes parties, cette inégalité lui produira un tournoyement, qui affoiblira ſa force centrifuge.

Ce ſont là les principes, du moins les plus univerſels, de tout ce qui arrive dans les Tourbillons de M. Saulmon. Il en faut laiſſer le détail à ſon Memoire. Ce qui en reſulte eſt préciſément le contraire de ce qui auroit été à ſouhaiter pour le ſiſtême de la Peſanteur, ce ſont les corps les plus maſſis qui ont le plus de diſpoſition à s'éloigner de l'axe, mais ce n'eſt pas là tout-à-fait un ſujet de déſeſperer pour ceux qui ſont accoutumés aux recherches; quelquefois ce qui ſembloit d'abord les jetter bien loin du but, les y conduit.

MR. de Reaumur a donné la Deſcription de l'Art de faire les Cuirs dorés.

NOus renvoyons entierement aux Memoires.

V. les M. p. 333. Les Remarques de M. de la Hire ſur la Chûte des Corps dans l'air.

CETTE année parut un Livre de M. Bernoulli, intitulé *Essai d'une Nouvelle Theorie de la Manœuvre des Vaisseaux*, le premier & le seul jusqu'à present qui soit sorti de ses mains, car il s'est contenté de répandre ou dans nos Memoires ou dans les Actes de Leipsic differents morceaux détachés, dont chacun cependant vaut bien un gros Livre. L'occasion de cet Ouvrage fut la *Theorie de la Manœuvre des Vaisseaux* de M. le Chevalier Renau imprimée en 1689. Quand elle parut, M. Huguens fit à M. Renau une difficulté considerable sur un point fondamental. Comme ces sortes de matieres ne sont pas de pure Geometrie, mais qu'elles dépendent d'un mélange fort délicat de Geomettie & de Phisique, que de plus celle-ci étoit toute neuve, & que M. Renau étoit le premier qui eût osé y toucher, il n'étoit surprenant ni qu'il y restât encore des difficultés à éclaircir, ni même que les Geometres pussent se partager. Aussi se partagerent-ils, les uns furent pour M. Huguens, les autres pour M. Renau, & du nombre de ces derniers fut M. Bernoulli, qui n'ayant pas vû le Livre de M. Renau, ne jugeoit de la dispute que sur un exposé que lui en avoit fait M. le Marquis de l'Hôpital. Long-temps aprés il a vû le Livre, & a changé de sentiment. Il s'est même trouvé encore opposé à M. Renau sur un autre point important que M. Huguens s'étoit épargné la peine de considerer, ou dont il avoit été convaincu ; & comme ces deux points changés font une Theorie differente de celle de M. Renau, beaucoup moins simple, à la verité, & plus embarassante, mais, selon M. Bernoulli, necessaire, & par sa difficulté même plus piquante pour un grand Geometre, il s'est resolu à en faire un ouvrage complet. Nous allons en rendre compte comme s'il étoit le seul qui eût été fait sur cette matiere, & sans entrer aucunement dans le pour & le contre des points controversés. Nous ne ferons même que donner

quelques connoissances préliminaires ou generales qui faciliteront l'intelligence du Livre, car pour une plus grande discussion, il faudroit le Livre même.

Soit un Vaisseau en repos avec sa Voile qu'on suppose qui est plate, & qui demeure toûjours telle malgré l'action du vent. Ce vaisseau poussé par le vent dans un 1[er] instant ne prend encore à cause de sa grande masse qu'une vîtesse presque infiniment petite, & l'eau par consequent ne lui resiste que très peu. Le vent souffle encore dans un 2[d] instant, & imprime au vaisseau une nouvelle vîtesse, qui jointe à la premiere fait une vîtesse accelerée, & l'eau resiste davantage à cette plus grande vîtesse. Enfin la vîtesse du vaisseau s'accelere toûjours d'instant en instant, & la resistance de l'eau augmente toûjours aussi, jusqu'à ce que cette resistance devienne d'une force égale à l'augmentation de vitesse du vaisseau. Alors si le vent & l'eau étoient subitement anéantis, & que le vaisseau par consequent se trouvât dans le Vuide, il iroit à l'infini selon une ligne droite avec une vîtesse uniforme égale au dernier degré d'accéleration qu'il auroit reçû du vent dans le dernier instant. Mais ce dernier degré, auquel est égale la resistance de l'eau, étant acquis, le vaisseau ne se trouve pas dans le vuide, l'action du vent & la resistance de l'eau subsistent toûjours; cependant parce que cette action & cette resistance sont devenuës égales, elles se détruisent mutuellement, & le vaisseau est dans le même cas que s'il étoit dans le vuide. Il ira donc desormais avec une vîtesse uniforme, & l'action continuelle du vent sur la voile ne fera que détruire la resistance continuelle de l'eau. C'est dans cet état de vîtesse uniforme que le mouvement du vaisseau est consideré. Cela revient à ce qui a été dit dans l'Histoire de 1708 *.

* p. 125. & 126.

Afin que le mouvement soit effectivement uniforme, il faut que le vent ne l'accelere plus, & pour cela il faut qu'il rencontre le vaisseau, non comme fuyant devant lui, car il accelereroit son mouvement, mais comme étant en

repos, & afin que le vent rencontre toûjours le vaiſſeau comme en repos, quoique réellement il fuye, il faut que la viteſſe du vent ſoit comme infinie par rapport à celle du vaiſſeau. Auſſi eſt-ce ce que M. Bernoulli ſuppoſe dans toute ſa Théorie. Il eſt vrai que lorſqu'un vaiſſeau fait 3 lieuës par heure, tandis que le vent en fait 5, la ſuppoſition eſt bien éloignée de la réalité, mais enfin M. Bernoulli raiſonne ſur cette ſuppoſition, ſauf à la réduire. Les erreurs de ſuppoſition connuës ne ſont point erreurs en Geometrie.

La force du vent qui pouſſe le vaiſſeau avec une viteſſe uniforme, & la reſiſtance de l'eau étant égales, & ſe détruiſant, il faut que ces deux forces agiſſent l'une contre l'autre par une même ligne droite, car autrement elles produiroient un effet commun, & ne ſe détruiroient pas.

La force avec laquelle le vent agit ſur une voile ſuppoſée toûjours platte, dépend de trois choſes ou grandeurs dont elle eſt le produit, comme celle de tout fluide qui frappe une ſuperficie plane.

1°. De la grandeur de cette ſuperficie.

2°. De l'angle d'incidence du fluide ſur la ſuperficie.

3°. De la viteſſe du fluide.

Le 1er point eſt clair.

Quand au 2d, il eſt clair auſſi qu'un fluide qui frappe obliquement une ſuperficie ne la frappe que ſelon ce qu'il a de perpendiculaire dans ſa direction, c'eſt-à-dire, ſelon le ſinus de l'angle d'incidence, & par conſéquent l'impulſion eſt d'autant plus forte que ce ſinus eſt plus grand, ou l'impulſion oblique moins oblique. De plus, à meſure que l'incidence eſt plus oblique une moindre quantité du fluide frappe la ſuperficie, & on le verra clairement en ſe repreſentant l'incidence infiniment oblique ou parallele à la ſurface, car alors la ſurface n'eſt frappée par aucune quantité du fluide, & dans le cas oppoſé, qui eſt celui de l'incidence perpendiculaire, elle l'eſt par toute la quantité poſ-

ſible du fluide. Il eſt très-aiſé de prouver que les differentes quantités d'eau qui répondent aux differentes incidences ſont comme les ſinus des angles d'incidence. D'où il ſuit que les forces des differentes impulſions ſont comme les quarrés de ces ſinus.

Pour le 3me point, tout le monde ſçait que les differentes impulſions d'un fluide mû avec differentes viteſſes ſont comme les quarrés de ces viteſſes, parce qu'un fluide mû avec plus de viteſſe frappe & avec plus de force & en même temps avec un plus grand nombre de parties, & que ce plus grand nombre eſt en même raiſon qu'une plus grande viteſſe.

Donc la force du vent ſur la voile eſt un produit de la ſurface de la voile, du quarré de ſon ſinus d'incidence, & du quarré de ſa viteſſe. Si on ſuppoſe le vent toûjours le même en differents cas, ſa viteſſe n'eſt plus à conſiderer. Il en ſera de même de la voile ſuppoſée toûjours la même.

La reſiſtance d'une eau qui n'eſt point courante, comme celle de la Mer, à un vaiſſeau qui ſe meut, eſt la même que l'impulſion de la même eau qui ſeroit courante contre le même vaiſſeau immobile. Ainſi la reſiſtance de l'eau ſe regle comme l'impulſion du vent ſur la voile, quoiqu'avec une grande difference qu'il faut obſerver.

Un vaiſſeau a une ſuperficie courbe, compoſée par conſequent d'une infinité de ſuperficies planes infiniment petites differemment inclinées les unes aux autres, ce qui fait que l'incidence de l'eau eſt differente ſur chacune d'elles, au lieu que l'incidence du vent eſt la même ſur toute la voile ſuppoſée toûjours plate. De toutes les reſiſtances *partiales* de l'eau à chaque ſuperficie infiniment petite du vaiſſeau courbe, il ſe forme une reſiſtance *totale* qu'on peut appeller auſſi moyenne, & c'eſt cette reſiſtance ſeule qui eſt égale & directement oppoſée à l'action du vent ſur la voile.

Pour la pouvoir exprimer Geometriquement, il fau-

droit connoître la courbure du vaiſſeau, & les Geometres voyent bien que l'on tomberoit enſuite dans des integrations ſouvent impoſſibles, & toûjours difficiles. M. Bernoulli évite tout cet embarras en conſiderant d'abord un vaiſſeau qui ne ſoit qu'un parallelepipede rectangle oblong, ou, ſi l'on veut, un ſimple parallelogramme, qui n'a par conſequent que deux côtés differemment frappés par l'eau.

Ces principes établis, & ces ſuppoſitions faites, il y a deux choſes principales à conſiderer ſur le mouvement du vaiſſeau rectangulaire, ſa route & ſa viteſſe.

Il eſt clair d'abord que ſa route ou la direction de ſon mouvement dépend de la ligne ſelon laquelle le vent pouſſe la voile. Le vent qu'on ſuppoſe en general oblique à la voile, ne la pouſſe que ſelon ce qu'il y a de perpendiculaire à la voile dans ſa direction, & nullement ſelon ce qu'il y a de parallele, & par conſequent la ligne ſelon laquelle le vent pouſſe la voile lui eſt toûjours perpendiculaire. De-là il ſuit que ſi la voile eſt toûjours dans la même ſituation ou dirigée ſelon le même diametre de l'horiſon, le vent, quoiqu'il tombe ſur la voile ſous differents angles, la pouſſera toûjours ſelon la même ligne, parce que la perpendiculaire à la voile ſera toûjours la même ou dirigée vers un même point de l'horiſon. A plus forte raiſon cela ſera-t-il, ſi l'incidence du vent ſur la voile eſt toûjours la même, car le vent ſouflant ſelon un certain diametre déterminé de l'horiſon, l'égalité d'incidence determine la voile à être dirigée ſelon un autre diametre de l'horiſon, qui ſoit toûjours le même. M. Bernoulli appelle *ligne de la force mouvante* la perpendiculaire ſelon laquelle le vent pouſſe la voile.

Si le vaiſſeau étoit rond, l'uniformité parfaite de ſa figure lui feroit éprouver dans toutes ſes parties une égale reſiſtance de l'eau, & par conſequent il iroit ſuivant la ligne de la force mouvante ou la perpendiculaire à la voile. Si le vaiſſeau étant rectangulaire il avoit infiniment plus

de facilité à fendre l'eau ſelon la ligne de ſa *quille*, qui ſeroit une droite tirée par ſon centre parallelement au grand côté, que ſelon la ligne perpendiculaire à la quille, il iroit ſelon la ligne de la quille, & non ſelon celle de la force mouvante ; car il reçoit du vent une impreſſion de mouvement, & à cauſe de la reſiſtance de l'eau ſuppoſée infinie ſelon le grand côté du parallelogramme, ce mouvement ne peut s'executer que ſelon le petit côté, c'eſt-à-dire, que le vaiſſeau ne fendra l'eau que par ce petit côté, & par conſequent n'ira que ſelon la ligne de la quille. Mais la ſuppoſition étoit chimérique, & le vaiſſeau qui a plus de facilité à fendre l'eau par le petit côté que par le grand, n'en a pas infiniment plus, & par conſéquent il ſe trouve dans un cas moyen entre les deux extrêmes que nous avons conſiderés, dont l'un étoit celui de la reſiſtance égale de l'eau, & l'autre celui de ſa reſiſtance infiniment inégale. Donc ſi dans le 1er cas il ſuivoit la ligne de la force mouvante, & dans le 2d celle de la quille, il doit dans le cas moyen ſuivre une ligne moyenne, qui ſera ſa veritable route.

Dans la conſtruction des Vaiſſeaux on tâche à leur donner une courbure telle que le plus de facilité qu'ils auront à fendre l'eau par la Proüe ou ſelon la ligne de la quille que par le côté, ſoit le plus grand qu'il ſe puiſſe, & l'intention ſeroit que la route ſe fit ſelon la ligne de la quille. Mais il eſt impoſſible que l'eau ne reſiſte à la Proüe auſſi-bien qu'au côté, quoique beaucoup moins, & par conſequent la ligne de la route ſe détourne plus ou moins de celle de la quille, ſelon le plus ou moins d'inégalité qu'il y a entre la reſiſtance que l'eau fait à la Proüe, & celle qu'elle fait au côté, ce qui vient de la differente figure du vaiſſeau. L'angle que fait la route avec la quille, s'appelle *angle de la Dérive.*

Il paroît d'abord que la grandeur de cet angle ne doit dépendre que du plus ou moins d'inégalité de la reſiſtance de l'eau, ou, ce qui revient au même, de la figure du

vaiſſea

vaisseau. Mais M. Bernoulli y fait entrer encore une autre consideration. La figure du vaisseau étant déterminée, la ligne de la force mouvante peut être telle qu'elle poussera davantage le vaisseau selon la quille, qui est le sens dont il avance le plus facilement, ou qu'au contraire elle le poussera davantage selon la perpendiculaire à la quille, qui est le sens le moins favorable au mouvement. Or plus le vaisseau sera poussé du sens qu'il avance le plus facilement, plus sa route s'approchera de la quille, & au contraire. Par consequent le vaisseau ayant toûjours la même figure, l'angle de la dérive variera selon toutes les differentes positions que peut avoir la ligne de la force mouvante par rapport à celle de la quille.

Il est évident que si la ligne de la force mouvante concourt avec celle de la quille, il n'y a point de dérive, & que la route se fait selon la quille.

Lorsque la route est, comme elle l'est ordinairement, une ligne moyenne entre celle de la force mouvante & la quille, cette ligne moyenne est dans le même cas que si selon la Theorie des mouvements composés elle resultoit des actions de deux forces, dont l'une agît selon la ligne de la force mouvante, & l'autre selon la quille. En ce cas si ces deux forces étoient exprimées par les deux lignes qu'elles tendroient à faire parcourir en même temps, la diagonale du parallelogramme dont ces deux lignes seroient les deux côtés, exprimeroit le resultat de leurs actions, ou la ligne que le mobile devroit parcourir. On peut donc concevoir le vaisseau comme poussé par deux vents, & pour plus de facilité, par deux vents perpendiculaires l'un à l'autre, dont chacun soit perpendiculaire à la voile qui lui est exposée. On suppose aussi les voiles égales. Il semble que les deux lignes que chaque vent en particulier fera parcourir au vaisseau dans un même temps, étant déterminées de grandeur, la diagonale du rectangle sera la route que le vaisseau fera dans le temps déterminé, mais M. Bernoulli raisonne autrement. La vitesse que cha-

que vent en particulier imprimeroit au vaiſſeau eſt uniforme, ſelon ce que nous avons dit, & la reſiſtance que l'eau fera à chacune de ces viteſſes eſt égale à la force dont le vaiſſeau eſt pouſſé par chaque vent. Or ici toutes les grandeurs qui entrent dans la reſiſtance de l'eau étant égales, hors les viteſſes, les deux reſiſtances de l'eau, égales chacune à la force du vent correſpondant, ſont donc comme les quarrés des viteſſes, & par conſequent on doit conſiderer le vaiſſeau comme pouſſé par deux forces qui ſoient comme ces quarrés. Le parallelogramme, dont la diagonale ſera la route du vaiſſeau, ne doit pas donc être fait ſous deux côtés qui ſoient comme les viteſſes, mais ſous deux côtés qui ſoient comme leurs quarrés, ce qui change la direction ou poſition de la diagonale ou de la route.

La route du vaiſſeau ſera repreſentée par cette diagonale, mais non pas ſa viteſſe, puiſque les côtés du parallelogramme repreſentent, non les viteſſes, mais leurs quarrés. Cette diagonale repreſentera donc le quarré de la viteſſe du vaiſſeau, d'où la viteſſe ſera bien aiſée à déduire.

Mais pour examiner encore la viteſſe de plus prés, conſiderons qu'elle eſt d'autant plus grande que la force mouvante eſt plus grande, & meut le vaiſſeau ſelon une ligne plus favorable au mouvement.

Le vent & la voile étant ſuppoſés toûjours les mêmes, la grandeur de la force mouvante ne dépend plus que de l'incidence du vent ſur la voile. Plus cette incidence approche d'être perpendiculaire, plus le vent a de force, & plus le vaiſſeau a de viteſſe.

Mais ſi on ſuppoſe l'incidence du vent ſur la voile toûjours la même, & par conſequent la force mouvante égale, il y a encore une choſe qui fait varier la viteſſe du vaiſſeau. La poſition de la voile par rapport au vent étant déterminée & fixe, celle de la voile par rapport à la quille ne l'eſt pas pour cela, & l'on peut par le moyen du Gouvernail mettre la quille en differentes ſituations par rap-

port à la voile. La route est une ligne moyenne entre celle de la force mouvante, qui dans la supposition presente est fixe, & celle de la quille. Nous avons déja vû, en parlant de l'angle de la dérive, que selon que la ligne de la force mouvante étoit plus ou moins approchante de celle de la quille, le vaisseau étoit poussé d'une maniere plus ou moins favorable à son mouvement, & c'est là le principe de la 2de condition d'où dépend la vitesse. Nous l'allons voir plus en détail.

La route est une ligne moyenne entre la ligne de la force mouvante & celle de la quille, & elle change de direction, comme nous avons vû, quand l'angle de ces deux lignes extrêmes change. Donc la position de la ligne de la force mouvante étant fixe, si celle de la quille change, la route change aussi. C'est de la direction de la route que dépend la differente incidence de l'eau sur le grand côté & sur le petit du vaisseau rectangulaire, c'est-à-dire, que selon la differente route les angles d'incidence de l'eau sur chacun des deux côtés varient entre eux, & sont plus ou moins inégaux. Ces deux angles pris ensemble font toûjours un droit, mais les sinus de deux angles qui en valent un droit ne font pas une somme égale à celle des sinus de deux autres angles qui en valent aussi un droit, & par consequent selon la differente route du vaisseau les sommes des sinus des angles d'incidence de l'eau sur les deux côtés sont differentes. Or ces sinus ou leurs quarrés expriment les differentes resistances de l'eau à chaque côté, & par consequent la somme des deux resistances de l'eau *laterales* varie selon la differente route, & par consequent aussi la vitesse du vaisseau. Il est clair qu'à une plus grande somme des resistances laterales répond une moindre vitesse.

Les deux resistances laterales ou partiales de chaque route produisent une resistance moyenne ou totale qu'il est aisé de calculer. Chacune de ces resistances moyennes est égale à la force dont le vaisseau est poussé. Or

dans les deux differentes routes la force mouvante eſt la même, puiſque l'incidence du vent ſur la voile eſt ſuppoſée la même. Donc les deux reſiſtances moyennes ſont égales ; & comme dans l'expreſſion de chacune entre neceſſairement la viteſſe particuliere dont le vaiſſeau eſt pouſſé ſelon chaque route, on a le rapport de ces deux differentes viteſſes à des grandeurs où il n'entre que les côtés connus du vaiſſeau, & les routes ou des lignes qui en dépendent.

De tout ce qui a été dit il reſulte qu'il doit y avoir *un plus grand* pour la viteſſe du vaiſſeau, c'eſt-à-dire, que l'incidence du vent ſur la voile étant toûjours la même, il y aura une poſition de la quille par rapport à la ligne de la force mouvante, telle que le vaiſſeau aura une plus grande viteſſe en cette diſpoſition qu'en toute autre. Ce plus grand de viteſſe, que le calcul donne ſans peine, ſe trouve lorſque la diagonale du vaiſſeau rectangulaire eſt dans la ligne de la force mouvante, & par conſequent perpendiculaire à la voile. On peut être ſurpris d'abord que ce ſoit cette diagonale qu'il faille mettre dans cette ſituation, & non la quille, c'eſt-à-dire, la ligne tirée par le centre du parallelogramme parallelement au grand côté, car la quille eſt toûjours la ligne la plus favorable au mouvement. Mais il eſt aiſé de voir que la plus grande viteſſe répond à la moindre reſiſtance de l'eau, & que c'eſt à la pointe ou à un angle quelconque du paralellogramme que l'eau reſiſte le moins. Ce qu'on avoit appellé la quille ne l'étoit pas veritablement, c'eſt la diagonale qui l'eſt, & l'erreur du mot diſſipée il n'y a plus de paradoxe.

La ligne qui exprime chaque viteſſe eſt toûjours priſe ſur la ligne de la route, & comme les differentes viteſſes du vaiſſeau pour chaque route, ou, ce qui revient au même, pour chaque poſition de quille, ont des rapports connus, on peut concevoir l'infinité de lignes qui exprimeront les viteſſes comme tirées, & formant par leurs extremités une Courbe, que M. Bernoulli appelle *la détermina-*

trice des viteſſes. Il enſeigne à la tracer par points, c'eſt-à-dire, pour toutes les poſitions de quille differentes, l'angle du vent avec la voile étant toûjours le même.

Cela fait, on voit qu'à moins que la ligne de la route ne touche la Courbe, ce qu'il n'y a qu'une ſeule route qui puiſſe faire, elle la coupe en deux points, & comme tous les points de cette Courbe déterminent les viteſſes, il y a donc, hors un ſeul cas, deux differentes viteſſes pour une ſeule route; & parce que chaque point de la Courbe répond à une differente poſition de quille, on peut faire la même route avec deux differentes poſitions de quille, mais avec deux differentes viteſſes. Il eſt bien aiſé de voir laquelle des deux eſt la plus grande, & il faut la choiſir, & par conſequent donner à la quille la poſition qui lui répond.

Il y a un avantage conſiderable que l'on tâche ſouvent à ſe procurer par la Manœuvre, c'eſt de *gagner au vent*. Comme un vent qui ſouffle de l'Eſt à l'Oüeſt, par exemple, & qui tombe obliquement ſur la voile, ne la pouſſe que ſelon une perpendiculaire, il ne pouſſe pas le vaiſſeau à l'Oüeſt, & la perpendiculaire peut être telle qu'elle ſera dirigée ſelon la ligne du Sud-Eſt, & que par conſequent ſa direction tiendra d'une direction qui iroit de l'Oüeſt à l'Eſt, & qu'enfin l'impulſion du vent ſuppoſé tendra à le faire aller en partie de l'Oüeſt à l'Eſt, & contre le vent même. Or c'eſt un avantage d'aller contre le vent, ou de gagner au vent, non ſeulement quand on veut faire une route à laquelle il eſt preſque entierement contraire, mais quand on veut prendre le deſſus du vent à l'égard d'un vaiſſeau qu'on veut aborder, ou dont on ne veut pas être abordé. La Courbe de M. Bernoulli fait voir encore quelle eſt la route qu'on doit tenir, ou la poſition qu'on doit donner à la quille, pour gagner au vent le plus qu'il eſt poſſible.

Si la route qu'on veut tenir eſt déterminée, ce qui eſt le cas le plus ordinaire, on trouve par le moyen de la

Courbe que deux differentes positions de quille y sont également propres, & on doit choisir celle qui donne la plus grande vitesse.

Tout ce qu'on vient de dire suppose l'angle d'incidence du vent sur la voile constant, ou, pour parler plus précisément, la ligne de la force mouvante toûjours dirigée au même point de l'horison, ce qui, comme nous l'avons veû, subsiste tant que la voile est dirigée selon un même diametre de l'horison, soit qu'elle reçoive le vent sous differents angles, ou sous le même. Mais si la position de la voile change, ce qui fait changer la direction de la ligne de la force mouvante, ou de la perpendiculaire à la voile, alors il répondroit à cette nouvelle position de la voile une autre position de quille par rapport à elle pour donner au vaisseau la plus grande vitesse qui fût possible dans cette nouvelle hypothese. Et de même toutes les differentes positions de voile à l'infini auront leurs differentes positions de quille correspondantes pour une plus grande vitesse.

Si l'on n'avoit déterminé ni une position de la voile selon un certain diametre de l'horison, ni une position de quille par rapport à la voile, & qu'on cherchât à déterminer ces deux positions ensemble pour avoir la plus grande vitesse possible, cette plus grande vitesse seroit donc la plus grande entre le nombre infini des plus grandes, dont chacune resulte d'une certaine position de voile déterminée, & de la position de quille la plus avantageuse qui y répond. La détermination de ce *plus grand des plus grands*, est un Problême de Geometrie des plus élevés. M. Bernoulli le résout, & est conduit par cette resolution à des remarques importantes, dont l'occasion est rare. Mais nous ne pouvons entrer ni dans cette recherche ni dans ces reflexions. M. Bernoulli lui-même prefere pour la pratique une autre méthode, qu'il appelle Méchanique, & qui dépend cependant d'une fine Geometrie.

Si pour chaque position differente de voile la Courbe

déterminatrice des differentes viteſſes étoit décrite, il y auroit une infinité de ces Coúrbes , puiſqu'il peut y avoir une infinité de poſitions de voile infiniment peu différentes, & cette infinité de Courbes, la 1re & la 2de, la 2de & la 3me &c. ſe couperoient toutes de ſuite dans des points infiniment proches. La ſuite de cette infinité de points d'interſection formeroit une nouvelle Courbe qui toucheroit toutes les *déterminatrices des vîteſſes* , & renfermeroit toutes leurs conditions & leurs avantages. M. Bernoulli la ſuppoſe, non pas exactement, ce qui eſt impoſſible dans la pratique, mais ſuffiſamment bien décrite, & il enſeigne à trouver par ſon moyen quelle ſera la poſition tant de la voile que de la quille pour faire une route propoſée avec la plus grande viteſſe poſſible, ou pour gagner le plus au vent.

Juſqu'ici la figure de parallelepipede ou de parallelogramme qu'on a donnée au vaiſſeau a été fort éloignée de celle qu'on a coutume de leur donner. Pour s'en rapprocher davantage M. Bernoulli prend un vaiſſeau qui ait la figure d'un Rhombe ou Loſange, mais les mêmes principes ſubſiſtent toûjours, ſeulement les explications en deviennent plus difficiles, & les calculs plus compliqués. Enfin aprés avoir paſſé par ces degrés, M. Bernoulli vient à une figure curviligne. C'eſt en general une portion de Courbe quelconque, qui a un axe & des ordonnées.

La Courbe qui repreſente la figure du vaiſſeau ne peut être frappée par l'eau que ſelon la ligne de la route, ou, ce qui eſt le même, parallelement à cette ligne. Les paralleles à la route menées ſur tous les côtés infiniment petits de la Courbe y ont differentes incidences, mais chacune ne frappe que ſelon une perpendiculaire au petit côté qu'elle frappe. Une quelconque de ces perpendiculaires a la Courbe étant tirée ou conçûë pour repreſenter toutes les autres, elle eſt compoſée de deux directions dont l'une eſt perpendiculaire & l'autre parallele à l'axe de la Courbe. De-là il ſuit que chaque petit côté eſt frappé ou pouſ-

ſé ſelon deux directions, l'une perpendiculaire, l'autre parellele à cet axe. Si on a le rapport de la ſomme de toutes les impulſions perpendiculaires à l'axe à la ſomme de toutes les impulſions paralleles, un rectangle dont les deux côtés auront ce rapport étant décrit, la diagonale repreſentera l'impulſion ou reſiſtance moyenne de l'eau, & la poſition de cette diagonale ſera neceſſairement oblique à l'axe de la Courbe. On ſçait par tout ce qui a été dit que la poſition de cette ligne de la reſiſtance moyenne de l'eau eſt toûjours la même que celle de la ligne de la force mouvante.

Si l'incidence de l'eau ſur tous les petits côtés de la Courbe change, il ſe forme deux autres ſommes d'impulſions ou de reſiſtances perpendiculaires & paralleles à l'axe de la Courbe, ces ſommes ont un autre rapport, & par conſequent la diagonale du parallelogramme ſuppoſé, ou la ligne de la reſiſtance moyenne de l'eau change de grandeur & de poſition, & la ligne de la force mouvante change auſſi de poſition. Or l'incidence de l'eau ſur tous les petits côtés de la Courbe change neceſſairement dés que le vaiſſeau change de route, ce qui eſt viſible, donc le changement de route fait changer la poſition de la ligne mouvante. Il eſt clair reciproquement que ſi la poſition de la ligne de la force mouvante change, celle de la route change auſſi. La poſition de la ligne de la force mouvante donne celle de la voile, puiſqu'elle lui eſt toûjours perpendiculaire.

Ces deux lignes, celle de la force mouvante & celle de la route étant dépendantes l'une de l'autre mutuellement, quant à la poſition, l'une des deux poſitions étant donnée, il faut donc que l'autre en puiſſe être déduite. Suppoſons d'abord la poſition de la route donnée.

Pour avoir celle de la ligne de la force mouvante, ou de la reſiſtance moyenne de l'eau, il faut avoir les ſommes des reſiſtances laterales de l'eau, les unes perpendiculaires, les autres paralleles à l'axe de la Courbe, & par conſe-
quent

quent déterminer la Courbe. M. Bernoulli ſuppoſe que la figure du vaiſſeau ſoit formée de deux ſegments circulaires égaux ayant une corde commune qui ſera la quille, ce qui approche aſſés des figures ordinaires. Il exprime algebriquement les differentielles des deux eſpeces de reſiſtances laterales, & heureuſement les ſommes de ces differentielles ſe trouvent intégrables ; par conſéquent il a leur rapport, d'où tout le reſte ſuit. Ce rapport eſt aſſés composé.

Il change, comme on voit qu'il doit faire, à chaque changement de route, mais il y a deux cas principaux qui le changent d'eſpece en quelque ſorte. Il y a toujours une moitié du vaiſſeau qui éprouve la reſiſtance de l'eau, tandis que l'autre en eſt entierement à couvert. Si la moitié expoſée à la reſiſtance de l'eau eſt un des deux ſegmens circulaires entier, ou ſi cette moitié eſt compoſée des deux moitiés égales des deux ſegmens, il eſt clair que la reſiſtance de l'eau eſt conſiderablement differente dans ces deux cas extrêmes, beaucoup plus grande dans le premier, parce que le vaiſſeau n'y profite point de l'avantage de ſa figure pointuë pour fendre l'eau, & beaucoup moindre dans le ſecond, parce qu'il profite de ſa pointe autant qu'il eſt poſſible. Or ce qui détermine la moitié du vaiſſeau expoſée à l'eau, ce ſont deux lignes paralleles à la route les plus éloignées d'elle de part & d'autre que l'on puiſſe tirer par deux points de la ſurface du vaiſſeau. Si elles paſſent par les deux extremités ou pointes du vaiſſeau, il eſt dans le 1er cas, & ne preſente à l'eau qu'un ſeul ſegment circulaire; ſi elles paſſent par les deux extremités de la perpendiculaire tirée par le milieu de la quille, le vaiſſeau eſt dans le 2d cas, & preſente à l'eau la moitié de chaque ſegment circulaire, ou avance de pointe.

Si les deux paralleles à la route paſſent par les deux pointes du vaiſſeau ou extremités de la quille, & en même temps ſont tangentes chacune de leur ſegment ou arc

circulaire, il ſuit de-là que l'arc qu'elles touchent, ou le côté infiniment petit qui eſt une partie d'elles au point d'attouchement, fait avec la quille le même angle que la route. Mais ſi la route, & par conſéquent les deux paralleles viennent à s'incliner davantage ſur la quille, & par conſequent à faire avec elle un angle moindre que l'angle fixe & conſtant de chaque arc circulaire avec la même quille, alors les deux paralleles deviennent tangentes des deux arcs circulaires en d'autres points, & une des pointes du vaiſſeau commence à être compriſe dans la partie expoſée à l'eau, & l'eſt toujours de plus en plus juſqu'à ce qu'enfin la ligne de la route étant infiniment inclinée à la quille ou concourant avec elle, les deux paralleles ſoient tangentes du vaiſſeau aux deux extremités de la perpendiculaire qui paſſe par le milieu de la quille. Que ſi l'angle de la route avec la quille eſt plus grand que celui de chacun des deux arcs circulaires avec la quille, les deux paralleles paſſent toujours par les deux extremités de la quille, mais ſans être tangentes du vaiſſeau, la partie expoſée à l'eau eſt toujours un ſeul ſegment circulaire entier, & enfin la route peut concourir avec la perpendiculaire à la quille. Ce ſont là les deux cas principaux qui changent l'eſpece du rapport qui eſt entre les reſiſtances laterales de l'eau.

On trouvera les viteſſes du vaiſſeau de figure circulaire pour differentes routes, la force mouvante étant la même, comme on a trouvé celles du vaiſſeau rectangulaire. C'eſt le même raiſonnement.

Que ſi dans le vaiſſeau à figure circulaire la poſition de la ligne de la force mouvante étoit déterminée, & qu'il falût déterminer la route, on le pourroit, mais par un calcul algebrique ſi long & ſi composé, que M. Bernoulli juge plus à propos d'y ſubſtituer des Tables, où à toutes les routes répondroient les poſitions de la ligne de la force mouvante, & à celles-ci les routes. Ces Tables contiendroient auſſi les viteſſes.

Pour porter tout cela à sa derniere précision, il faudroit avoir déterminé la figure du vaisseau qui lui feroit éprouver de la part de l'eau la moindre resistance possible. Cette détermination a été faite pour un vaisseau dont la route se feroit selon la quille *, mais elle ne l'est pas dans la supposition de toutes les autres routes possibles, & comme la resistance de l'eau changera pour toutes ces routes, il faudroit pour chacune d'elles une differente figure de vaisseau. Il ne paroît donc pas que la Geometrie puisse aspirer à cette entreprise, & il faut s'en tenir aux tâtonnements de l'experience, qui détermineront à peu-prés une figure moyenne la plus convenable pour toutes les routes.

* V. l'Hist. de 1699. p. 95.

La position de la ligne de la resistance moyenne de l'eau à l'égard de la route, ou, ce qui revient au même, à l'égard de la quille, étant déterminée, cette ligne passe necessairement par un certain point de la quille. D'un autre côté la ligne de la force mouvante passe par le milieu de la voile, &, ce qui en est une suite necessaire, par le Mast auquel la voile est attachée, ou ce qui revient au même, par le pied du Mast toûjours posé sur la quille, ou enfin par un certain point de la quille. Si la route est telle que la ligne de la resistance moyenne de l'eau & celle de la force mouvante ne passent pas par un même point de la quille, la resistance de l'eau qui se distribuë également des deux côtés de la ligne de la resistance moyenne, ne se distribuë donc pas également des deux côtés de la ligne de la force mouvante, & comme il faut cependant que ces deux lignes soient une même droite, le vaisseau tournoyera jusqu'à ce qu'elles soient toutes deux dans cette position. Pour empêcher ce tournoyement il faut sçavoir par quel point de la quille passe la ligne de la resistance moyenne de l'eau, & y planter le Mast.

M. Bernoulli enseigne à déterminer ce point. Les resistances perpendiculaires à l'axe de la Courbe étant exprimées algebriquement & conçûës comme autant de poids attachés à un levier qui est l'axe, y ont un centre de gravité commun. De même les resistances paralleles à

l'axe ont un centre de gravité commun sur une perpendiculaire à l'axe. Deux lignes perpendiculaires l'une à l'autre tirées par ces deux centres de gravité se coupent en un point qui est le centre de gravité des deux especes de resistances. Il faut donc que la ligne de la resistance moyenne passe par ce point, ce qui détermine par consequent le point où elle coupe la quille, & où l'on doit arborer le Mast.

Mais comme la ligne de la resistance moyenne change pour chaque route, le point où il faudroit planter le Mast changeroit aussi, ce qui étant impossible dans la pratique, on ne peut que trouver à peu près pour le Mast une situation moyenne la plus commode pour toutes les differentes routes.

Il ne reste plus qu'à rectifier la supposition de la voile toujours platte. Il est bien certain qu'elle ne l'est pas, & que par l'action du vent elle prend une certaine courbure. Par-là la ligne de la force mouvante change, & c'est une perpendiculaire à la Courbe de la voile, telle que des deux côtés les impulsions du vent sur les parties differemment inclinées de la voile soient égales, ou, ce qui est le même, qu'elle en soit l'axe d'équilibre, comme la ligne de la résistance moyenne de l'eau est l'axe d'équilibre de toutes les resistances particulieres. Il faut donc déterminer la courbure de la voile, ou, ce qui est le même problême plus simple, la courbure d'une simple corde qui seroit dans les mêmes circonstances que la voile, & pour cela il est besoin d'établir deux principes, dont l'un l'a été déja dans tout ce discours.

1°. Une corde homogene & parfaitement flexible étant tenduë, elle l'est également dans toutes ses parties, quelque figure qu'elle prenne par la tension ; car si on concevoit une partie plus tenduë, comme elle feroit effort pour se remettre dans son premier état, elle tireroit à elle une partie moins tenduë qui lui cederoit, & par consequent toutes deux viendroient à une tension égale.

2°. Une Corde qui dans ses differentes parties reçoit des impressions ou pressions obliques, n'est poussée ou pressée que selon des perpendiculaires aux points d'incidence, & ces perpendiculaires sont les sinus des angles d'incidence.

Lorsqu'une Corde se courbe parce qu'elle est tirée par des poids ou poussée par un fluide qui agit sur elle, elle est tenduë & poussée en même tems & par les mêmes forces, mais elle est également tenduë, & inégalement poussée ou pressée. Et pour mieux voir encore la difference de ces deux actions de tension & de pression, il ne faut qu'observer qu'une corde ou une partie quelconque de corde n'est tenduë qu'entant qu'elle est tirée selon sa longueur ou sa direction, & qu'au contraire elle n'est pressée qu'entant qu'elle l'est perpendiculairement à cette même longueur.

Les tensions ne changent rien par elles-mêmes à la direction d'une partie de corde, mais les pressions la changent, puisqu'elles poussent necessairement cette partie selon une certaine perpendiculaire.

Lorsqu'une corde se courbe, ce n'est que parce que chacune de ses parties infiniment petites, qui devient un côté de la Courbe, reçoit l'action d'une puissance differente de celle qui a agi sur le côté precedent, ou qui agira sur le suivant. Par-là chaque petit côté prend une direction differente de celles des deux côtés qui l'enferment. Si une corde étoit en même temps inégalement tenduë, & inégalement pressée, il faudroit concevoir quelque côté plus long, à cause de l'inégalité de tension, & en même tems d'une direction plus ou moins differente de celle du côté voisin, à cause de l'inégalité de pression. Or je suppose qu'il est connu que la grandeur de la courbure d'une Courbe est en raison directe de la grandeur du changement de direction d'un côté à l'autre, ou de l'angle de contingence, & en raison renversée de la grandeur des côtés dans lesquels on la conçoit divisée. Donc si la

Corde étoit inégalement tenduë & pressée, elle prendroit une courbure qui seroit en raison composée de la raison renversée des tensions, & de la directe des pressions. Mais la corde est toûjours également tenduë, donc sa courbure n'est qu'en raison directe des pressions, & c'est-là la détermination generale de toutes ces sortes de Courbes. Comme les Rayons des Développées sont toûjours en raison renversée des courbures, il faut prendre ces Courbes telles que leurs rayons de la Développée à chaque point soient en raison renversée de la pression à ce même point. Il ne s'agit donc plus que de déterminer quelles seront les differentes especes de pression.

S'il s'agit, comme ici, d'une voile enflée par le vent, les pressions seront comme les quarrés des sinus des angles d'incidence du vent sur chaque petit côté de la Courbe. Cela est clair par tout ce qui a été dit. On suppose que chaque filet du vent donne son coup à la voile, après quoi il sort librement de sa cavité, autrement il se feroit dans cette cavité differentes reflexions, qui changeroient les impulsions primitives, & par consequent la nature de la Courbe.

Si la voile renfermoit une matiere elastique, comme l'air, dont le ressort agit également en tout sens, il est clair que les pressions étant toutes égales, la Courbe cherchée seroit un Cercle.

Si l'on supposoit un Linge courbé par une liqueur pesante qu'il contiendroit, les pressions seroient les hauteurs des differentes colonnes de cette liqueur.

Il ne faut pas oublier ici que M. Bernoulli retrouve ce qu'il avoit démontré autrefois, que la Courbe de la voile, ou la *Voiliere* est la même que la *Chaînette*, Courbe formée par une Corde qui est attachée par ses deux extremités à deux points fixes, & porte en tous ses points, dont le nombre est infini, autant de poids égaux. Il semble qu'en suivant les raisonnements qui ont été faits, on peut prouver aisément l'indentité des deux Courbes.

La Chainette eſt également tenduë en toutes ſes parties, par conſequent elle ſera la même que la Voiliere ſi les preſſions de part & d'autre ſuivent le même rapport. Les preſſions de la Chainette ſont des tractions de poids dont toutes les directions ſont verticales & paralleles. La direction de chaque poids eſt oblique à chaque petit côté de la Chainette, & par conſequent doit être décompoſée en perpendiculaire & parallele à l'axe de la Courbe qui eſt la ligne menée d'un des points fixes à l'autre. La perpendiculaire à l'axe eſt la ſeule ligne ſelon laquelle le poids tire le côté, elle eſt le ſinus de l'àngle aigu qui fait la direction verticale du poids avec le côté, &, ſi on peut le dire, de l'angle d'incidence du poids. Plus cette perpendiculaire à l'axe, ou ce ſinus eſt grand par rapport à ce qu'il y a de parallele dans la direction du poids, plus il agit ou tire avec force.

Il eſt aiſé de voir qu'en prenant la Courbe depuis un des points fixes juſqu'à ſon milieu, les ſinus des angles que font les directions des poids avec les côtés vont toûjours en croiſſant; car tous les poids étant ſuppoſés égaux leurs actions ou tractions ne peuvent être que comme leurs diſtances à ce point fixe, qui augmentent toûjours, or leurs actions ſont comme ces ſinus, donc les ſinus augmentent toûjours depuis un point fixe où eſt l'origine de la Courbe juſqu'à ſon milieu.

Cela poſé, chaque côté de la Courbe eſt d'autant plus tiré non ſeulement que chaque poids agit par un plus grand ſinus, mais encore que chaque poids agit avec plus d'avantage à l'égard d'un côté voiſin, car pour tirer la corde en embas, il ſuffit qu'un poids ait une force quelconque, mais pour la courber actuellement, il faut qu'il la tire plus qu'un autre poids ne la tire, ſans quoi toute la force poſſible ne ſerviroit de rien. En un mot il faut & force dans chaque poids & inégalité de force en tous, j'entends dans une moitié de la Courbe. Or non ſeulement la force de deux poids pris ſéparément & en eux-

mémes s'exprimera par deux ſinus tels que nous les avons marqués, mais leur inégalité ou rapport de forces s'exprimera par les mêmes ſinus, d'où il ſuit que les tractions de ces deux poids ſeront comme les quarrés de ces ſinus, ce qui eſt préciſément le rapport des preſſions du vent dans la Voiliere. Donc la Voiliere & la Chainette ſont la même Courbe.

Dans l'application de la Theorie de M. Bernoulli à la pratique, il y a une commodité très-conſiderable, c'eſt que pour déterminer la poſition de l'axe d'équilibre des impulſions du vent, ou de la ligne de la force mouvante ſur la voile courbe, on n'eſt point obligé de connoitre la nature de la Voiliere, & d'en faire les calculs, ce qui ſeroit embaraſſant. M. Bernoulli démontre que ſi du milieu de chacun des deux côtés l'un ſuperieur, l'autre inferieur, qui terminent la voile courbe; on tire une Tangente, la ligne qui diviſera en deux également l'angle du concours des deux Tangentes ſera l'axe d'équilibre des impulſions du vent.

Voilà une idée ſuperficielle du Livre de M. Bernoulli. Nous n'avons voulu que faire ſentir combien on en pouvoit tirer d'inſtruction dans une matiere auſſi neuve, auſſi importante, auſſi meſlée de Phiſique, auſſi compliquée.

MACHINES OU INVENTIONS APPROUVÉES PAR L'ACADEMIE EN M.DCCXIV.

I.

UN Pendule de M. Bon Horloger. Le principe du mouvement eſt un poids appliqué à un Pendule dont il rend les vibrations toûjours égales, parce qu'il peſe toûjours également. Ainſi cette Horloge n'eſt point ſujette aux inégalités cauſées par le reſſort qui fait mouvoir les Pendules ordinaires de chambre, & elle doit aller avec une

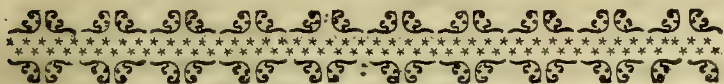
une grande exactitude, comme on l'a éprouvé pendant plusieurs jours à l'Observatoire. Il n'y a dans cette Machine qu'un seul ressort qui ne sert que pour la Sonnerie, & qui en se détendant fait remonter le poids. L'Academie a crû que cette invention seroit utile & agreable au Public, & elle a donné à l'Auteur le titre de son Horloger.

II.

Une invention de P. Ressin de l'Oratoire pour abaisser sans peine toutes sortes de fardeaux.

III.

Des Chariots à voile de M. du Guet. La disposition du Gouvernail, & celle des voiles, qui pourroient aller même contre le vent, ont paru ingenieuses. Puisque selon les relations des Voyageurs il y a des Chariots à voiles à la Chine & en Tartarie, il peut y en avoir ailleurs, mais il faut des pays plats & découverts, & des chemins presque sans orniers, & dont le terrain soit ferme.



ELOGE

DE Mr. POLI.

MARTINO POLI nâquit à Lucques le 21 Janvier 1662 d'une honnête famille qui vivoit de ses revenus; il fut l'aîné de trois Freres, dont aucun n'a exercé de profession lucrative.

Une inclination naturelle, & qui se déclara bien vîte, le porta à la Chimie; un de ses Oncles, qui étoit dans le même goût, l'y soutint, & l'y favorisa, même contre le gré du Pere. A peine M. Poli avoit-il 16 ans qu'il faisoit déja des Medicaments Chimiques, instruit par la nature seule, dont il ne pouvoit même recevoir les leçons qu'à la dérobée dans la maison paternelle. Aussi en sortit-il à 18

ans pour aller se mettre en liberté à Rome, où son Oncle lui devoit fournir les secours necessaires.

Là il se livra tout entier à son genie, il s'appliqua avec ardeur à la connoissance des Metaux, premier objet des travaux de la Chimie, & dernier terme de ses esperances, si elle ose aspirer à la Transmutation; il inventa plusieurs Operations nouvelles qui firent du bruit, & bien-tôt ce ne fut plus un bruit inutile, son art devint un établissement sur lequel il pouvoit compter, & il se maria vers l'âge de 28 ans.

En 1691 il obtint du Cardinal Altieri Camerlingue le pouvoir d'établir dans Rome un Laboratoire public, mais ce n'étoit qu'en qualité de Chimiste, & à titre extraordinaire, & en 1700 ce fut encore à titre d'Apotiquaire par les Lettres de Maîtrise qui lui en furent expediées. L'autorité publique pouvoit bien lui confier la partie medicinale de la Chimie, après qu'il avoit été autant éprouvé sur celle qui n'est que curieuse.

Quoi-qu'un bon Laboratoire soit, pour ainsi dire, toute la Nature en abregé, & qu'on y en puisse choisir telle partie qu'on voudra pour l'étudier à loisir, & en repos, M. Poli ne renferma pas ses études dans son Laboratoire. Il alloit chercher tous les Chimistes & les Phisiciens de reputation qui étoient en differens lieux de l'Italie, & il la parcourut toute entiere en plusieurs voyages entrepris pour de semblables sujets. Ce n'est pas qu'ordinairement les Livres ne soient plus sçavants que les Sçavans, & que leurs propres Auteurs; mais outre que tous les Sçavants n'impriment pas, quelquefois, & sur-tout en fait de Chimie, ceux qui sont sinceres donnent plus d'instruction, & une instruction plus claire que les Livres.

M. Poli trouva un secret qui regardoit la Guerre, & comme l'Italie étoit assez heureuse pour n'en avoir pas beaucoup de besoin, il vint en France en 1702 l'offrir au Roi. Quoi-que la guerre qui vient d'être terminée commençât alors, que le secret de M. Poli dût nous don-

ner un grand avantage ſur les Ennemis, du moins pendant une campagne, & avant qu'ils l'euſſent appris de nous, le Roi ne voulut point s'en ſervir, & préfera l'interêt du genre humain au ſien; mais pour s'aſſûrer que l'invention ſeroit ſupprimée, & en même temps pour recompénſer l'habileté de l'Inventeur, il lui donna une penſion, & le titre de ſon Ingenieur avec celui d'Aſſocié Etranger ſurnumeraire de l'Academie Royale des Sciences, en attendant qu'il vînt à vaquer une des huit places deſtinées aux Etrangers. On peut avoir regret que la Poudre à canon n'ait pas été preſentée à un Prince de ce caractere.

M. Poli retourna en Italie en 1704. revêtu de ces nouveaux titres d'honneur, & peut-être ne lui ſeroit-il pas revenu plus de gloire de l'exécution de ſon ſecret que de la ſuppreſſion qui avoit été achetée aſſés cher, & qui laiſſoit tout à deviner.

Comme il étoit plein d'experiences Chimiques, & de vûës ſur la Phyſique & ſur la Medecine, il publia à Rome en 1706 un grand Ouvrage intitulé *Il Trionfo de gli Acidi*, dédié au Roi ſon bienfaicteur. Le but de tout le Livre eſt de prouver que les Acides ſont très injuſtement accuſés d'être la cauſe d'une infinité de maladies, qu'au contraire ils en ſont le remede ſouverain, & c'eſt en cela que conſiſte leur *Triomphe*.

Selon M. Poli, les Acides ſont abſolument neceſſaires à toutes les fermentations ou digeſtions qui ſe font dans l'eſtomac, ſoit des aliments, ſoit des medicaments, & celles qui ſont mauvaiſes ne le ſont, & par-là ne deviennent la ſource d'une infinité de maladies, que parce qu'elles ſe fon par des matieres qui abondent trop en Alkali; cependant les Acides ne paſſent jamais dans le ſang, toutes les Analiſes que M. Poli en a faites ne lui ont jamais donné un atome d'Acide, ils ſe précipitent dans les Inteſtins avec les matieres excrementeuſes, & il n'entre dans les Veines lactées qu'une vapeur ſubtile & ſpiritueuſe, élevée par la chaleur naturelle, & formée d'une huile très douce, & d'Alkali volatils.

Ici nous ne devons pas dissimuler que M. Homberg en faisant l'Analise du sang, y a trouvé de l'Acide, quoi-qu'en petite quantité *, ainsi c'étoit là un point fondamental du sistême de M. Poli, qui restoit à discuter entre les deux Chimistes, si cependant des Analises qui ne donnent pas un certain produit peuvent être opposées à d'autres qui le donnent. Il faudroit pour cela qu'on démélât dans celles-ci, & qu'on y fit reconnoître quelque apparence trompeuse.

* V. l'Hist. de 1712. p. 45. & suiv.

Mais un Adversaire particulier, quelque considerable qu'il soit, ne l'est pas beaucoup en comparaison de tout le Corps des Philosophes modernes que le Livre de M. Poli attaque. Il s'y déclare ennemi à toute outrance de tous les Auteurs, & de tous les Sectateurs de la Philosophie corpusculaire, qu'il prétend être renouvellée d'Epicure, & à qui il ne donne pas sans dessein cette origine suspecte. On ne doit point être surpris de cette façon de penser dans un Italien, il est d'un pays où la Philosophie ancienne domine encore, parce qu'elle est ancienne, & que tout ce qui ne l'est pas y fait ombrage. En Angleterre même on commence à ne traiter guere mieux la Philosophie corpusculaire, car j'entends par-là celle qui n'admet que des idées claires, figures & mouvements. Peut-être dans un Pays on ne veut point de nouveautés par la seule raison qu'elles sont nouveautés, & dans l'autre on ne veut de nouveautés que celles qui y ont pris naissance.

Quoi-qu'il en soit, on ne peut abandonner la Philosophie corpusculaire sans tomber dans des pensées qui seront, si l'on veut, specieuses, nobles, brillantes, mais à qui il manquera de la clarté. Ce défaut ne gâte pas tout, & d'excellens Livres n'en sont pas exempts. Celui de M. Poli contient quantité d'experiences remarquables, de raisonnements soit de Chimie, soit de Medecine, qui meritent beaucoup d'attention, même de la part de ceux qui n'en seront pas persuadés, un assés grand nombre de remedes nouveaux & de son invention, dont les Medecins pour-

ront profiter. Il ne croyoit pas la Goute même incurable ; toûjours n'eſt-il pas bien certain qu'elle le ſoit, & quelque fois une eſperance hardie a des ſuccès qu'un deſeſpoir plus ſage en apparence n'auroit pas tentés.

En 1708 le Pape nomma M. Poli premier Ingenieur dans les troupes que Sa Sainteté avoit levées contre l'Empereur. Il eſt rare qu'un Chimiſte accoûtumé à ſon paiſible Laboratoire en ſorte pour aller faire dans des Armées des operations perilleuſes. La campagne finie, il alla à Veniſe, où la renommée lui avoit préparé chés les Sçavants & chés les principaux de la Republique une reception honorable.

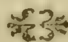
Le Prince Cibo Duc de Maſſa l'appella auprés de lui en 1712 pour examiner des Mines qu'il avoit dans ſes Terres, & voir ce qui s'en pourroit retirer. M. Poli trouva des Mines très abondantes ſoit de Cuivre, ſoit de Vitriol verd, & une de Vitriol blanc, & le Phiſicien ne quitta le Prince qu'après l'avoir enrichi.

Quelque ſujet qu'il eût d'être content de ſa Patrie, il regardoit la France, à laquelle il tenoit déja par les bienfaits du Roi, ou comme un plus grand Theatre, ou du moins comme un Theatre nouveau. Il y revint en 1713 avec l'agrément de Sa Majeſté, & il prit ici ſa place d'Aſſocié Etranger, qui n'étoit plus ſurnumeraire, parce qu'en 1703. il avoit eu celle de M. Viviani.

L'eſprit qui regne dans l'interieur de cette Compagnie eſt un amour ſincere de la verité, peu d'égards & de déference pour les ſimples opinions, une aſſés grande liberté de contredire, neceſſaire pour la communication des lumieres, & honorable à ceux-mêmes que l'on contredit ; car toute flaterie & toute molle complaiſance deshonore ſon objet. Les experiences & les faits nouveaux que M. Poli apporta ici y furent reçûs avec une approbation générale ; mais comme on n'y connoît encore rien de mieux que la Philoſophie corpuſculaire, & que les idées qu'il ſubſtituoit en la place n'étoient pas de l'évidence à laquelle on

étoit accoûtumé, il eut des contradictions à essuyer sur une Theorie inutile. Il eût pu se les épargner absolument en se renfermant dans les simples faits, mais il y a un courage d'esprit qui ne s'accomode pas de dissimuler le fonds de ses pensées. Un Etranger incertain de son sort, craintif par sa situation, plus jaloux qu'un autre de sa réputation par le besoin qu'il en avoit, pouvoit s'allarmer un peu trop de ces libertés academiques, mais enfin ces inquietudes purent être extrêmement adoucies par de nouvelles marques qu'il reçut de la bonté de Roi. Sa pension fut augmentée de plus de la moitié en cette année 1714, & ce qui le touchoit encore plus, c'étoit une augmentation d'honneur.

Il commençoit d'ailleurs à être utilement connu dans Paris par des remedes qu'il sçavoit faire avec un art particulier. Ainsi se voyant assûré de toutes parts d'un établissement en France, il obéit avec joye à un ordre superieur qu'il reçut de faire venir d'Italie toute sa famille. Sa femme & ses Enfans abandonnerent donc leur maison de Rome, leurs amis, leurs connoissances, vendirent tout avec précipitation, & par consequent avec beaucoup de perte, se mirent sur la Mer où ils souffrirent beaucoup, & enfin après toutes les fatigues d'un long voyage ils arriverent à Paris le 28 Juillet où ils trouverent M. Poli malade à l'extrêmité d'une grosse fiévre, qui ne parloit déja plus, qui ne les reconnut qu'à peine, & qui mourut le lendemain. Jamais famille n'a été frappée d'un coup plus imprévû, ni dans des circonstances plus douloureuses.



MEMOIRES



MEMOIRES DE MATHEMATIQUE ET DE PHYSIQUE,

TIRÉS DES REGISTRES de l'Académie Royale des Sciences.

De l'Année M. DCCXIV.

OBSERVATIONS Sur l'Eau de la Pluïe, sur le Thermometre, & sur le Barometre pendant l'Année 1713. à l'Observatoire Royal.

Par M. DE LA HIRE.

LES Observations que je fais depuis un grand nombre d'années, & que je continuë de faire sur la quantité d'Eau de Pluïe, & sur les differens états de l'Air dans chaque saison, pourroient peut-être paroître inutiles

10. Janv. 1714.

à quelques perſonnes, à cauſe qu'il n'y a que peu de difference d'une année à un autre, c'eſt pourquoi cette raiſon étant jointe à l'exactitude & à l'aſſiduité qu'il faut apporter à faire ces Obſervations chaque jour à une certaine heure & ſans aucun relâche, m'auroient fait abandonner cette entrepriſe, ſi je n'avois conſideré que ſans des raiſons très fortes je ne pouvois me diſpenſer de ſatisfaire la curioſité de quelques particuliers, qui ſe perſuadent que par la comparaiſon d'un grand nombre d'années de ſuite, ſans aucune intermiſſion, on pourra tirer des conſequences utiles pour l'avenir; car je ne penſe pas à détromper ceux qui s'imaginent toûjours qu'il y a des dérangemens extraordinaires dans les Saiſons, ayant perdu la memoire du temps paſſé, & ne faiſant attention qu'à ce qui les touchent dans le temps preſent.

Voici donc la quantité ou la hauteur d'Eau de Pluïe qui eſt tombée à l'Obſervatoire pendant l'année 1713. laquelle a été ramaſſée & meſurée avec les mêmes inſtrumens & de la même maniere que les années précedentes.

	lignes		lignes
En Janvier	19	En Juillet	60 $\frac{7}{8}$
Fevrier	12 $\frac{2}{8}$	Aouſt	24 $\frac{7}{8}$
Mars	8 $\frac{5}{8}$	Septembre . .	16 $\frac{5}{8}$
Avril	29	Octobre	17 $\frac{7}{8}$
Mai	25 $\frac{2}{8}$	Novembre . . .	8 $\frac{3}{8}$
Juin	22 $\frac{5}{8}$	Decembre . . .	2 $\frac{2}{8}$

Somme de l'Eau de toute l'année, 247. lignes $\frac{1}{2}$, ou 20. pouces 7. lignes $\frac{1}{2}$.

On voit par-là que la quantité d'Eau qui eſt tombée cette année eſt un peu plus grande que la moyenne, que nous avons déterminée à 19. pouces. On voit auſſi que le ſeul mois de Juillet en a donné preſque le quart, & il arrive ordinairement que dans les trois mois de Juin, Juillet & Aouſt il en tombe autant que dans tout le reſte de l'année. Il a plû aſſez en Avril, mais en Mars il n'a plû que

fort peu, car le vent a été presque toujours dans ce mois au Nord ou aux environs. Il est arrivé aussi la même chose dans les mois de Novembre & de Decembre.

Le plus grand froid de cette année a été le 15 Janvier, où mon Thermometre est descendu à 18. parties & demie, qui n'est pas un froid fort considerable, puisqu'on le voit dans plusieurs années descendre jusqu'à 14. & il est à 32. quand il commence à geler dans la campagne; cependant l'Hiver a été froid, & il geloit encore dans tout le mois de Mars. Il a fait aussi assez froid pendant les deux derniers mois de cette année, & souvent il geloit, & dans le froid le plus fort de ces deux mois le Thermometre est descendu à 22 parties & demie le 6 Decembre. Il n'est point tombé de Nege pendant toute l'année.

Pour les chaleurs elles n'ont pas été grandes, car le Thermometre ne s'est élevé que fort peu au dessus de 48. qui marque l'état moïen de la chaleur de l'air, comme elle est en tout tems au fonds des Carrieres de l'Observatoire, mais seulement les derniers jours du mois d'Août le Thermometre s'est élevé à 58 parties. On remarquera que dans l'Eté le Thermometre s'éleve ordinairement de 11. parties vers les 2. ou 3. heures après midi plus haut que le matin au lever du Soleil, qui est le tems où je fais toutes les observations.

Il y a eu beaucoup de Broüillards vers la fin de cette année, & le peu de chaleur du mois d'Août n'a pas donné aux fruits une parfaite maturité.

Le vent dominant de cette année a été le Nord & l'Est, c'est pourquoi les chaleurs n'ont pas été grandes & n'ont pas duré. Les grandes Pluïes du mois de Juillet sont venuës avec des vents de Sud & des environs, lequel devoit apporter un air chaud, s'il n'avoit été refroidi par le vent d'Oü-est qui nous vient de la Mer, & par une grande quantité d'Eau qui étoit sur la Terre, car l'Eau ne peut pas recevoir l'impression de la chaleur du Soleil aussi fortement qu'une terre seche, aussi les vents froids & humides sont

A ij

toujours plus pénetrants que les vents secs ; & si l'on sent quelquefois en Eté une chaleur étoufante après une petite Pluïe, c'est seulement à cause que cette Pluïe abat en partie le vent qui vient ordinairement du Midi quand il pleut, & que l'impression que nous sentons de la chaleur est bien plus grande quand il ne fait point de vent que lors que le vent, quel qu'il puisse être, emporte continuellement une espece d'Atmosphere échauffée qui environne nos corps.

Le Barometre dont je me sers est toujours placé à la hauteur de la grande Sale de l'Observatoire, ce qui est environ à 22 toises au dessus de la Riviere dans son état moïen. Il a été au plus haut à 28 pouces 4 lignes $\frac{1}{2}$ le 26 Novembre avec un vent Nord-est assez foible, & les jours devant & après le vent étoit de même, & dans tout ce tems-là il ne pleuvoit point, car dans les deux mois de Novembre & de Decembre il n'y a pas eu presque de Pluïe & le Barometre s'est toujours soutenu fort haut. Le 29. Octobre le Barometre a été au plus bas à 26. pouces 10. lignes $\frac{1}{3}$ le vent étant dans ce tems-là vers le Sud, mais avec peu de Pluïe.

Dans le mois de Juillet où il a plû en deux jours près de 25 lignes, le Barometre étoit à 27 pouces 3. & 4. lignes. On voit donc par-là que la difference entre la plus grande & la moindre hauteur du Barometre a été cette année de 1 pouce 6 lignes à très peu près, ce qui est à l'ordinaire. J'ai encore un autre Barometre placé dans le même lieu où le Mercure est toujours plus élevé de 3. lignes que dans celui dont je me sers pour mes Observations.

On peut enfin conclure de tout ceci qu'en general lors que l'air est plus pesant que dans son état moïen, il pleut rarement & fort peu, & au contraire quand il est plus leger qu'il arrive ordinairement de la Pluïe, comme on l'a toujours remarqué depuis qu'on a commencé à se servir du Barometre. Cependant il se rencontre quelquefois dans l'air des dispositions de froid ou de chaleur à certaines distances

de la Terre avec des vents bas & des broüillards, qui causent de la Pluïe quand on estimeroit par le Barometre qu'il doit faire beau tems, car la pesanteur de l'air n'est pas quelquefois assez grande pour élever les vapeurs qui forment les broüillards, ou bien elle ne les éleve qu'à peu de hauteur lesquelles retombent presqu'aussi-tôt en Pluïe après s'être condensées; aussi c'est l'ordinaire que lors que le broüillard s'éleve il pleut fort peu de tems après.

Le 29 du mois de Decembre j'ai trouvé la Déclinaison de l'Aiguille aimantée de 11. degrés 12 minutes vers l'Oü-est. Cette observation est faite comme les années précedentes avec une Aiguille de 8 pouces de long dont je me sers toujours. Sa boëte est quarrée, & j'applique un de ses côtés contre la face Occidentale d'un gros Pilier quarré de pierre de taille qui est à la Terrasse basse de l'Observatoire vers le Midi & toujours au même endroit, car j'ai observé que cette face étoit parfaitement bien dirigée suivant la Meridienne.

SUITE DE REMARQUES
SUR UN PARADOXE
DES EFFECTIONS GEOMETRIQUES

Par M. ROLLE.

J'AI marqué les Conditions de ce Paradoxe dans les Memoires de 1711. page 92. & dans les Memoires de 1713. page 243. Il ne sera pas inutile de les marquer encore ici. 10. Janv. 1714.

Suivant ces Conditions, il faut qu'une Portion de Courbe aussi petite qu'on voudra & par tout cave vers son axe generateur, se puisse couper ou être touchée en autant de points qu'on voudra par autant de Courbes qu'on voudra:

de manierē que toutes ces Courbes soient par-tout caves depuis le premier point de rencontre jusqu'au dernier, & que toutes les appliquées de ces mêmes Courbes soient de celles qui vont toûjours en augmentant ou toûjours en diminuant dans une suite non interrompuë le long de l'intervalle de tous ces points de rencontre.

De sçavans Geométres ayant envisagé cet assemblage de conditions, regardent la chose comme *un Paradoxe.* ce qui m'obligea de lui donner ce nom.

Pour expliquer ce Paradoxe & pour en donner des preuves, je pris deux sortes d'exemples ; les uns des Courbes du premier genre, & les autres des Courbes de tout genre. En proposant les Exemples de la premiere sorte, j'ai dis dans les Mem. de 1711. p. 93. que de tels exemples *ne donneroient que de foibles Indices du paradoxe.* Et dans les Mem. de 1713. j'ai ajoûté, en parlant de ces Exemples, p. 244. qu'ils ne servent *qu'aux premiers Eclaircissemens . . . pour préparer & pour conduire à l'intelligence du paradoxe.* Et il ne se trouvera point que j'aye dit ni même insinué que le paradoxe en question consiste dans la rencontre de deux Courbes du premier genre, loin d'avoir dit qu'il consiste dans la rencontre d'une parabole & d'une hyperbole que j'ai prises pour le plus simple de tous les exemples de ce genre ; bien-loin d'avoir donné cet exemple *pour établir ce paradoxe.*

C'est une remarque que je me crois obligé de faire pour prévenir les soupçons que des gens mal intentionnés pourroient concevoir contre moi sur ce que M. Saurin a dit sans mauvais dessein par rapport à ce paradoxe. Je ne crains point de dire que si dans la proposition que j'en ai faite il a paru une espece de Merveilleux, ce n'est point que j'aye affecté d'y en jetter, c'est qu'effectivement il y en a, non pas à la verité dans l'exemple particulier cité par ce sçavant Geometre, mais dans tous les autres exemples où le paradoxe s'étend. Comme mon Memoire & celui de M. Saurin sont imprimés dans l'Histoire de 1713. à la suite l'un

de l'autre, il ſera aiſé de les comparer enſemble & de juger de ce que nous avons pouſſé l'un & l'autre, auſſi-bien que la juſteſſe de l'Obſervation que je fais ici.

Pour revenir promptement à mon ſujet & dans le deſſein que j'ai eu de continuer à donner des explications & des preuves du paradoxe, je prendrai ici deux Exemples du ſecond des deux Projets que j'ai fait dans les précedents Memoires. Ce ſecond Projet ſe diviſe en deux Cas generaux. Dans le premier Cas, l'Egalité qu'il faut conſtruire eſt toûjours de degré pair, & dans l'autre Cas, elle eſt toûjours de degré impair. Ainſi il eſt à propos que des deux exemples l'un ſoit du premier Cas & l'autre du ſecond.

Comme le principal en cela eſt de démontrer que les deux portions qui ſe rencontrent ſont par tout caves vers l'axe generateur, il eſt bon avant que d'entrer dans le détail des preuves, de mettre ici trois Propoſitions que l'on a crû n'avoir pas beſoin de démonſtration, & que l'on m'a accordées pour abreger mon Memoire.

La premiere Propoſition eſt, que la Méthode ordinaire des Effections geometriques donne toutes les racines de l'Egalité que l'on veut conſtruire, quand on ſe ſert de cette méthode comme je l'ai fait dans les Memoires de 1711. pages 88. 89. Il faut obſerver néanmoins qu'elle donne des valeurs de ſurcroît, mais l'on verra ici que ce ſurcroît eſt un avantage pour le paradoxe, & s'il ſe trouve dans d'autres Uſages de cette Methode que ces valeurs ſoient inutiles, alors l'application de celle des limites marque cette inutilité. On peut même obſerver en paſſant qu'il y a bien d'autres méthodes qui donnent des valeurs de ſurcroît, entre leſquelles on peut compter celle des tangentes, mais une autre application des Limites fait connoître les Cas où il arrive que les formules des tangentes renferment des valeurs de ſurcroît, & marque le faux des tangentes qui reſulteroient de ces valeurs ſuperfluës.

La ſeconde Propoſition eſt, qu'une portion de Courbe eſt toute cave dans le ſens qu'un demi-Cercle eſt ca-

ve; quand il n'eſt pas poſſible qu'une ligne droite coupe cette portion en plus de deux points. Le mot de *portion de courbe* eſt un mot vague, mais les exemples ôteront toute équivoque.

La troiſiéme Propoſition eſt qu'une ligne droite ne peut ni couper ni toucher une Courbe en plus de points qu'il n'y a de Dimenſions dans le lieu de cette Courbe.

Ces trois Propoſitions ſuffiſent pour démontrer le Paradoxe dans les deux Projets des precedens Memoires, quelque immenſe que ſoit le nombre des Lunules; pourvû que l'on prenne les Exemples un à un, & que l'on ait dans chacun l'image des Courbes de rencontre. Et quand on a cette image pour les deux exemples qui ſuivent, on eſt diſpenſé d'en former d'autres dans la ſuite infinie des autres exemples du ſecond Projet lorſque l'on ſe ſert d'une autre maniere de démontrer dont j'ai parlé dans les Mem. de 1713.

Du premier Cas general.

Je prends pour exemple de la Courbe donnée, le Cercle qu'exprime le Lieu *B*.

$B \ldots\ldots zz + hh = 100.$

Je ſuppoſe que la Portion donnée eſt un quart de ce même Cercle, & que les points donnés ſur cette portion ſont ceux que déterminent les valeurs de *z* qui ſont marquées ici par *S*.

$S \ldots\ldots 1 . 2 . 3 . 4 . 5 . 6 . 7 . 8 .$

Il eſt évident que ces huit valeurs de *z* donnent ſeize valeurs de *h*; huit poſitives pour un quart de Cercle, & huit négatives pour un autre quart qui fait le complement du demi-Cercle, & ſi l'on ſubſtituoit les huit valeurs poſitives de *h*, ou bien ſes huit valeurs négatives dans *B*, l'une & l'autre ſubſtitution donneroit les huit valeurs poſitives de *z* marquées *S*, & encore huit valeurs négatives de même grandeur. De-là vient qu'en cherchant par la méthode ordinaire une Courbe qui paſſe par les huit points d'un des deux quarts du demi-Cercle, la même Courbe

paſſera

passera aussi par les huit points de l'autre quart.

Pour trouver de ces Courbes autant qu'on voudra par cette methode qui ayent les conditions que demande la régle du second Projet, il faut prendre des égalités autant qu'on voudra, de celles qui ont parmi leurs racines les huit qui sont en *S*. Il est évident que la plus simple de toutes ces égalités est celle qui ne renferme point d'autres racines. C'est l'égalité *A*.

$$A \ldots\ldots \left\{ \begin{array}{l} z^8 - 36z^7 + 546z^6 - 4536z^5 \\ + 22449z^4 - 67284z^3 \\ + 118124zz - 109584z \\ + 40320. \end{array} \right\} = 0.$$

Suivant la régle, il faut prendre pour le premier lieu de cette égalité celui qui est en *B*, & l'on aura le second lieu que je citerai sous le nom de *C*.

Ce lieu est tel que z est seule dans le premier membre de l'Egalité qui l'exprime. Le second membre est la valeur de cette inconnuë *z*, & cette valeur est sous la forme d'une fraction dont le Numerateur est ici en *R*.

$$R \ldots\ldots \left\{ \begin{array}{l} h^8 - 946h^6 + 246249h^4 \\ - 24987924hh + 882342720 \end{array} \right\}$$

Et dont le Dénominateur est *T*.

$$T \ldots\ldots \left\{ \begin{array}{l} 88197984 - 2054484hh \\ + 15336h^4 - 36h^6 \end{array} \right\}$$

La régle veut enfin que l'on construise le lieu donné *B* avec le lieu trouvé *C* sur un même axe & une même Origine. Alors les Courbes se rencontrent dans tous les points donnés avec toutes les conditions que doivent avoir les Lunules.

REMARQUES. Si en formant l'Egalité à construire, avec les racines de *S*, on en met d'autres, & si ces autres racines sont toutes imaginaires, l'on aura une autre Courbe, mais elle ne passera que par les points donnés. Et si les autres racines sont réelles & differentes de celles de *S*, les

Courbes paſſant par les points donnés, rencontreront le Cercle en d'autres points pour ces nouvelles racines.

Il faut auſſi que ces nouvelles racines ſoient plus petites que le rayon du Cercle, quand on veut qu'elles ſe trouvent dans la Conſtruction, & qu'elles forment de nouvelles Lunules pour approcher davantage de la circonference. En quoi il faut encore ſe ſouvenir de prendre des nombres poſitifs pour ces racines.

On a encore la voye des Combinaiſons pour la varieté & la multiplicité des Courbes qui paſſent par les points donnés, alors toutes ces Courbes peuvent être de même degré, mais quand elles ont été ainſi trouvées, la maniére de démontrer les Cavités eſt un peu differente de celle que l'on va voir ici. Ainſi, la démonſtration ſuivante eſt comme un modelle pour la ſuite infinie des Courbes qui viennent des ſeconds Lieux qui ſe tirent immediatement des Propoſées telles que *A*, & pour celles qui en reſultent quand on les multiplie par d'autres égalités avec les conditions ci-deſſus. Mais cette démonſtration ne ſuffit pas toûjours pour les Courbes des ſeconds Lieux qui reſultent des Combinaiſons.

Cette même démonſtration ſuppoſe que l'on ait un Image de la Courbe. Ainſi pour le Lieu *C*, il faut avoir des valeurs qui marquent le nombre & la poſition des rameaux de la Courbe qu'il renferme, & qui en marquent auſſi l'étenduë avec les principaux contours.

Pour cela, je ſuppoſe que la droite *KL* eſt l'axe des *h*, (Fig. 1.) Que l'Origine eſt au point *O*; Que la droite *AI* eſt l'axe des *z*, & que l'angle *AOC* eſt droit.

Toutes les racines du Dénominateur de la valeur de *z* dans le ſecond Lieu *C*, donnent des Aſymptotes paralleles à l'axe *AI*. Et toutes les racines du Numerateur donnent tous les points où l'axe *LK* rencontre la Courbe. Il ſuffit en cela de pouſſer l'approximation de ces racines aſſés loin, de maniere que l'on ne puiſſe pas prendre l'une pour l'autre. Dans nôtre exemple, les racines approchées du Nume-

rateur ſont celles que l'on voit ici en *D*, & les racines du Dénominateur ſont encore aſſés approchées quand on les prend comme elles ſe trouvent en *E*.

$$D\begin{cases} h = \pm 10\tfrac{1}{20}. \ldots\ldots \\ h = \pm 10\tfrac{11}{40}. \ldots\ldots \\ h = \pm 11\tfrac{9}{10}. \ldots\ldots \\ h = \pm 24\tfrac{13}{24}. \ldots\ldots \end{cases} \qquad E\begin{cases} h = \pm 10\tfrac{1}{10}. \\ h = \pm 10\tfrac{4}{5}. \\ h = \pm 14\tfrac{3}{7}. \end{cases}$$

Lorſque l'Egalité à conſtruire eſt de degré pair, toutes les racines du dénominateur ſont moyennes entre les racines du numerateur. Ainſi la premiere de *E* eſt moyenne entre la premiere & la ſeconde *D :* La ſeconde de *E* eſt moyenne entre la ſeconde & la troiſiéme de *D :* ainſi de ſuite. Cette proprieté eſt generale pour tous les exemples du premier cas general, elle eſt prouvée dans la ſeconde maniere de démontrer, mais n'eſt pas neceſſaire dans la premiere maniere qui eſt celle dont je me ſers icy; ſi ce n'eſt pour ſe retenir dans l'approximation.

Des huit rameaux qui ſuivent les aſymptotes, il y en a ſix qui vont à l'infini au-deſſus & au-deſſous de l'axe *KL*, mais chacun des deux rameaux du milieu ne va à l'infini qu'au deſſous de cet axe, & ils forment au-deſſus un circuit *BEADC* qui eſt celui qui doit couper le cercle & former toutes les Lunules. Cela eſt general pour tous les Exemples du ſecond projet, en obſervant toutes-fois qu'il y a d'autant plus d'aſymptotes que le degré de l'Egalité à conſtruire ſe trouve plus élevé.

On ne jugera de la ſituation des Aſymptotes que ſur le calcul; il faut que les diſtances qui les ſéparent ſoient telles dans la figure, que l'on y puiſſe marquer les contours les plus ſenſibles des rameaux.

AO deſigne le ſeul *Maximum* de la Courbe : la grandeur de ce *Max.* eſt celle qu'on voit ici en *F*.

$$F \ldots \frac{27573210}{2756187}$$

Ainſi le plus grand éloignement qu'il y ait entre la Courbe & le Cercle dans la ſuite des Lunules, eſt plus petit que $\frac{1}{2400}$ du rayon du Cercle de *B*. Sa juſte grandeur eſt $\frac{1134}{2756187}$ du même rayon.

Comme ce rayon eſt connu & que le centre eſt au point *O*, il eſt facile de décrire ce Cercle, & de luy donner la poſition qu'il doit avoir.

Cela poſé, il reſte à démontrer que les deux demi-portions *A E B*, *A D C* ſont par-tout caves vers les deux droites *A O*, *B C*, & à expliquer les cavités des Lunules. Pour cette démonſtration je ſuppoſe les trois Propoſitions que j'ai apportées dans mon préliminaire, & j'ajoûte les deux propoſitions ſuivantes.

PROPOSITION I. Il eſt impoſſible qu'une ligne droite placée en tout ſens ſur le Circuit ou Portion *B E A D C*, coupe cette portion en plus de deux points.

DE'MONSTRATION. Si une ligne droite coupoit la portion *BEADC* en plus de deux points; cette ligne droite ſeroit ou perpendiculaire à l'axe *K L*, ou lui ſeroit parallele, ou bien elle le couperoit à angles obliques.

1°. Il eſt impoſſible qu'une ligne droite *S P* perpendiculaire à *K L* coupe en plus de deux points cette portion *BEADC*. Car cette droite *SP* étant perpendiculaire à cet axe *KL*, elle fait une abciſſe *OP* qui eſt une valeur de *h*, & en ſubſtituant cette valeur dans le lieu *C* qui exprime la Courbe, elle donne une valeur de *z* pour une appliquée *PF*, ſelon la doctrine des lieux; ainſi prolongeant cette appliquée, elle coupera la portion en *F*, & la même appliquée ſera partie de la droite *SP*. Cela eſt évident.

Je dis de plus que la droite *SP* ne peut rencontrer la Courbe que dans ce ſeul point *F*. Car ſi elle rencontroit la Courbe en pluſieurs points, l'abciſſe *OP* auroit pluſieurs appliquées, & par conſequent la valeur de cette abſciſſe étant ſubſtituée dans le lieu *C* donneroit pluſieurs valeurs de *z*. Ce qui eſt impoſſible ſuivant la doctrine des lieux; puiſque l'inconnuë *z* n'eſt qu'au premier degré dans ce lieu *C*.

Donc il eſt impoſſible qu'une ligne droite perpendiculaire à l'axe *KL* coupe la Courbe du ſecond lieu *C* en pluſieurs points. Donc il eſt impoſſible que cette droite coupe cette Courbe en plus de deux points.

2°. Si une ligne droite *MN* parallele à l'axe *KL*, ou bien une ligne droite *GH* oblique au même axe *KL*, coupe la Portion *BEADC* ; il eſt impoſſible que cette ligne droite la coupe en plus de deux points.

Car la ligne droite *MN* ou *GH* coupant la portion *BEADC*, coupera auſſi les ſix aſymptotes qui vont à l'infini des deux côtés de l'axe *KL*. Cela ſuit d'Euclide, de la définition des aſymptotes, & de ce qu'ils ſont ici tous perpendiculaires à cet axe *KL*, par la generation de la Courbe. Ainſi la droite *MN* ou *GH* coupera les ſix rameaux qui vont à l'infini des deux côtés *KL*, & par cela ſeul chacune de ces lignes droites coupera la Courbe en ſix points.

Et ſi avec cela on ſuppoſe que la droite *MN* ou *GH* coupe en plus de deux points les deux rameaux qui forment d'un côté le circuit *BEADC* & qui ne vont à l'infini que de l'autre côté. Alors la droite *MN* ou *GH* couperoit la courbe entiere en ſix points & encore en plus de deux autres points. Ainſi cette droite couperoit la Courbe en plus de huit points. Mais le lieu *C* qui exprime cette Courbe n'a que huit dimenſions, & il eſt impoſſible qu'une ligne droite rencontre une Courbe en plus de points qu'il n'y a de dimenſions dans le lieu qui la renferme, ſuivant la troiſiéme des Propoſitions préliminaires.

Donc il eſt impoſſible qu'une ligne droite parallele ou oblique à l'axe *KL* coupe la portion *BEADC* en plus de deux points, & il eſt encore prouvé qu'aucune droite perpendiculaire à cet axe ne peut couper cette portion en plus de deux points.

Donc il eſt impoſſible qu'une ligne droite placée en tout ſens ſur le Circuit ou Portion *BEADC*, coupe cette portion en plus de deux points ; ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION II. La Portion de Courbe ou le Circuit *BEADC* eſt par-tout cave vers la droite *BC* qui fait partie de l'axe *KL*.

Car une Portion de Courbe eſt par-tout cave vers ſon axe, lorſque cette portion ne peut pas être coupée en plus de deux points par une ligne droite, ſuivant la ſeconde des Propoſitions préliminaires.

Or la portion *BEADC* ne peut pas être coupée en plus de deux points par une ligne droite, ſuivant Propoſition I.

Donc le Circuit ou Portion *BEADC* eſt par-tout cave vers la droite *BC* qui fait partie de l'axe *KL*. Ce qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE. De-là il eſt évident que chaque demi-portion *AEB*, *ADC* eſt par-tout cave vers cette droite *BC* & encore par-tout cave vers la droite *AO*, qui fait partie de l'axe *AI*.

REMARQUE I. Soit que l'on prenne *KL* ou *AI* pour l'axe generateur de la Courbe du lieu *C*, il ſera toujours clair, en formant cette Courbe ſelon la doctrine des lieux, que les appliquées vont toujours en diminuant dans chacune des deux demi-portions *AEB*, *ADC* en commençant par le point *O*. Cela ſuit encore des preuves de leurs cavités.

REMARQUE II. La maniere de prouver les cavités que j'ai donnée ici pour le premier Cas general, eſt ſemblable dans tous les Exemples de ce même Cas. Dans ce premier Cas un des deux axes generateurs coupe toûjours la Courbe en autant de points qu'il y a de dimenſions dans le lieu qui la renferme. Mais dans le ſecond Cas general la Courbe du ſecond lieu n'eſt coupée par un des axes qu'en autant de points moins un qu'il y a de dimenſions dans le lieu qui l'a fournit. On en a deux exemples dans les Memoires de 1713. pages 253. 259. En voici encore un dans le détail qui ſuit.

Du second Cas general.

Dans le premier Cas general, j'ai crû qu'il étoit bon de ſuppoſer que la portion de courbe étoit donnée en prenant pour exemple un quart de Cercle, ſuivant le ſecond Projet, & même de ſuppoſer que les points de rencontre étoient donnés ſur cette portion. Il eſt certain que cela eſt conforme aux conditions du Paradoxe, mais l'on abrege un peu l'explication en ſe propoſant d'abord l'égalité à conſtruire.

Je prends ici pour cette égalité celle dont les racines ſont 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Je veux dire l'égalité ſuivante marquée *A*.

$$A \ldots\ldots \left\{ \begin{array}{l} z^7 - 28z^6 + 322z^5 - 1960z^4 \\ + 6769z^3 - 13132zz + 13068z \\ - 5040 \end{array} \right\} = 0.$$

Et pour le lieu au Cercle je me détermine parmi ceux qui renferment toutes les racines de *A*, à celui qui eſt ici en *B*.

$$B \ldots\ldots zz + yy = 50.$$

Alors le ſecond lieu de cet exemple ſera celui dont le Numerateur de la valeur de z eſt ici marqué *N*.

$$N \ldots\ldots 28y^6 - 6160y^4 + 419132yy - 9061640$$

Et dont le Dénominateur eſt Z.

$$Z \ldots\ldots y^6 - 472y^4 + 46469yy - 1281518$$

Ce ſecond lieu ſera cité ici ſous le nom de *C*.

Les racines du Numerateur priſes par approximation ſont ici en *D*, & celles du Dénominateur ſont en *E*.

$$D \left\{ \begin{array}{l} y = \pm 7\tfrac{3}{4} \ldots\ldots\ldots \\ y = \pm 7\tfrac{9}{14} \ldots\ldots\ldots \\ y = \pm 10\tfrac{2}{5} \ldots\ldots\ldots \end{array} \right. \qquad E \left\{ \begin{array}{l} y = \pm 7\tfrac{2}{7}. \\ y = \pm 8\tfrac{0}{10}. \\ y = \pm 18\tfrac{23}{36}. \end{array} \right.$$

Sur quoi on peut obſerver en paſſant que toutes les valeurs de *D*, excepté la premiere, ſont moyennes entre les

racines de *E*, & que celles de *E*, excepté la derniere, ſont moyennes entre celles de *D*. De maniere que ſi l'on a fait l'approximation de celles de *D*, ou bien de celles de *E*, on n'a pas beſoin de la Methode des Caſcades pour approcher des autres.

Cette proprieté eſt dans tous les Exemples du ſecond Cas general, & j'en ai marqué ici une autre à peu prés ſemblable pour le premier Cas general, ce qui abrege le Calcul. On voit auſſi que ſi l'on eſt une fois perſuadé des Cavités que l'on ſe propoſe de démontrer ici ; on peut trouver aſſés vîte des Exemples du Paradoxe. Alors il ne s'agit que de la portion de Courbe du ſecond lieu ; tous les autres rameaux de cette Courbe ne ſervent que pour la preuve de ſes cavitez.

Outre les ſix aſymptotes que donnent les ſix racines que déſigne *E*, il y en a encore un qui vient de $z = 28$ & qui eſt parallele à l'axe des y. C'eſt *RD* dans la Courbe de Figure 2. *KL* eſt l'axe des y. *SO* eſt celui des z. L'Origine eſt le point *O*, & l'angle *AOC* eſt droit.

Des huit rameaux qui ſuivent les ſix aſymptotes perpendiculaires à l'axe *KL*, on en voit quatre qui vont à l'infini des deux côtés de cet axe.

Le rameau $\lambda\varphi$ s'approche de plus en plus de ſon aſymptote *LD* du côté de φ : ce même rameau ſe détournant de λ vers δ en forme un autre qui s'approche auſſi à l'infini de ſon aſymptote *RSD* du côté de δ. Le ſemblable arrive aux rameaux oppoſés marqués *HIV*.

Les deux rameaux du milieu vont à l'infini d'un côté de l'axe *KL* le long de leurs aſymptotes, & ces mêmes rameaux forment de l'autre côté de cet axe le Circuit *BEAFC* dont la valeur du *Maximum OA* eſt celle qu'on voit ici en *G*.

$$G \ldots\ldots \frac{4530820}{640759}$$

Ce Circuit eſt la Portion de cette Courbe qui coupe en

en quatorze points la moitié du Cercle que donne le lieu *B*. Ainsi cette portion est celle dont il faut démontrer les Cavités. Ce qui se peut faire pour les propositions suivantes.

Proposition I. Il est impossible qu'une ligne droite coupe en plus de deux points la portion de Courbe *BEAFC*. (Fig. 2.)

Il y a trois Cas particuliers dans cette Proposition. Car une ligne droite placée en tout sens sur la portion *BEAFC* est ou perpendiculaire à l'axe *KL*, ou parralele à cet axe, ou bien cette droite coupe ce même axe à angles obliques.

Pour *le premier Cas*, la Démonstration en est la même que dans le premier Cas particulier du premier Cas general, puisque z n'est encore ici qu'au premier degré dans le second lieu *C*.

Second Cas particulier. Il faut prouver que la Portion *BEAFC* (Fig. 2.) ne peut pas être coupée en plus de deux points par une ligne droite quelconque parallele à l'axe *KL*.

1°. Si une droite parallele à *KL* coupe la portion *BEAFC*, le nombre des points d'intersection sera toûjours un nombre pair, car la demi-portion *AEB* est parfaitement égale & semblable à la demi-portion *AFC*, suivant la generation de la Courbe & la doctrine des lieux. Ainsi, dans l'hypothese qu'une droite parallele à l'axe *KL* coupe une des demi-portions en plusieurs points, elle couperoit l'autre, dans un égal nombre de points; Et par consequent le double de ce nombre seroit celui dans lequel cette parallele couperoit la portion entiere *BEAFC*, donc ce Nombre seroit pair.

Il n'est pas possible qu'une ligne droite parallele à *KL* coupe la portion entiere *BEAFC* en plus de trois points. Car cette parallele prolongée couperoit tous les Asymptotes qui sont perpendiculaires à cet axe *KL*, selon Euclides. Donc elle couperoit tous les rameaux qui appar-

tiennent à ces Aſymptotes & qui vont à l'infini des deux côtés de ce même axe. Ainſi dans nôtre exemple une droite *EF* parallele à *KL*, en coupant la portion entiere *BEAFC*, couperoit auſſi quatre rameaux qui ſont hors de cette portion, & dont les quatre Aſymptotes ſont perpendiculaires à cet axe *KL*. Donc dans la ſuppoſition qu'une droite *EF* parallele à *KL*, coupe la portion *BEAFC* en plus de trois points, cette parallele couperoit la Courbe entiére en plus de ſept points. Mais le lieu *C* qui exprime cette Courbe n'a que ſept dimenſions, & il eſt impoſſible qu'aucune droite coupe une Courbe en plus de points qu'il n'y a de dimenſions dans le lieu qui l'exprime, ſuivant la troiſiéme des Propoſitions préliminaires. Donc il n'eſt pas poſſible qu'une ligne droite parallele à l'axe *KL*, coupe en plus de trois points la portion entiere *BEAFC*.

3°. Si une droite parallele à l'axe *KL* coupe la portion entiére *BEAFC*, le nombre des points d'interſection ne ſera pas le nombre de trois, puis que ce nombre de points doit être pair, par 1°. il ne ſera pas plus grand que le nombre de trois par 2°. Donc le nombre de points d'interſection ne ſera ni trois ni plus grand que trois. Donc, ſi une droite parallele à l'axe *KL*, coupe la portion entiére *BEAFC*, cette droite ne la coupera pas en plus de deux points.

REMARQUE. Si l'on attribuë au contour *BEAFC* des configurations ſelon leſquelles une parallele à *KL* puiſſe le couper en plus de deux points, auſſi-tôt elles ſont excluës non ſeulement par les preuves précedentes, mais en bien d'autres maniéres dans la generation de la Courbe, & même ſouvent ſans ſe ſervir des Tangentes. Par exemple, ſi l'on ſuppoſe que le ſommet de la portion ſoit baiſſé comme en Fig. 4. alors il y auroit deux *Maxima P M*, *TS*, & un *Minimum O A*. Ce qui eſt impoſſible. Car la méthode *de maximis & minimis* nous aſſeure que la Courbe n'a aucun *minimum*, & qu'elle n'a qu'un ſeul *maximum*. Auſſi a-t'on jugé qu'il ſeroit inutile pour éclaircir le para-

doxe d'adjouter ici tous les autres changements de forme de la portion *BEAFC*, que l'on pourroit ſuppoſer.

Troiſiéme Cas particulier. Une ligne droite qui coupe obliquement l'axe *KL*, ne peut pas couper en plus de deux points la Portion *BEAFC*.

Comme la Démonſtration de ce Cas eſt facile quand on a vû celle d'une ſemblable propoſition déja prouvée dans le premier Cas general; je ne marquerai ſeulement ici que les moyens de la perſuaſion.

Si l'on ſuppoſe qu'une droite *GT* coupe obliquement l'axe *KL*, alors cette droite coupera les ſix Aſymptotes perpendiculaires à cet axe. Donc elle coupera les quatre rameaux de la Courbe qui vont à l'infini & ſans interruption des deux côtés du même axe *KL*. De plus, *GT* coupera l'Aſympote *RD* paralelle à cet axe. Donc cette droite *GT* coupera ou le rameau $\lambda\,\delta$ qui ſuit cet Aſymptote *RD*, ou le rameau $\lambda\,\varphi$ qui a pour aſymptote *DL*. Donc la droite *GT* par cela ſeul, coupera la Courbe en cinq points, & coupera en d'autres points la portion *BEAFC*. Donc en ſuppoſant que cette droite *GT* coupe cette portion en plus de deux points, elle coupera la Courbe entiére en plus de ſept points. Mais le Lieu qui renferme cette Courbe n'a que ſept dimenſions, & il eſt impoſſible qu'une Ligne droite coupe une Courbe en plus de points qu'il n'y a de dimenſions dans le Lieu qui la renferme. Donc une Ligne droite qui coupe obliquement l'axe *KL*, ne peut couper en plus de deux points la portion *BEAFC*. Et l'on a vû ici que cette portion ne peut pas être coupée en plus de deux points par des droites perpendiculaires à cet axe, ni par les droites qui lui ſoient paralleles.

Donc, il eſt impoſſible qu'une ligne droite coupe en plus de deux points la portion de Courbe *BEAFC*.

PROPOSITION II. La Portion ou le Circuit *BEAFC* eſt par-tout Cave vers le ſegment *BC* qui fait partie de l'axe *LK*.

Car une Portion de Courbe telle que *BEAFC* eſt par-

tout cave vers une droite *BC*, lorſque cette portion ne peut pas être coupée en plus de deux points par une ligne droite, ſelon la ſeconde des Propoſitions préliminaires.

Or la portion *BEAFC* ne peut pas être coupée en plus de deux points par une ligne droite, ſuivant la propoſition précedente.

Donc le Circuit ou portion *BEAFC* eſt par-tout cave vers le ſegment *BC* qui fait partie de l'axe *KL*.

COROLLAIRE. De-là il ſuit que chaque demi-portion *BEA*, *AFC* eſt par-tout cave vers *BC*, & que chacune eſt auſſi par-tout cave vers le ſegment *OA* qui fait partie de l'axe *OS*.

REMARQUE. Quand on enviſage toutes les appliquées de la portion entiere, on voit qu'elles vont toûjours en augmentant du point *B* au point *A*, & toûjours en diminuant du point *A* au point *C*. Mais dans les demi-portions priſes chacune à part, on trouve que les appliquées vont toûjours en augmentant ou bien toûjours en diminuant, ſoit qu'on les regarde par rapport à *BC* ou par rapport à *OA*. Ainſi dans chacune ſeparement on voit la condition que demande le Paradoxe en queſtion pour les appliquées, & qu'à prendre la choſe en rigueur, il ne faudroit conter qu'une demi-portion pour ce Paradoxe dans chaque exemple du ſecond Projet.

Des Changements de Curvité dans la portion BEADC *de Fig.* 1.

On ſçait que la courbure d'une Circonference eſt par-tout la même dans un même Cercle. Ainſi quand la portion *BEAFC* coupe en ſeize points le demi-Cercle du premier exemple, il faut neceſſairement qu'il y ait un changement conſiderable dans la Courbure de cette portion, quoiqu'elle ſoit par-tout cave dans le ſens de ce demi-Cercle. Pour expliquer cette varieté de Courbure, je prends pour le demi-Cercle de ce premier exemple, celui qui eſt en Fig. 4.

Alors l'Effection géometrique donnera à cette portion *BEADC* la grandeur & la position qu'elle doit avoir pour couper ce demi-Cercle, de maniere que les interfections donneront les huit racines de la propofée *A* dans un quart de Cercle, & les repeteront dans l'autre quart qui fait le complement du demi-Cercle.

Cela pofé, la generation des Courbes du lieu *B* & du lieu *C* fait voir que la Courbe du lieu *C* eft hors du Cercle en coupant l'axe *KL* auprés des points δ, λ de Fig. 4. & qu'en commençant à conter les interfections du côté de δ, elles fe font dans l'ordre qui fuit.

La portion *BEADC* entre dans le demi-Cercle $\delta\pi\lambda$ au point Z, & y demeure jufqu'au point *V*, d'où elle en fort & demeure en dehors jufqu'au point *D*; elle rentre dans ce demi-Cercle en ce point *D*, & en fort de nouveau au point *E*. Ainfi, de fuite jufqu'au point *T* qui eft celui où elle fait fa derniere fortie, & n'y rentre plus.

Comme la Portion eft cave dans le fens du demi-Cercle, il eft clair que les feize interfections forment quinze Lunules que l'on n'a pas marquées dans les Figures, parce qu'elles feroient infenfibles, & qu'il eft facile de s'en former une idée fur celles du Memoire de 1713. page 257. (Fig. 4.)

Les Immerfions & les Emerfions de la Portion *BEADC* de Fig. 1. dans le demi-Cercle $\delta\pi\lambda$ de Fig. 4. nous marquent des changements dans la Curvité de cette portion confiderée en foi, qui ont pû fervir à perfectionner l'idée ordinaire que l'on a des Courbes. Car l'on voit que cette Curvité eft plus grande dans la Lunule que terminent les points *V*, *D* que dans les Lunules de *VZ*, *DE*: plus grande dans la Lunule de *EF* que dans celles de *ED*, *FG*: plus grande dans *GH* que dans *GF*, *HI*: plus grande dans la Lunule de Iπ*K* que dans celles de *IH*, *KM*: plus grande dans *MN* que dans *MK*, *NP*: plus grande dans *PQ* que dans *PN*, *QR*; & enfin plus grande dans la Lunule *RS* que dans les Lunules *RQ*, *ST*. Ainfi la Curvité abfoluë

C iij

de la Portion *BEADC* change plusieurs fois du plus au moins & du moins au plus. Cependant elle demeure partout cave dans tous ces changements vers les droites *BC*, *OA*, *O*π qui font partie des Axes generateurs. On pourra en marquer les Consequences dans d'autres Memoires. Cela entendu, il est aisé d'observer les Changemens de Curvité absoluë qui se font dans la portion de Courbe du second Exemple, & de se former une idée du grand nombre de pareils changements qui se trouvent dans la Portion de Courbe, lors que le nombre des points d'intersection est immense dans le second Projet.

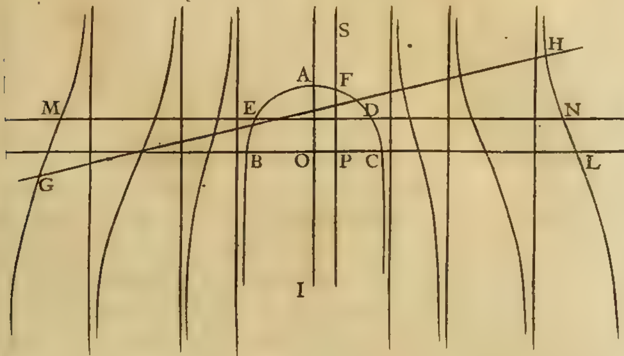
Pour sçavoir le nombre des *Maxima de Curvité* qui resultent du premier Projet dans la portion de Courbe du second lieu, il faut se souvenir que la Curvité absoluë de la parabole va toûjours en diminuant dans chacune de ses branches, du sommet à l'infini.

Si le Paradoxe admettoit les Courbes transcendantes avec les Courbes geometriques, il semble qu'alors on seroit en pleine liberté d'en concevoir de toutes les Configurations, mais il ne veut que des Courbes geometriques. En quoi l'on peut voir un avantage de la méthode ordinaire de la Construction des égalitez qui donne si souvent & si naturellement entre ces Courbes géometriques celles qui conviennent à ce Paradoxe. On le verra encore mieux cet avantage, aprés la resolution de ce Problême: *Etant donnés autant de points qu'on voudra sur un plan: Trouver autant de Courbes qu'on voudra qui passent par tous ces points.*

Si l'on se propose de trouver les Courbes les plus simples. Alors on aura souvent besoin de chercher les limites des indeterminées que l'on aura introduites, & de faire servir ces limites à celles des lieux trouvés; comme on le dira dans un autre Memoire.



Fig 1.re



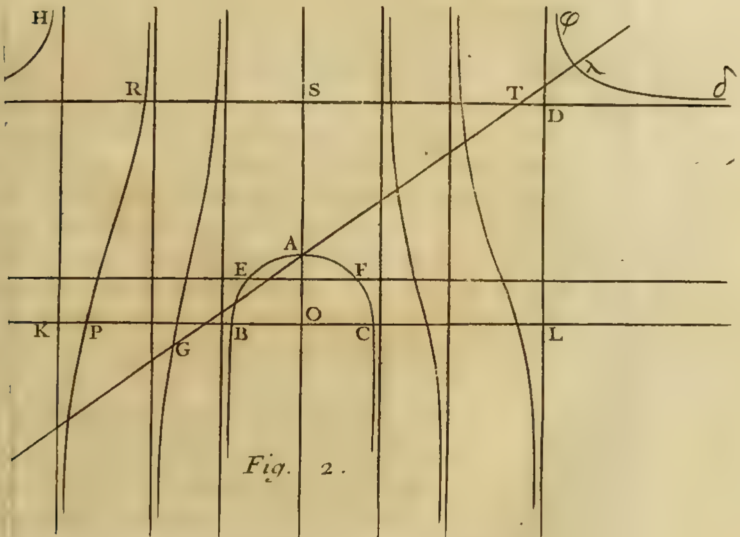


Fig. 2.

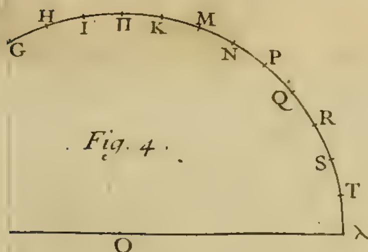


Fig. 4.

Fig. 3.

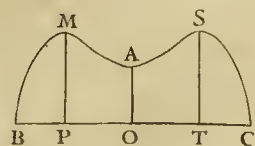
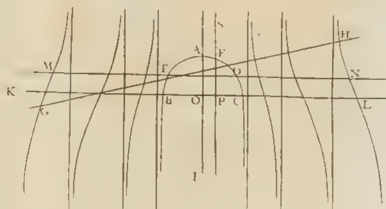


Fig. 1re.



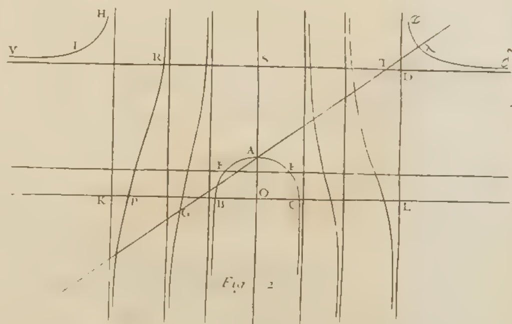


Fig. 2

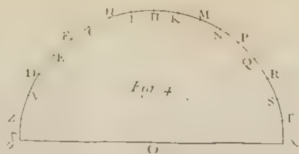
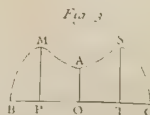


Fig. 4

Fig. 3



RETOUR DE LA TACHE ANCIENNE DE JUPITER.

Avec l'Observation d'une grande Tache dans le quatriéme Satellite.

Par M. MARALDI.

LA Tache de Jupiter qui depuis 50. ans a parû & disparu plusieurs fois, s'est encore renduë visible. Nous commençames de l'observer sur la fin du mois d'Aoust de l'année derniere 1713, & sa grandeur & la situation qu'elle avoit à l'égard des Bandes & du centre apparent de Jupiter, nous firent connoître que c'étoit la Tache ancienne qui étoit retournée aprés avoir été 5. ans invisible.

Les Observations que nous en fimes l'an 1708. sont rapportées dans les Memoires de l'Academie de la même année.

Il y avoit en 1708. sur le disque de Jupiter trois Bandes obscures, dont deux, à l'égard du centre apparent, étoient placées proche du milieu, une vers le Septentrion, l'autre vers le Midy; la troisiéme étoit plus Meridionale que la précedente. La tache étoit située dans l'espace clair qui est entre les deux Bandes Meridionales étant adherante à la Bande Meridionale & éloignée du centre apparent de Jupiter dans sa plus grande proximité d'un tiers de son demi-diamettre ou un peu plus. Nous commençames de la voir au mois d'Avril 1708. & nous en continuâmes les Observations jusqu'à l'entrée de Jupiter dans les rayons du Soleil, qui arriva sur la fin de Juillet de la même année. Durant tout ce temps-là on ne remarqua aucun changement sensible dans le nombre & dans la situation des Bandes, non plus que dans la Tache; mais lorsqu'au commence-

ment de Janvier 1709. on obſerva Jupiter après ſa ſortie des rayons du Soleil, on reconnut que la Tache étoit diſparue, & que le nombre & la ſituation des Bandes n'étoit plus la même qu'elle avoit été ſix mois auparavant.

Il ſeroit trop long de rapporter ici tous les changements qui ſont arrivés à ces Bandes les années ſuivantes. On n'en voyoit quelquefois dans Jupiter qu'une ſeule, & quelques fois il y en avoit quatre. En 1712. ces Bandes étoient réduites à deux larges & obſcures, qui étoient retournées dans la même ſituation que les deux proche du centre, qui avoient parû en 1708. & cette apparence continua toute l'année.

En 1713. aprés que Jupiter fut ſorti des rayons du Soleil, outre les deux Bandes de l'année precedente qui étoient encore dans la même ſituation qu'auparavant, on en voyoit une troiſiéme fort inégale, étant large & fort bien marquée dans une partie de l'Emiſphere de Jupiter; mais dans l'autre Emiſphere oppoſé qui 5. heures aprés étoit expoſé à nôtre vûë, cette Bande étoit ſi étroite & ſi foible qu'on avoit de la peine à la diſtinguer avec les plus grandes Lunettes. Elle s'étoit donc formée de nouveau en 1713. peut-être par quelque écoulement de la Bande prochaine qui étoit beaucoup diminuée depuis les dernieres Obſervations que nous en avions faites. C'eſt ainſi qu'on voit ſouvent ſe former des nouvelles Bandes en divers endroits de Jupiter, pendant que d'autres formées depuis long-temps s'affoibliſſent & même s'éfacent entierement. Cette nouvelle Bande étoit plus meridionale que les deux autres & éloignée du centre vers le bord de Jupiter environ du quart de ſon diametre, ce qui fait voir qu'elle faiſoit avec les deux autres la même configuration qu'elle avoit fait les autres fois que la Tache avoit parû: d'où nous conjecturâmes qu'on pourroit voir ſon retour, comme il eſt arrivé quelques mois aprés. Outre ces apparences qui ont précedé cette année comme les autres la formation de la Tache, il faut encore remarquer qu'elle s'eſt trouvée ſur le Globe de Jupiter, proche du lieu où elle s'étoit formée les autrefois,

ce

ce lieu étant déterminé par la longitude & par la latitude du Globe de Jupiter, de la même maniere que les Geographes déterminent les lieux de la Terre. Car il est évident en premier lieu que la Tache touchoit par sa partie meridionale le bord Septemtrional de la nouvelle Bande, & qu'elle étoit éloignée vers le Midi à l'égard du centre de Jupiter, lorsqu'elle en étoit le plus proche qu'elle puisse être, d'un quart du demi-diametre de Jupiter, ce qui détermine son parallele qui est le même dans lequel elle s'est toûjours trouvée. En second lieu, supposant l'époque ancienne & les revolutions de 9^h 56. o. les Tables representent cette année toutes les Observations que nous en avons faites à une heure près, ce qui montre qu'entre les Observations anciennes de M. Cassini & les nôtres, il y a assés précisement un nombre entier de revolutions, comme il doit arriver si la Tache s'est formée dans le même lieu de Jupiter. La difference d'une heure qu'il y a entre les Tables & les revolutions, pouvant peut-être venir de ce que chaque revolution n'est pas déterminée dans la derniere précision. Si l'on suppose les revolutions exactes, il en resultera que le lieu où s'est formée cette année la Tache, quoi-que dans le même parallele, n'est pas précisement le même que les autres fois, mais qu'il en est éloigné vers l'Occident de la 10e partie de la circonference de Jupiter.

Ayant comparé ensemble les Observations de l'arrivée de la Tache au milieu de Jupiter les plus éloignées entr'elles que nous ayons pû faire cette année, pour en conclure la grandeur des revolutions de cet Astre dans l'endroit de son orbite où il se trouve presentement à 50. degrés de distance de son Perihelie après avoir tenu compte de la premiere & de la seconde inégalité de Jupiter & de l'équation de jours, nous trouvons chaque revolution moyenne de 9^h $56' 0''$. En 1665, lorsque Jupiter étoit 14. degrés plus prés de son Perihelie qu'il n'a été cette année, les revolutions moyennes observées par M. Cassini furent aussi de 9^h $56'$

précisement égales à celles de cette année.

Par les Observations de l'année 1708. Jupiter étant proche de son Aphelie, nous trouvâmes ces revolutions de 9^h 55. 48. & l'an 1672. lorsque Jupiter étoit à pareille distance de son Aphelie qu'en 1708. elles furent observées de deux secondes plus grandes qu'en 1708. & par consequent plus courtes de 10. à 12. secondes qu'aux années 1665. & 1713. Ces observations ne sont donc pas favorables aux sentiments de ceux qui supposent que les Globes celestes tournent plus vîte sur leurs axes quand ils sont plus proches du Soleil que quand ils en sont plus éloignés, puisque autant qu'il est permis d'en juger par ces Observations, les revolutions de Jupiter ont été plus courtes lorsqu'il étoit proche de son Aphelie que lorsqu'il étoit proche de son Perihelie, tout au contraire de ce qui devoit arriver suivant leur hypothese.

Observation d'une Tache dans le quatriéme Satellite.

La nuit du 12. Septembre 1713. lorsque la Tache ancienne étoit sur l'Emisphere apparent de Jupiter, on eut la commodité de la comparer aux Ombres du premier & du 4e. Satellite, & à une Tache qui étoit sur le 4e Satellite, & ces quatre Taches se virent toutes cette nuit-là pendant quelques heures sur Jupiter. Immediatement après le coucher du Soleil, en observant cette Planete, nous vîmes le 4e Satellite, dont le mouvement étoit dirigé vers Jupiter, avec lequel il devoit se joindre, mais des nuages qui survinrent aussi-tôt ayant interrompu les Observations, on ne pût les reprendre que deux heures après, lors que ce Satellite ne paroissoit plus. Nous vîmes en même temps sur Jupiter une grande Tache, ronde, bien terminée & si noire, qu'on l'auroit pû prendre pour l'Ombre du 4e. Satellite, lequel étant dans la partie inferieure de son Cercle entre Jupiter & le Soleil, pouvoit éclipser Jupiter & faire cette apparence, si le calcul tiré des Tables & la suite des Observations que nous fimes la même nuit ne nous eus-

ſent fait connoître qu'elle n'étoit pas l'Ombre d'aucun Satellite, mais que c'étoit une Tache noire qui étoit ſur le quatriéme, ainſi que nous le ferons voir dans la ſuite. Cette Tache raſoit du côté du Midi le bord de la Bande Meridionale, qu'elle ſuivit tout le temps qu'elle reſta ſur Jupiter, & parût beaucoup plus noire que ſes Bandes. Elle ſe trouva éloignée du bord Oriental de Jupiter du quart du diametre de cet Aſtre à $8^h 47'$, & à $9^h 48'$ elle arriva au milieu de ſa courſe. A $10^h 44'$ on voyoit la Tache ancienne qui étoit entrée ſur le bord Oriental de Jupiter, & qui en étoit éloignée d'environ le quart de ſon demi-diametre. Je remarquai en même temps une autre Tache plus noire que l'ancienne qui commençoit à entrer ſur le même bord & qui étoit l'Ombre du quatriéme. Il y avoit donc en même temps ſur Jupiter trois Taches differentes, la premiere dans le 4e Satellite proche du bord Occidental, la ſeconde étoit la Tache ancienne adherante à Jupiter, & la troiſiéme l'Ombre du 4e Satellite; ces deux dernieres Taches étoient proches l'une de l'autre prés du bord Oriental de Jupiter.

Les latitudes de ces trois Taches ne differoient entre elles que de la largeur de la Bande Meridionale; car la premiere qui étoit celle du 4e. en friſoit le bord Meridional, l'ancienne en raſoit le bord Septemtrional, & l'ombre du 4e. qui avoit une latitude moyenne entre les deux, parcouroit le milieu de la Bande.

A $11^h 12'$ la Tache ancienne étoit éloignée du milieu de Jupiter d'un quart de ſon diametre, & à la même heure la Tache du 4e. étoit autant éloignée du milieu vers le bord Occidental que l'ombre du 4e. l'étoit vers l'Oriental; on voyoit dans cette ſituation ces deux dernieres Taches également grandes & noires, & la Tache du 4e. Satellite étoit auſſi grande proche du bord qu'elle l'avoit été au milieu de Jupiter, ce qui fait voir qu'elle n'étoit pas ſur la ſurface de Jupiter comme la Tache ancienne, qui vers les bords parut petite & augmenta à meſure qu'elle approcha du milieu.

A 11^h 39′ la Tache du 4e. Satellite étoit dans le bord de Jupiter, à 11^h 44 le quatriéme Satellite commença de paroître en sortant du même bord & au même endroit de la Bande que la Tache avoit parcouru, & il sortit entiérement à 11^h 55. ainsi tout le diametre du Satellite employa 11. minutes à sortir; donc le centre sortit à 11^h 49′.

Il paroît par ces Observations que la Tache avoit la même latitude que le Satellite, puisque on le vit sortir du même endroit de Jupiter où avoit disparu la Tache: Il paroît aussi qu'elle avoit la même situation en longitude, car elle ne disparut au bord que 5. minutes avant que le Satellite commença de paroître; ce peu de difference peut être causée par la difficulté de distinguer le Satellite sur le bord de Jupiter qui n'est pas aussi clair que le reste de son disque; peut-être aussi qu'elle vient de la situation qu'avoit la Tache sur le Satellite, car si elle se trouvoit sur le bord Oriental du disque du Satellite, & que l'autre partie du disque ne fut point tachée, la Tache devoit se perdre sur le bord de Jupiter avant que le Satellite commença d'y paroître, comme il est arrivé par l'Observation.

Si l'on compare l'arrivée de la Tache du 4e Satellite au milieu de Jupiter observée à 9^h 48 avec la sortie du centre du Satellite déterminée à 11^h 49. on aura deux heures & une minute pour la moitié de la demeure de la Tache dans Jupiter supposée dans le Satellite, laquelle est conforme à une minute près à la moitié de la demeure du Satellite calculée des Tables pour ce jour-là; mais le tems de la sortie du diametre entier du Satellite qui a été observé seulement de 11. minutes, devroit avoir été suivant les mêmes Tables d'environ 20. minutes, presque le double plus grand de ce qu'il a été observé. Cette difference peut être causée par la Tache qui diminuoit l'apparence du Satellite & occupoit une grande partie de son disque, qui n'est visible que par sa partie claire; ainsi la partie claire étant plus petite que le disque entier, doit à nôtre égard em-

ployer moins de tems à sortir que s'il étoit tout lumineux; on pourroit même conjecturer par cette difference que la Tache occupoit presque la moitié du Satellite.

Après la sortie du 4e. Satellite, nous observâmes la Tache ancienne au milieu de Jupiter à minuit & deux minutes; nous avons rapporté qu'à $11^h\ 13'$ elle étoit éloignée du milieu du quart du diametre de Jupiter; donc la Tache ancienne avoit parcouru le quart du diametre en 49. minutes de temps. Le quart du diametre de Jupiter proche du milieu est égal au sinus de 30. degrés qui sont la 12e partie de toute la circonference, & ces 49. minutes que la Tache a employé à parcourir le quart du diametre, sont aussi la 12e partie de 9^h 56. minutes, qui est le temps de la révolution entiere de la Tache. Cette correspondance entre le temps & le mouvement est un des caracteres que M. Cassini a indiqué pour faire connoître que cette Tache est sur la surface de Jupiter & qui la distingue de la premiere, qui a employé plus d'une heure à parcourir le même espace.

A minuit 38. minutes l'ombre du 4e. arriva au milieu de Jupiter, où elle ne parut pas plus grande que vers le bord; comme avoit fait la Tache du 4e. Satellite.

Si l'on compare le temps de l'Observation faite à 11^h 13. minutes, lorsque la Tache du quatriéme & son Ombre étoient également éloignées du milieu, premierement avec l'arrivée de la Tache du 4e. au milieu qui a été déterminée à $9^h\ 48'$, en second lieu avec l'arrivée de son Ombre au milieu à minuit $38'$, on aura deux differences, chacune de $1^h\ 25'$ pendant lequel temps la Tache & l'ombre ont parcouru deux espaces de Jupiter égaux entr'eux, l'un vers l'Orient, à l'égard du milieu de Jupiter, l'autre vers l'Occident; d'où il suit que le corps sur lequel étoit la Tache, & celui qui formoit l'Ombre étoit à égale distance de Jupiter, & qu'ils n'étoient qu'un même Satellite.

En comparant encore l'arrivée de la Tache du quatriéme au milieu à $9^h\ 48'$ avec le temps que l'Ombre est arri-

vée au même endroit à 12^h 38$'$, la difference est 2. heures & 50. minutes; ce temps réduit en degrés de l'Orbe du 4e. Satellite donne 2. degrés 32$'$ qui mesurent l'arc compris entre la conjonction de ce Satellite vûe de la Terre, & la même conjonction par rapport au Soleil vûë de la Terre; il faut faire à cet arc une équation, qui pour la distance que Jupiter avoit ce jour-là du Soleil étoit de 7. minutes, qui sont à adjouter pour avoir la veritable distance entre une conjonction & l'autre de 2. degrés 39. minutes. Cet arc est précisement égal à la seconde équation qui se trouve par les hypotheses Astronomiques des mouvements du Soleil & de Jupiter. Il y a donc par les Observations entre la conjonction de la Tache & celle de l'Ombre la même distance qu'il devroit y avoir par les hypotheses entre la distance du 4e Satellite & celle de son ombre, supposant que l'Ombre qui arriva au milieu à minuit 38$'$ soit l'Ombre du 4e. comme il est constant par les hypotheses & par les Tables de M. Cassini; il suit que la Tache qui arriva au milieu de Jupiter à 9^h 48$'$, & qui y fut observée sur son disque l'espace de presque 3. heures étoit sur le disque du 4e. Satellite.

La difference de latitude qui s'observoit entre ces deux Taches, & qui répond parfaitement aux hypotheses, est une nouvelle preuve que la Tache étoit dans le Satellite: car les latitudes des Satellites sont presentement Meridionales dans leurs demi-cercles inferieurs, & dans la situation où Jupiter se trouvoit par rapport au Soleil le 12. Septembre, les latitudes des Satellites à l'égard de la Terre devoient être plus grandes que par rapport au Soleil, & par consequent l'Ombre du Satellite qui est son lieu à l'égard du Soleil, devoit avoir une latitude moins grande que le Satellite même, comme il arriva de l'Ombre à l'égard de la Tache, ainsi la situation de la Tache à l'égard de l'Ombre étoit la même que devoit avoir le 4e. Satellite.

Nous ne parlerons point des autres Observations que nous fimes la même nuit, celles qui ont été rapportées

étant suffisantes pour juger de la nature de ces differentes Taches de les distinguer les unes des autres, & connoître celle qui étoit dans le 4e Satellite.

Cette apparence de Tache dans le 4e Satellite n'est pas la premiere qui ait été observée. Nous en trouvons deux autres faites par M. Cassini dans de pareilles circonstances.

La premiere de ces Observations fut faite à *Città della Pieve* en Toscane le 2. Septembre de l'an 1665. Par une rencontre semblable à la nôtre, & qui est fort rare, il y eut cette nuit-là une conjonction avec Jupiter du 4e. & une autre du premier Satellite dans la partie inferieure de leur Orbite. Un peu après le Coucher du Soleil M. Cassini observa dans Jupiter une Tache aussi noire qu'un Ombre, & qui employa 2. heures à passer du milieu de Jupiter jusqu'à son bord Occidental; & plusieurs minutes après qu'il eut cessé de voir la Tache sur le bord, il apperçût le Satellite qui étoit sorti. Comme l'opposition de Jupiter avec le Soleil étoit arrivée 24. jours auparavant, le Satellite préceda son Ombre, de sorte qu'elle se trouva par les Observations 5. heures & quelques minutes après au même endroit de Jupiter, où la Tache s'étoit trouvée, & cette difference est la même qui resulte par les hypotheses Astronomiques entre l'Ombre & le Satellite, ainsi il n'y a pas lieu de douter que la Tache ne fut sur le Satellite comme cette année.

L'autre apparence semblable a été aussi observée par M. Cassini l'an 1677. le 25. Septembre pendant presque quatre heures qu'on vit parcourir au Satellite une grande partie du disque de Jupiter. Dans les trois differents retours de ce phénomene il y a des circonstances remarquables: 1° Entre l'Observation de 1665. & celle de 1677. il y a un intervalle de 12. années pendant lesquelles Jupiter fait une révolution sur le Zodiaque, & entre l'Observation de 1677. & 1713. il y a 36. ans qui font trois periodes de 12. années, & trois révolutions de Jupiter autour du Soleil, ainsi ces trois apparences sont arrivées, Jupiter étant au même endroit du Zodiaque avec une difference de peu de degrez.

2°. Ces Taches ont été obſervées, Jupiter & ſes Satellites étant proches de ſon perihelie, & par conſequent preſque le plus éclairés du Soleil qu'ils puiſſent être; elles ont parû auſſi près de l'oppoſition de Jupiter avec le Soleil, c'eſt à dire, lorſque Jupiter & ſes Satellites étoient à nôtre égard plus pleins de lumiere, & que cette lumiere nous devoit paroître plûs éclatante; comme étant plus proches en même tems du Soleil & de la Terre, de ſorte qu'il n'y a pas lieu d'attribuer ces Taches au defaut de lumiere du Satellite qui ſeroit cauſé par la diſtance apparente de Jupiter au Soleil, & qui ne ſeroit pas ſenſible, même dans les quadratures où ce défaut de lumiere doit être plus grand que dans les autres configurations avec le Soleil. Nous croyons enfin devoir remarquer que ces Taches du 4e. Satellite ont parû dans les années qu'on voyoit la Tache qui a parû tant de fois ſur la ſurface de Jupiter.

Ce n'eſt pas ſeulement dans cet endroit de l'Orbite de Jupiter qu'on a obſervé ces Taches dans le quatriéme Satellite, nous en avons remarqué une autre ſemblable le 26. Mars de l'an 1707. dans une conjonction inferieure de ce Satellite qui arriva un peu après l'oppoſition de Jupiter avec le Soleil comme les autres fois, mais Jupiter étoit pour lors dans un Signe du Zodiaque oppoſé à celui où il ſe trouvoit dans les trois Obſervations précedentes. Cette Obſervation a été rapportée dans les Memoires de l'Academie de la même année. On a auſſi lieu de ſuppoſer que ces Taches ſe rencontrent ſouvent dans le diſque apparent du Satellite ſans qu'il ſoit en conjonction avec Jupiter, puiſque nous le voyons quelquefois fort petit & diminué juſqu'à diſparoître preſque entierement, comme il eſt arrivé dans une Obſervation de M. Bianchini faite à Rome, & qui a été communiquée l'année derniere à l'Academie.

Nous avons rapporté dans les Memoires de l'an 1707. que l'apparition des Taches dans les Satellites peut s'expliquer par des changements phiſiques & paſſagers qui arrivent de temps en temps ſur le diſque apparent du Satellite

tellite; ou bien en ſuppoſant que les Taches ſoient fixes ſur une partie de la ſurface du Satellite, & que le Satellite en tournant ſur ſon axe nous preſente tantôt l'Emiſphere taché, tantôt l'Emiſphere clair. Ces hypotheſes ſont également propres à rendre raiſon des apparences que nous obſervons, & il n'eſt pas poſſible de connoître juſqu'à preſent qu'elle eſt la meilleure. Il eſt vrai que cette regularité avec laquelle ces Taches ont paru au retour de Jupiter au même endroit du Zodiaque, ſemble plûtôt venir de quelque principe conſtant & uniforme, comme eſt la revolution du Satellite autour de ſon axe, qu'à des changements paſſagers qui ne ſont pas pour l'ordinaire reguliers. Mais il ſe peut faire auſſi que ces Taches ſoient paſſageres, & qu'il y ait des endroits du Zodiaque où il s'en forme plus regulierement que dans d'autres, comme il arrive aux Taches du Soleil; car quoiqu'elles ſoient de peu de durée & qu'il en paroiſſe ſouvent en differents temps de l'année, on en voit pourtant plus regulierement en certains mois que dans d'autres, comme ſi l'apparition des Taches du Soleil étoit attachée au retour de cette Planete à un même Signe du Zodiaque, plûtôt qu'aux autres. Il pourroit auſſi arriver quelque choſe de ſemblable aux Taches du quatriéme Satellite.

DES REFRACTIONS ASTRONOMIQUES.

Par M. CASSINI.

LA Terre eſt environnée d'un air groſſier qu'on nomme 28. Fev.
Atmoſphere, qui s'étend au-deſſus de la ſurface de la 1714.
Terre à une diſtance qui ne nous eſt pas encore bien connuë en diminuant toûjouts de denſité. C'eſt au travers de cette maſſe d'air que nous regardons les Aſtres dont les

rayons qui la pénetre s'étendent jusqu'à nos yeux.

Si ces rayons étoient dirigés au centre de la Terre, ils traverseroient perpendiculairement l'Atmosphere sans se détourner de leur direction. Mais comme nôtre œil est placé sur la surface de la Terre, les rayons qui viennent des Astres jusqu'à nous, traversent obliquement l'Atmosphere en passant d'un milieu plus rare dans un milieu plus dense, & sont obligés de se plier en nous faisant appercevoir les Objets celestes écartés de la direction qu'ils devroient avoir naturellement. Semblables à ce que l'on apperçoit lors qu'étant dans l'air libre on regarde obliquement des Objets plongés dans l'eau, ou bien au travers d'un verre épais, nous ne voyons jamais les Objets celestes dans les lieux où ils sont réellement que lorsqu'ils passent par nôtre Zenith. On voit assés par cette simple exposition de quelle importance il est pour l'Astronomie de sçavoir discerner les refractions & d'en connoître les effets. Comme le principal Objet de cette science est de déterminer la veritable situation des corps celestes, aussi-bien que les loix de leur mouvements; rien ne s'oppose plus à sa perfection que ce qui, par une apparence trompeuse, les fait appercevoir dans un lieu different de celui qu'ils occupent dans le Ciel.

On sçait que les refractions élevent les Objets & font que le Soleil & les autres Astres paroissent s'élever plûtôt sur l'horizon & se coucher plûtard qu'ils ne font en effet. Ces refractions qu'on nomme horizontales sont plus grandes que dans toute autre situation. Elles diminuënt à mesure que les Astres s'élevent, & ne cessent entierement qu'au Zenith, comme mon Pere l'a démontré, quoique tous les Astronomes avant lui ayent été persuadés qu'elles étoient insensibles à la hauteur de 45 degrés.

On ne peut donc déterminer la veritable hauteur des Astres sur l'horison sans connoître leur refraction. Il faut même avoir égard à leur parallaxe lorsque leur distance a quelque proportion sensible au demi-diametre de la Terre.

Il paroît par-là que les Etoiles fixes qui sont à une si-

grande diſtance de la Terre qu'on n'a pas pû encore y appercevoir de parallaxe ſont les plus propres pour ſervir à déterminer les refractions. Mais comme il eſt difficile de les diſtinguer lors qu'elles ſont près de l'horiſon, qui eſt le tems où la refraction eſt la plus grande, nous nous ſommes ſervis principalement du Soleil, dont la parallaxe horizontale n'eſt au plus que de 10 ſecondes, deſquelles on peut tenir compte aiſément dans le Calcul des Obſervations.

On peut trouver les refractions par deux methodes, differentes, ou par des Obſervations immediates des Aſtres faites à tous les degrés de hauteur, ou bien par deux ſeules Obſervations faites à des degrés differents de hauteur, par le moyen deſquels on trouve la hauteur de la ſurface de la matiere qui rompt les rayons & la refraction qui convient à tous les autres degrés.

La premiere methode paroît la plus naturelle, & on peut s'en ſervir pour trouver les refractions, principalement lorſque les Aſtres ſont peu élevés ſur l'horiſon, mais il eſt neceſſaire d'avoir recours à l'autre dans les plus grandes hauteurs, lorſque la difference d'un degré à l'autre n'eſt pas aſſés ſenſible pour être apperçûë par les Obſervations.

Pour déterminer les refractions par la premiere methode, on obſerve la hauteur apparente du Soleil, & l'on marque l'heure préciſe de cette Obſervation dont on réduit en degrés minutes & ſecondes la difference juſqu'à midi, à raiſon de 15 degrés par heure. Connoiſſant enſuite la hauteur du Pole du lieu d'où l'on obſerve, & la déclinaiſon du Soleil, on a deux côtés d'un Triangle ſphérique, dont l'un eſt le complement de la hauteur du Pole, & le ſecond eſt le complement de la déclinaiſon du Soleil lorſqu'elle eſt Septentrionale, ou bien la déclinaiſon jointe au quart du cercle lorſqu'elle eſt Meridionale; l'angle compris entre les deux côtés, qui eſt la difference de l'heure obſervée juſqu'à midi, eſt auſſi connu, & par conſequent l'on trouve la va-

leur du troisiéme côté, qui est la distance veritable du Soleil au Zenith. On a donc la hauteur veritable du Soleil au temps de l'Observation, qui étant retranchée de la hauteur apparente, reste la refraction, à laquelle il faut ajoûter la parallaxe pour avoir la refraction veritable qui convient au degré observé.

La seconde methode suppose, comme nous l'avons dit ci-dessus, qu'on a trouvé par Observation la refraction qui convient à deux degrés differents de hauteur.

Soit *S*, le Soleil où une Etoile dont le rayon *SB* rencontrant la surface refractive *BHP* en *B*, se rompe & vienne à nôtre œil en *A*; de sorte que *BA* soit perpendiculaire à *AC*, l'objet sera vû suivant la ligne *ABE*, & l'angle *EBS* ou *EAX* sera la refraction horisontale que l'on suppose de 32′ 20″, telle qu'elle est marquée dans la connoissance des Temps.

Soit un autre rayon *IH* qui rencontrant en H la surface refractive, vienne se rompre en *A*: ensorte que l'angle *BAH* soit de 10 degrés. L'angle *THI*, sera la refraction qui convient à 10 degrés que l'on suppose observée de 5′ 28″, telle qu'elle est marquée dans la Connoissance des Temps.

Par la regle des refractions reçûë de tous les Philosophes, les sinus d'incidence sont toûjours proportionels au sinus des refractions, & par consequent le sinus de l'angle *LBS* est au sinus de l'angle *CBA* comme le sinus de l'angle *GHI* est au sinus de l'angle *AHC*.

Le demi-diametre *CA* de la Terre ayant été déterminé dans le voyage de la Meridienne de 3271600 toises.

Soit supposé *AP* hauteur de la surface refractive de 2000 toises; ensorte que *CB*, *CH*, *CP* soient de 3273600 toises. Dans le triangle rectangle *CAB*, les côtés *CA*, *CB* étant connus, on trouvera l'angle *CBA* ou *FBL* de 87^d 59′ 50″ auquel si l'on ajoûte l'angle *EBS* ou *EAX* de 32′ 20″, on aura l'angle *LBS* de 88d 32′ 10″. Cet angle *LBS* que le rayon *SB* fait avec la perpen-

diculaire *LBC*, reprefente l'angle d'incidence lorfque la refraction horizontale eft de 32′ 20″, & l'angle *ABC* reprefente l'angle de refraction.

Maintenant dans le triangle *CAH*, l'angle *CAH* étant fuppofé de 100 degrés & les côtés *CA*, *CH* étant connus, on aura l'angle *AHC* de 79d 48′ 12″ & faifant comme le finus de l'angle *CBA* de refraction eft aux finus de l'angle *LBS* d'incidence, ainfi le finus de l'angle *CHA* de refraction à la hauteur de 10 degrés eft au finus de l'angle *GHI* d'incidence, on aura l'angle *GHI* d'incidence de 79^d 53′ 40″; donc retranchant l'angle *AHC* ou *GHF* qui eft de 79^d 48′ 12″, refte l'angle *FHI* de 5′ 28″, qui eft précifement la refraction qui convient à la hauteur de 10 degrés marquée dans la Connoiffance des Temps.

Si cette refraction avoit été trouvée plus grande ou plus petite que celle qui avoit été déterminée par obfervation, il auroit fallu diminuer ou augmenter la hauteur *AP* de la furface refractive, jufqu'à ce qu'on l'eut trouvée de la quantité requife.

La hauteur de la furface refractive ayant été ainfi établie, on peut trouver très-facilement la refraction qui convient à tous les degrés de hauteur fur l'horifon; car dans le Triangle *ATC*, les côtés *CT*, *CA* étant connus auffi-bien que l'angle *CAT* de l'inclinaifon du rayon vifuel qui eft pris à volonté, on trouve l'angle *CTA* que ce rayon fait avec la perpendiculaire, & faifant comme le finus de l'angle *CBA* eft au finus de l'angle *LBS*, ainfi le finus de l'angle *CTA* ou *DTO* eft à un quatriéme finus; on aura le finus de l'angle *DTR*, dont retranchant l'angle *CTA* ou *DTO*, refte l'angle *OTR* de la refraction qui convient à la hauteur donnée.

Suivant cette hypothefe, la fubftance qui caufe les refractions s'étend au-deffus de nous à une diftance beaucoup plus petite que celle qui compofe l'Atmofphere, puifque nous trouvons qu'elle ne monte qu'à 2000 toifes, au lieu que l'Atmofphere fuivant ceux qui lui donnent

le moins d'étenduë s'éleve à la hauteur de six lieuës au-dessus de la surface de la Terre, & suivant plusieurs autres à une distance beaucoup plus grande.

Il est vrai que dans cette hypothese, on suppose que le rayon après avoir rencontré la surface refractive qui le détourne de sa direction, vient droit à nôtre œil sans souffrir d'autre refraction, au lieu qu'il y a beaucoup d'apparence que les rayons en traversant l'Atmosphere passent continuellement d'un milieu plus rare dans un milieu plus dense, & que le rayon rompu qui vient à nôtre œil forme une ligne courbe, suivant la Tangente de laquelle nous appercevons les Objets celestes.

Il n'est pas aisé de déterminer de quelle espece est cette courbe, avant que de connoître la nature de la substance qui forme la refraction; mais si l'on suppose que le rayon en penetrant l'Atmosphere trouve une resistance qui augmente continuellement, telle que si ce rayon dans l'espace d'un pied, par exemple, s'est detourné d'une certaine quantité, dans l'espace du second pied il se détourne d'une pareille quantité; & ainsi successivement; ce rayon aura la figure d'un poligone circonscrit à un cercle, & supposant les côtés infiniment petits, la courbe que décrira ce rayon sera une portion de cercle.

On demande qu'elle doit être suivant cette hypothese la hauteur de la surface refractive, supposant la refraction horisontale de $32' 20''$.

Soit *AM* la circonference de la Terre, *PIO*, la surface refractive; *SO* un rayon qui venant d'un Etoile *S* rencontre la surface refractive en *O*, & décrivant une ligne circulaire, vienne à nôtre œil placé en *A*; ensorte que la ligne *ABE* perpendiculaire à *AC* soit tangente au cercle. Soit mené du point *A* la ligne *AX* parallele à *OS* qui soit dirigée à l'Etoile que l'on suppose à une distance infinie, & soit prolongé *SO* jusqu'à ce qu'il rencontre *AE* en *B*. La ligne *SOB* sera aussi tangente du cercle *OA* au point *O*, & l'objet *S* paroitra par la refraction suivant la

Tangente *ABE*. L'angle *EBS* meſurera auſſi la refraction horizontale qui eſt de 32′ 20″; mais à cauſe des paralleles *AX*, *BS*, l'angle *EBS* eſt égal à l'angle *EAX*; donc l'angle *EBS* ſera auſſi de 32′ 20″ & meſurera la refraction horizontale.

L'angle *LBS* repreſentera donc l'angle d'incidence, & l'angle *ABC* l'angle de refraction.

Suppoſant preſentement que le point *B* eſt élevé de 2000 toiſes au-deſſus de la ſurface de la Terre, on trouvera le côté *AB* de 114406 toiſes, & l'angle *CBA* de 87ᵈ 59′ 50″, auquel ſi l'on ajoûte l'angle *EBS* de 32′ 20″, on aura l'angle *LBS* de 88ᵈ 32′ 10″.

Maintenant à cauſe des Tangentes *SOB* & *ABE*; *AB* eſt égal à *OB*, & dans le Triangle *OBC* le côté *BC* étant connu de 3273600. toiſes, auſſi-bien que le côté *OB* de 114406 toiſes & l'angle *OBC* complement de *LBS* de 91ᵈ 27′ 50″, on aura le côté *CO* de 3278518 toiſes, dont retranchant *CM* de 3271600, reſte *OM* hauteur de la ſurface refractive au-deſſus de la ſurface de la Terre de 6918 toiſes.

Cette hauteur qui eſt trois fois & demi plus grande que celle que l'on avoit trouvée par la premiere hypotheſe eſt encore beaucoup plus petite que celle qu'on attribue à l'Atmoſphere, ce qui ſembleroit confirmer le ſentiment de ceux qui croyent que les refractions ſont cauſées par une matiere particuliere dont l'étenduë n'eſt pas ſi grande à beaucoup prés que celle dont l'Atmoſphere eſt compoſée.

En ſuivant cette hypotheſe derniere, on trouvera les refractions qui conviennent à tous les degrés de hauteur. Car l'angle *BAN*, hauteur apparente de l'Aſtre ſur l'horizon, étant, par exemple, donné de 10 degrés, on aura dans le Triangle *CAN* l'angle *CAN* de 100ᵈ, le côté *CN* égal à *CO* de 3278518. & le côté *AC* de 3271600. & par conſequent l'on trouvera le côté *AN* de 38573. dont on peut ſuppoſer que la moitié eſt égale à *AH* ou

HI sans aucune erreur sensible, comme on le verra dans la suite; & dans le Triangle *CAH* dont les côtés *CA*, *AH* sont connus & l'angle *CAH* de 100ᵈ 0′ 0″, on trouvera l'angle *AHC* de 79ᵈ 40′ 4″, qui represente l'angle de refraction d'un rayon *RI*, qui ayant rencontré la surface refractive au point *I*, a décrit la courbe *IA* qui est telle que l'angle *BAH* de la hauteur apparente est de 10 degrés. Si l'on fait presentement comme le sinus de l'angle *ABC* de refraction qui est de 87ᵈ 59′ 50″ est au sinus de l'angle *LBS* d'incidence qui de 88ᵈ 32′ 10″, ainsi le sinus de l'angle *AHC* de refraction à la hauteur de 10 degrés qui est de 79ᵈ 40′ 4″, est à un quatriéme sinus, on aura le sinus de l'angle *THI* de 79ᵈ 45′ 28″, dont ayant retranché l'angle *AHC* ou *THN* de 79ᵈ 40′ 4″ reste l'angle *IHN* de 5′ 24″, qui seroit la refraction qui convient à la hauteur de 10 degrés, si *AH* étoit la moitié de *AN* comme on l'a supposé; mais comme il y a quelque difference, on trouvera plus exactement la valeur de *AH* en cette maniere.

Les lignes *AH*, *IH*, étant tangentes du cercle sont égales entr'elles, & les angles *AIH* & *HAI* sont égaux. Mais l'angle *NHI* externe qui a été trouvé de 5′ 24″ est égal aux deux angles *AIH* & *HAI*, & par consequent on aura l'angle *HAI* de 2′ 42″, qui étant retranché de l'angle *CAH* de 100ᵈ, reste l'angle *CAI* de 99ᵈ 57′ 18″, & dans le Triangle *CAI* dont les côtés *CA*, *CI* sont connus & l'angle *CAI*, on trouvera *AI* de 38730 toises. Faisant presentement comme le sinus de l'angle *IHA* ou son supplement *NHI* de 5′24″ est au sinus de l'angle *HIA* de 2′ 42″, ainsi *AI* 38730 toises est à *AH*, on trouvera *AH* de 19365 toises, & dans le Triangle *CAH* dont les côtés *CA*, *CH* sont connus & l'angle compris *CAH*, on aura l'angle *AHC* de refraction de 79ᵈ 39′ 59″. Faisant ensuite comme le sinus de l'angle *ABC* est au sinus de l'angle *LBS*; ainsi le sinus de l'angle *AHC* est à un quatriéme sinus, on aura le sinus de l'angle *THI* de 79ᵈ 45′ 23″, dont retranchant l'angle

l'angle *AHC* ou *TNH* de 79^d 39′ 59″ reste l'angle *NHI* de 5′ 24″ qui represente la refraction à la hauteur de 10^d 0′ 0″. Cette refraction est la même que celle qu'on avoit trouvée par la premiere opération, ce qui montre qu'on peut sans erreur sensible supposer que *AH* & *HI* sont la moitié de *AN*, & se contenter du premier calcul.

Quoi-que cette hypothese dans laquelle on suppose que les rayons en traversant l'Atmosphere parcourent des arcs de cercle, ne soit peut-être point conforme à la route qu'ils décrivent effectivement, il y a cependant lieu de croire qu'elle represente assés exactement l'effet des refractions, puisqu'en choisissant d'autres courbes il en resulte à peu-près la même refraction.

Si l'on suppose, par exemple, que les rayons en passant par l'Atmosphere se rompent de maniere qu'au lieu d'un cercle ils décrivent une parabole dont le sommet est sur la surface de la matiere refractive, on déterminera la hauteur de cette surface en cette maniere.

Soit dans la figure troisiéme un rayon *SO* qui rencontrant la surface refractive en *O* se plie & décrive une parabole *OA* dont le sommet est en *O*, & qui aille rencontrer l'œil placé en *A* sur la surface de la Terre; ensorte que le rayon *AE* horizontal soit tangente à la parabole. Soit prolongé *SO* jusqu'à ce qu'il rencontre *AE* en *B*. Cette ligne sera aussi tangente de la parabole au sommet *O*, & l'objet *S* paroîtra par la refraction suivant la Tangente *AE*. Si l'on mêne presentement du point *A* à l'Etoile *X*, la ligne *AX*; l'angle *EAX* mesurera la refraction horizontale qui est de 32′ 20″, & à cause que l'Etoile est supposée à une distance infinie, les lignes *SB*, *XA*, peuvent être censées paralleles, & l'angle *EBS* qui est égal à l'angle *EAX* representera aussi la refraction horizontale qui est de 32′ 20″. L'angle *LBO* representera donc l'angle d'incidence, & l'angle *ABC* l'angle de refraction. Si l'on suppose presentement que le point *B* est éle-

vé de 2000 toises au-dessus de la surface de la Terre, on trouvera de même que ci-dessus le côté *AB* de 114406 toises & l'angle *CBA* ou *EBL* de 87^d 59' 50'' auquel si l'on ajoûte l'angle *EBS* de 32' 20'', on aura l'angle *LBO* de 88^d 32' 10''. Du point *O*, soit mené à *BO* la perpendiculaire *EOR* qui rencontre en *E* la tangente *AB* prolongée en *E*. Par la proprieté de la parabole, la ligne *OB* étant tangente au sommet *O*, *EO* est égal à *OR*, & *EB* est égal à *BA*; mais l'on a trouvé ci-dessus *BA* de 114406 toises, on aura donc *EB* de 114406 toises, & dans le Triangle rectangle *EOB* dont l'hypothenuse *EB* est connuë aussi-bien que l'angle *EBO* de 32' 20'', on trouvera le côté *BO* de 114400 toises. Maintenant dans le Triangle *CBO* dont les côtés *CB*, *BO* sont connus, aussi-bien que l'angle compris *OBC* supplement de *LBO*, on aura le côté *CO* de 3278517 toises, dont retranchant *CA* ou *CV* reste *OV* hauteur de la surface refractive au-dessus de la Terre de 6917 toises & demie, à une demi-toise prés de celle que l'on a trouvée par l'hypothese précedente.

En suivant cette hypothese, on connoîtra les refractions qui conviennent à tous les degrés de hauteur.

Soit, par exemple, un rayon *SI*, qui décrivant une parabole *IA* dont *I* soit le sommet, aille rencontrer l'œil en *A*; ensorte que tirant *AK* tangente à la parabole au point *K*, l'angle *EAK* hauteur apparente de l'Astre sur l'horison soit de 10 degrés. L'angle *KHS* sera la refraction qui convient à la hauteur de 10 degrés que l'on suppose de 5' 24'' comme dans l'hypothese circulaire pour éviter un long calcul. Du point *I* soit mené à *IH* la perpendiculaire *KIZ* qui rencontre *AH* prolongée en *K*.

L'angle *KHS* étant égal aux deux angles *HIA*, *HAI*, & le côté *IH* étant sensiblement égal au côté *AH*, on aura l'angle *HAI* de 2' 42'', qui étant retranché de l'angle *CAH* de 100 degrés, reste l'angle *CAI* de 99^d 57' 18'', & dans le Triangle *CAI*, dont les côtés *CA*, *CI* sont con-

nus auſſi-bien que l'angle *CAI*, on trouvera *AI* de 39730 toiſes.

Maintenant dans le Triangle *KIA* dont le côté *AI* eſt connu auſſi-bien que l'angle *KIA* de 90^d 2′ 42″, & l'angle *AKI* complement de la refraction de 89^d 54′ 36″, on trouvera *AK* de 38730 toiſes de la même grandeur que *AI*, & qui par la proprieté de la parabole eſt égal au double de *AH* qui eſt par conſequent de 19365 toiſes, & dans le triangle *CAH* dont les côtés *CA*, *AH* ſont connus, & l'angle compris *CAH* de 100^d 0′ 0″, on aura l'angle *AHC* de refraction de 79^d 39′ 59″. Faiſant enſuite comme le ſinus de l'angle *ABC* eſt au ſinus de l'angle *LBS*, ainſi le ſinus de l'angle *AHC* eſt à un quatriéme ſinus; on aura le ſinus de l'angle *THI* de 79^d 45′ 23″, dont retranchant l'angle *AHC* ou *THK* de 79^d 39′ 59″, reſte l'angle *KHI* de 5′ 24″ qui repreſente la refraction qui convient à la hauteur apparente de 10 degrés, telle qu'on l'a trouvée ſuivant l'hypotheſe circulaire.

Si l'on ſuppoſe au contraire (*v.* Fig. 4.) que le rayon *SO* ſe rompe en traverſant l'Atmoſphere, enſorte qu'il décrive une parabole dont le ſommet ſoit en *A*, & dont l'axe concoure avec le demi-diametre *AC* de la Terre, on déterminera la hauteur de la ſurface refractive en cette maniere.

Soit menée *AE* Tangente à la parabole & perpendiculaire à *AC*, & ſoit prolongé *SO*, juſqu'à ce qu'il rencontre l'axe *CA* prolongé en *P*. Cette ligne ſera auſſi tangente de la parabole au point *O*, & l'Objet *S* paroîtra par la refraction ſuivant la ligne horizontale *ABE*. L'angle *EAX* ou *EBS* meſurera auſſi la refraction horizontale que l'on ſuppoſe toûjours de 32′ 20″.

Suppoſant preſentement que le point *B* eſt élevé au-deſſus de la ſurface de la Terre de 2000 toiſes, on trouvera *AB* de 114406 comme ci-deſſus, & dans le Triangle rectangle *BAP* dont l'angle *ABP* oppoſé & égal à l'angle *EBS* eſt de 32′ 20″, & le côté *AB* eſt connu, on

aura *BP* de 114411 toises, lequel est égal à *OB* par la proprieté de la parabole, on trouvera aussi l'angle *CBA* de 87ᵈ 59′ 50″, auquel si l'on ajoûte l'angle *EBS* ou *ABP* de 32′ 20″, on aura l'angle *CBP* de 88ᵈ 32′ 10″ dont le supplement *OBC* est de 91ᵈ 27′ 50″; & dans le Triangle *OBC* dont les côtés *OB* & *BC* sont connus, & l'angle compris *OBC* de 91ᵈ 27′ 50″, on aura le côté *CO* de 3278518 toises, dont retranchant *CV* demi-diametre de la Terre, reste *OV* hauteur de la surface refractive au-dessus de la Terre de 6918 toises, de même qu'on l'a trouvée par l'hypothese circulaire, & à une demi-toise prés de celle que l'on a trouvée par l'hypothese parabolique précedente.

On trouvera par cette nouvelle hypothese les refractions qui conviennent à tous les dégrés de hauteur.

Soit, par exemple, un rayon *FI* qui décrivant une parabole *IA* dont *A* est le sommet, aille rencontrer l'œil en *A*, ensorte que tirant *AH* tangente au sommet *A* l'angle *EAH* hauteur apparente de l'Astre sur l'horizon soit de 10 degrés. Du point *A* soit menée à *AH* la perpendiculaire *KAZ* qui represente l'axe de la parabole, & soit prolongé *IH* jusqu'à ce qu'il rencontre l'axe en *K*. L'angle *KHA* ou *DHI* étant égal aux deux angles *HIA*, *HAI* & le côté *IH* étant sensiblement égal au côté *AH*, on aura l'angle *HAI* de 2′ 42″ moitié de l'angle *DHI* qui represente la refraction, & que l'on suppose de 5′ 24″ comme cidessus pour éviter un long calcul. Retranchant l'angle *HAI* de l'angle *CAH* de 100ᵈ 0′, on aura l'angle *CAI* de 99ᵈ 57′ 18″, & dans le Triangle *CAI* dont les côtés *CI*, *CA* sont connus, aussi-bien que l'angle *CAI*, on trouvera *AI* de 38730 toises. Maintenant dans le Triangle rectangle *AZI* dont le côté *AI* est connu aussi-bien que les angles *ZAI* de 89ᵈ 57′ 18″, & *AIZ* de 2′ 42″, on trouvera *IZ* de 38730 toises, qui par la proprieté de la parabole est égal au double de *AH* qui est par consequent de

19365 toises; & dans le Triangle *CAH* dont les côtés *CA*, *AH* sont connus, & l'angle compris *CAH* de 100^{d} 0′, on aura l'angle *AHC* de refraction de 79^{d} 39′ 59″, de même que ci-dessus, faisant ensuite comme le sinus de l'angle *ABC* est au sinus de l'angle *LBS*, ainsi le sinus de l'angle *AHC* est à un quatriéme sinus, on aura le sinus de l'angle *THI* de 79^{d} 45′ 23″, dont retranchant l'angle *THD* de 79^{d} 39′ 59″, reste l'angle *DHI* de 5′ 24″ qui represente la refraction qui convient à la hauteur apparente de 10 degrés, telle qu'on l'a déterminée par les deux hypotheses précedentes.

Il paroît par-là que ces trois methodes s'accordent ensemble à donner la hauteur de la surface refractive & la grandeur des refractions, sans aucune difference sensible, & qu'ainsi on peut, pour calculer les refractions, se servir également de l'hypothese circulaire dont le calcul est plus court & moins embarassant. Suivant la methode que l'on a indiquée, supposant la refraction horizontale de 32′ 20″; on trouvera celle qui convient à la hauteur de 0^{d} 30′ de 28′ 1″, plus petite de 3′ 2″ que celle qui resulte de l'hypothese rectiligne; à la hauteur d'un degré de 24′ 19″ plus petite de 3′ 38″ que suivant l'hypothese rectiligne; à la hauteur de 1^{d} 30′ de 21′ 14″, plus petite de 3′ 8″ que suivant l'hypothese rectiligne, & ainsi de suite comme on l'a marqué dans la Table ci jointe, où l'on verra que suivant la nouvelle hypothese les refractions qui conviennent à chaque minute de hauteur sur l'horizon sont plus petites que celles qui resultent de l'hypothese rectiligne, que vers la hauteur d'un degré, la difference entre les refractions tirées de ces deux hypotheses est de 3′ 37″ la plus grande qui soit possible, que les differences entre les refractions calculées pour la même hauteur par les deux methodes diminuent ensuite à mesure qu'on s'éloigne de l'horizon jusqu'à la hauteur de 15 degrés où les deux hypotheses donnent la même refraction, après quoi elle est

ſenſiblement la même, ſoit que le rayon en traverſant l'Atmoſphere décrive une ligne droite, ſoit qu'il décrive une ligne circulaire ou parabolique.

Il eſt donc manifeſte que ces deux hypotheſes donnent un ordre different de refraction ſuivant les divers degrés de hauteur, & que celle qui eſt la plus conforme aux Obſervations doit être preferée à l'autre, c'eſt ce que nous allons examiner preſentement.

Pour dreſſer les Tables de refractions, nous avons ſuppoſé la refraction horizontale de 32′ 20″, conforme à celle qui eſt marquée dans la Connoiſſance des Temps, & à peu-près de même que celle qui a été établie par la plûpart des Aſtronomes modernes. Cependant dans le grand nombre d'Obſervations que nous avons faites pour la déterminer, nous n'en avons trouvé que très-peu où elle ſe ſoit trouvée de cette hauteur. L'air près de l'horiſon eſt pour l'ordinaire chargé de vapeurs qui augmentent la quantité des refractions, ſelon que ces vapeurs ſont plus ou moins condenſées, ce que l'on remarque principalement dans la ſaiſon de l'Hiver.

Au mois de Janvier 1711, m'étant apperçu que le Soleil s'étoit levé quelques minutes pluſtôt qu'il ne le devoit être ſuivant la Connoiſſance des Temps, je voulus en ſçavoir la cauſe, & le 11 du même mois, l'horiſon étant ſerein, je trouvai la refraction du bord ſuperieur du Soleil à ſon lever de 49′ 48″. La hauteur du bord ſuperieur du Soleil qui raſoit l'horiſon étoit alors de 3′ 5″, qui ſuivant la Table donne la refraction de 32′ 18″, plus petite de 17′ 30″ que celle qui avoit été déterminée par l'Obſervation. Je continuai d'obſerver le lever du Soleil, lorſque le Ciel étoit ſerein à l'horiſon, & je trouvai que la refraction étoit plus grande que ſuivant la Table le 30 Janvier de 7′ 28″, le 31 de 6′ 56″, & le 7 Fevrier de 8′ 23″, ce que j'attribuai aux vapeurs épaiſſes dont l'horiſon eſt chargé en Hiver.

Au mois de Decembre de l'année 1712, j'obſervai aſſiduëment le lever & le coucher du Soleil vers le Solſtice d'Hiver, lorſque le Ciel étoit ſerein à l'horizon, dans le deſſein d'examiner ſi l'on pourroit trouver quelque regle conſtante de ces refractions. J'obſervai auſſi le Soleil à diverſes hauteurs pour connoître la proportion avec laquelle les refractions diminuënt à meſure que les Aſtres s'élevent ſur l'horizon.

Je trouvai le 1 Decembre à la hauteur de 16′ 50″, la refraction de 41′ 7″, plus grande de 9′ 13″ que ſuivant la Table. Elle étoit à la hauteur de 41′, de 32′ 9″, plus grande de 2′ 7″ que ſuivant la Table, à la hauteur de 1^d 1′, de 28′ 17″, plus grande ſeulement de 27 ſecondes que ſuivant la Table, & à la hauteur de 2^d 1′ de 20′ 49″, plus petite de 11 ſecondes que ſuivant la Table, au lieu qu'elle auroit dû être plus grande, ce qui me ſurprit & que j'aurois attribué à quelque erreur dans mes Obſervations, ſi je n'avois apperçû de ſemblables differences dans celles que je fis les jours ſuivants.

Je trouvai à la hauteur de 3^d 1′ la refraction à peu-près de même que ſuivant la Table, après quoi les refractions obſervées juſqu'à la hauteur de 12 degrés furent plus grandes que les calculées d'une minute & quelques ſecondes.

J'obſervai auſſi le 7 Decembre le lever du Soleil, & ayant trouvé à la hauteur de 4′ 20″, la refraction de 37′ 36″, plus grande de 5′ 8″, que ſuivant la Table, elle fut à la hauteur de 1^d 1′ de 26′ 49″, plus petite de 1′ 1″, élever davantage que ſuivant la Table, à la hauteur de 2^d 1′, plus petite de 40 ſecondes, à la hauteur de 3^d 1′, plus petite de 10 ſecondes, enſuite de quoi elle devint plus grande, l'ayant trouvée à la hauteur de 4^d 1′, plus grande de 26 ſecondes, & à la hauteur de 13^d 1′ plus grande de 1′ 24″, que ſuivant la Table.

Dans le grand nombre d'Obſervations que je fis dans la ſuite juſqu'au 1. Fevrier 1713, & qu'il ſeroit trop long

de rapporter, je trouvai que la plus grande refraction horizontale étoit arrivée le 19 Decembre 1712, ayant observé ce jour-là à la hauteur de 2′ 40″, la refraction de 51′ 4″, plus grande de 18′ 46″, que suivant la Table. Elle fut trouvée à la hauteur de 31′, plus grande de 5′ 12″, & élever à la hauteur de 1ᵈ 1′, plus grande de 4′ 46″; mais à la hauteur de 1ᵈ 31′ elle étoit plus grande seulement de 8 secondes, après quoi elle augmenta peu à peu jusqu'à la hauteur de 4ᵈ 1′ qu'elle étoit, plus grande que suivant la Table d'environ une minute.

Il seroit trop long de rapporter ici toutes les autres Observations que j'ai faites. Il suffira de remarquer qu'ayant toujours trouvé la refraction horizontale en Hiver plus grande de quelques minutes qu'on ne la suppose ordinairement, elle a été observée à la hauteur d'un ou de deux degrés plus petite que suivant la Table, & qu'ensuite elle a augmenté; ce qui montre que la progression de refractions marquée dans la Table n'est pas entierement conforme aux observations. Mais cela paroîtra encore plus évidemment par les Observations qui ont été faites dans la suite, où l'air étant moins chargé de vapeurs, la refraction horizontale a été trouvée plus petite.

Le 7 Fevrier 1713, le Ciel étant serein à l'horizon, je trouvai le matin à la hauteur de 4′ 50″ la refraction de 36′ 0″, plus grande seulement de 3′ 42″, que suivant la Table. Mais à la hauteur de 21′, la refraction fut trouvée de 31′ 6″ plus petite de 34 secondes que suivant la Table, ce que l'on continua d'observer, l'ayant trouvée à la hauteur de 41′, plus petite de 1′ 26″, à la hauteur de 1ᵈ 1′, plus petite de 2′ 38″ à la hauteur de 2ᵈ 1′ plus petite de 2′ 1″, à la hauteur de 3ᵈ 1′, plus petite de 1′ 6″, à la hauteur de 4ᵈ 1′, plus petite de 28″, & à la hauteur de 5ᵈ 1′ plus petite de 30″ que suivant la Table.

Il paroît par ces Observations que quoique la refraction horizontale fût plus grande de 3 minutes & demie que celle qui est supposée dans la Table; Toutes celles qui

qui ont été observées dans la suite jusqu'à la hauteur de 5 degrés, ont été au contraire trouvées plus petites, & cela suivant une proportion differente de celle qui est marquée dans la Table, puisqu'à la hauteur de 21′, la difference n'étoit que de 34″, à peu prés de même qu'à la hauteur de 5ᵈ 1′, au lieu qu'à la hauteur de 1ᵈ 1′, il y avoit une difference de 2′ 38″, qui est certainement trop grande pour qu'on puisse l'attribuer à quelques erreurs dans les Observations.

Mais ce qu'il y a de remarquable est que les refractions observées s'accordent beaucoup plus exactement à la nouvelle Table calculée suivant l'hypothese circulaire; puisqu'à la hauteur de 1ᵈ 1′ il n'y a qu'une difference de 59 secondes, à la hauteur de 2ᵈ 1′ de 24 secondes, à la hauteur de 3ᵈ 1′, de 15″, à la hauteur de 4ᵈ 1′, de 18″, & à la hauteur de 5ᵈ 1′ de 3 secondes.

Le 24 Fevrier au lever du Soleil la refraction à la hauteur de 0ᵈ 5′ 0″ fut trouvée de 43′ 54″ plus grande de 11′ 36″ que suivant la Table ancienne. Cependant à la hauteur de 31′ elle n'étoit que de 30′ 57″ plus grande seulement de 3 secondes que celle qui est marquée dans la Table, ce qui montre que les vapeurs qui étoient vers l'horizon ne s'étendoient pas à une grande hauteur. En effet on observa à la hauteur de 1ᵈ 1′ la refraction de 24′ 39″, plus petite de 3′ 11″ que suivant la Table, à la hauteur de 1″ 31′, plus petite de 2′ 31″, à la hauteur de 2ᵈ 1′, plus petite de 1′ 55″, à la hauteur de 2ᵈ 31′, plus petite de 1′ 30″, & à la hauteur de 4ᵈ 1′, plus petite seulement de 24 secondes que suivant la Table. D'où l'on voit que la refraction horizontale qui excedoit de 11′ 36″ celle que l'on suppose ordinairement étoit tout au contraire à la hauteur de 1ᵈ 1′, plus petite de 3′ 11″ que suivant la Table, & ainsi de suite, suivant la proportion qui a été remarquée dans les Observations précedentes, au lieu que selon la nouvelle regle, la refraction calculée ne differoit de l'observée à la hauteur de 1ᵈ 1′ que

de 26 secondes, à la hauteur de $1^d\ 31'$ de 36 secondes, à la hauteur de $2^d\ 1'$ de 29 secondes, à la hauteur de $3^d\ 1'$ de 9 secondes, & à la hauteur de $4^d\ 1'$ de 24 secondes, ce qui s'accorde beaucoup mieux aux Observations.

Le 13 Juin après midi, le bord inferieur du Soleil touchant l'horizon qui étoit à la hauteur de $6'\ 30''$, je trouvai la refraction de $32'\ 0''$ plus petite de 16 secondes qu'elle n'est marquée dans la Table, & le bord superieur du Soleil touchant l'horizon, je trouvai à la même hauteur la refraction de $34'\ 46''$, plus grande de $2'\ 46''$ qu'elle n'avoit été observée auparavant, ce qui étoit l'effet des vapeurs qui s'étoient condensées, pendant que le Soleil se cachoit sous l'horizon.

Le 18 Juin au coucher du Soleil, je trouvai aussi à la hauteur de $6'\ 15''$ la refraction du bord inferieur du Soleil de $32'\ 5''$, à peu près de même que le 13 Juin, & celle du bord superieur de $33'\ 42''$. Elle étoit de $24'\ 28''$ à la hauteur de $1^d\ 1'$, à 15 secondes près de celle qui resulte de la nouvelle hypothese & éloignée de $3'\ 22''$ de l'ancienne. On l'observa aussi à la hauteur de $1^d\ 30'\ 30''$ de $21'\ 39''$, plus grande seulement de 28 secondes que suivant la nouvelle hypothese, & éloignée de $2'\ 20''$ de l'ancienne, ce qui fait voir que lorsque l'air est peu chargé de vapeurs, les refractions observées suivent assez exactement celles qui resultent de l'hypothese circulaire.

Le 24 Aoust après midi, le bord superieur du Soleil touchant l'horizon qui étoit à la hauteur de $8'\ 50''$, je trouvai la refraction de $32'\ 39''$, plus grande de 27 secondes que celle qui resulte de la Table. Mais à la hauteur de $0^d\ 31'$ elle fut trouvée de $27'\ 0''$, plus petite de 53 secondes que suivant la nouvelle hypothese, & de $3'\ 57''$ que suivant l'ancienne; A la hauteur de $1^d\ 31'$ elle fut observée de $20'\ 2''$, plus petite de $1'\ 7''$ que suivant la nouvelle hypothese, & de $4'\ 14''$ que suivant l'ancienne,

& ainsi de suite jusqu'à la hauteur de $4^d\ 0'$, ensorte que les Observations s'éloignent de l'ancienne hypothese jusqu'à 4 minutes, au lieu qu'elles ne sont écartées de la nouvelle que d'environ une minute qu'on peut attribuer à la refraction, qui suivant toutes les apparences, est plus petite en Eté qu'en Hiver.

Enfin le 18 Septembre près de l'Equinoxe d'Automne le bord superieur du Soleil à son coucher touchant l'horizon qui étoit à la hauteur de $25'$, je trouvai la refraction de $28'\ 41''$, plus petite de 7 secondes que suivant la nouvelle hypothese, & de $2'\ 41''$ que suivant l'ancienne : A la hauteur de $1^d\ 1'$ elle fut observée de $23'\ 31''$, plus petite de 42 secondes que suivant la nouvelle hypothese & de $4'\ 19''$ que suivant l'ancienne, & ainsi de suite jusqu'à la hauteur de $5^d\ 0'$, d'où l'on voit que ces refractions observées ne different que de quelques secondes de celles qui resultent de la nouvelle hypothese, au lieu qu'elles s'éloignent de l'ancienne jusqu'à 4 minutes & quelques secondes.

Il paroît donc, par ce que l'on vient de rapporter, que l'hypothese des rayons curvilignes s'accorde beaucoup mieux aux Observations que celle où l'on suppose que les rayons viennent à nôtre œil par une ligne droite, & qu'ainsi elle doit être preferée pour le calcul des Tables des refractions, dont les meilleures doivent representer les Observations le plus exactement qu'il soit possible. Si dans l'Hiver il se rencontre quelque difference entre les refractions observées & celles qui sont calculées par la nouvelle méthode, on peut aisément l'attribuer aux vapeurs qui sont près de l'horizon, lesquelles causent une refraction beaucoup plus grande en Hiver qu'en Eté, & qui nous procurent l'avantage de voir dans cette Saison le Soleil quelques minutes plus long-temps sur nôtre horison qu'il ne paroîtroit sans leur secours. Mais outre cette cause qui est sujette aux diverses temperatures de l'air, & dont on ne peut point donner de regle certaine; on a quelque sujet

de croire par les Obſervations qu'on a faites juſqu'à pre-ſent, & dont j'ai rapporté ici quelques-unes, que vers l'horiſon les refractions ſont plus grandes en Hiver qu'en Eté, & qu'il faut employer des Tables differentes pour avoir la hauteur des Etoiles dans ces differentes Saiſons. C'eſt de quoi j'ai deſſein de m'aſſurer par les Obſervations que je ferai dans la ſuite, & dont je rendrai compte à l'Academie auſſi-tôt que j'en aurai un aſſez grand nombre pour établir deſſus quelque regle certaine.

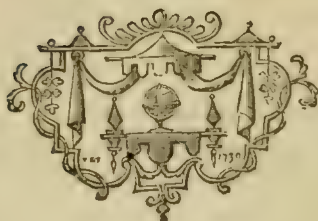


Fig. 2.

Fig. 4.

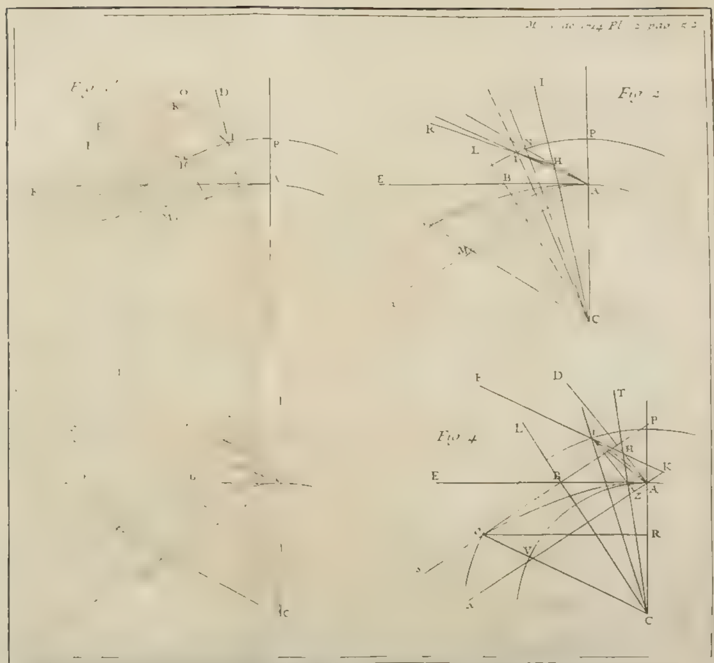


Fig. 2
Fig. 4

Table des Refractions ſuivant l'Ancienne & la Nouvelle Hypotheſe juſques à la hauteur de trente Degrés.

Hauteur ſur l'Horizon. *Degrès.*	Refraction ſuivant l'Hypotheſe rectiligne. *M.*	*S.*	Refraction ſuivant l'Hypotheſe nouvelle. *M.*	*S.*	Hauteur ſur l'Horizon. *D.*	*M.*	Refraction ſuivant l'Hypotheſe rectiligne. *M.*	*S.*	Refraction ſuivant l'Hypotheſe nouvelle. *M.*	*S.*	Hauteur ſur l'Horizon. *Minutes.*	Refraction ſuivant l'Hypotheſe rectiligne. *M.*	*S.*	Refraction ſuivant l'Hypotheſe nouvelle. *M.*	*S.*	Hauteur ſur l'Horizon. *Minutes.*	Refraction ſuivant l'Hypotheſe rectiligne. *M.*	*S.*	Refraction ſuivant l'Hypotheſe nouvelle. *M.*	*S.*
0	32	20	32	20	1	0	27	56	24	19	0 0	32	20	32	20	30	31	3	28	1
1	27	56	24	19		10	26	45	23	13	1	32	20	32	9	31	30	57	27	53
2	21	6	18	40		20	25	37	22	12	2	32	19	32	0	32	30	52	27	45
3	16	8	14	46		30	24	22	21	14	3	32	18	31	52	33	30	46	27	37
4	12	49	12	2		40	23	14	20	21	4	32	18	31	43	34	30	41	27	29
5	10	33	10	6		50	22	8	19	28	5	32	18	31	33	35	30	35	27	21
6	8	55	8	38	2	0	21	6	18	40	6	32	16	31	24	36	30	30	27	12
7	7	44	7	32		10	20	8	17	56	7	32	15	31	14	37	30	24	27	5
8	6	48	6	40		20	19	13	17	13	8	32	14	31	5	38	30	19	26	57
9	6	4	5	57		30	18	22	16	32	9	32	12	30	56	39	30	13	26	49
10	5	28	5	23		40	17	34	15	55	10	32	10	30	47	40	30	8	26	42
11	4	58	4	55		50	16	49	15	19	11	32	9	30	38	41	30	2	26	34
12	4	33	4	31	3	0	16	8	14	46	12	32	7	30	30	42	29	56	26	27
13	4	12	4	10		10	15	29	14	15	13	32	4	30	21	43	29	50	26	19
14	3	54	3	52		20	14	53	13	45	14	32	2	30	13	44	29	44	26	12
15	3	36	3	56		30	14	19	13	17	15	32	0	30	4	45	29	37	26	4
16	3	24	3	22		40	13	47	12	50	16	31	57	29	55	46	29	31	25	57
17	3	11	3	10		50	13	17	12	25	17	31	54	29	47	47	29	25	25	50
18	3	0	2	59	4	0	12	49	12	2	18	31	50	29	39	48	29	19	25	43
19	2	49	2	49		10	12	23	11	40	19	31	47	29	30	49	29	12	25	36
20	2	39	2	39		20	11	58	11	19	20	31	44	29	22	50	29	5	25	29
21	2	31	2	32		30	11	35	10	59	21	31	40	29	14	51	28	58	25	22
22	2	25	2	25		40	11	13	10	40	22	31	36	29	5	52	28	51	25	15
23	2	18	2	18		50	10	52	10	22	23	31	33	28	57	53	28	45	25	8
24	2	12	2	12	5	0	10	33	10	6	24	31	29	28	49	54	28	38	25	1
25	2	6	2	6		10	10	15	9	50	25	31	25	28	41	55	28	32	24	54
26	2	0	2	0		20	9	58	9	34	26	31	21	28	33	56	28	25	24	47
27	1	55	1	55		30	9	42	9	19	27	31	16	28	25	57	28	18	24	40
28	1	51	1	51		40	9	25	9	5	28	31	11	28	19	58	28	11	24	33
29	1	46	1	46		50	9	10	8	51	29	31	7	28	9	59	28	4	24	26
30	1	42	1	42	6	0	8	55	8	38	30	31	3	28	1	60	27	57	24	19

EXPERIENCES.

Pour sçavoir si le Papier & quelques autres corps sont capables d'arrêter l'Air & l'Eau ; & si quand ils arrêtent l'un de ces liquides, ils arrêtent l'autre.

Par M. de REAUMUR.

L'AIR & l'Eau se mêlants presque par-tout, pour rendre raison d'une infinité de faits physiques, nous au- 10. Mars 1714.
rions besoin de sçavoir lequel de ces deux liquides est composé de parties plus grossieres; c'est dequoi nos yeux ne sçauroient nous instruire immediatement : il ne paroît pas même aisé de faire des experiences propres à nous en éclaircir. La plûpart des Physiciens croyent cependant les parties de l'Air plus grossieres que celles de l'Eau. Ils en apportent pour preuve que l'Eau passe au travers du Papier, & que l'Air n'y passe point. Quand ce fait seroit certain, je ne sçais si la consequence qu'on en tire le seroit. L'Eau moüille le Papier, elle le détrempe, si elle le traverse, ce peut donc être parce qu'elle s'est ouverte des routes, ou parce qu'elle a agrandi celles qui étoient ouvertes; en chemin faisant elle écarte les parties du Papier les unes des autres. Ce qui semble le prouver évidemment, c'est que le Papier moüillé est plus long que le Papier sec, & assez considerablement. J'ai mesuré des bandes de Papier. Séches elles n'avoient qu'onze lignes, moüillées elles en avoient plus de treize : l'Eau les avoit donc alongées de prés d'un $\frac{1}{6}^{e}$; d'où il suit que leurs parties étoient separées d'un $\frac{1}{6}^{e}$ de plus qu'auparavant; car on ne croira pas que l'épaisseur du Papier avoit perdu ce que sa longueur avoit gagné.

Mais il y a plus. Est-ce un fait bien constant que l'Air ne puisse passer au travers du Papier ? Je ne sçache point

que pour le prouver on ait tenté des Experiences ſur leſquelles on puiſſe compter; il n'y en a eu qu'une fort groſſiere, qui paroît néanmoins avoir fait prendre parti pour la tenuité des parties de l'Eau. On a vû qu'on bouchoit certains trous avec le papier, de telle ſorte que le vent ou qu'un courant d'air ſenſible au toucher n'y trouvoit plus paſſage. Le même Papier n'étoit pas capable d'arrêter l'Eau : de-là on a cru être en droit de conclure que les parties du premier liquide ſont plus groſſieres que celles du ſecond. Il n'eſt pas aiſé, comme je l'ai déja dit, de faire des Experiences déciſives ſur cette queſtion ; mais il eſt aiſé de faire voir qu'on n'a pas dû s'en fier à l'experience précédente. Quand nous ne pouvons pas ſeurement découvrir le vrai, il eſt bon au moins de faire voir l'incertitude des raiſons, qui ſemblent nous engager à prendre parti.

Nous n'avons point en Phyſique de fait dont la cauſe ſoit mieux connuë, que celle qui ſoutient le Vif-Argent dans les Tuyaux des Barometres. Il n'eſt point de Phyſicien qui ne l'attribuë à la peſanteur de l'Air extérieur. Le Tuyau qui contient le Mercure étant bouché hermetiquement par un de ſes bouts, la colonne de l'Air qui répond au Tuyau ne peut pas s'appuyer ſur le Mercure qui répond au-dedans du Tuyau. C'eſt le bout ſcellé qui la ſoutient. Pour ſçavoir ſi un Tuyau eſt ſcellé hermetiquement, ou au moins pour ſçavoir ſi un Tuyau eſt bouché de façon que l'Air n'y puiſſe entrer, il ne s'agit donc que de remplir un Tuyau en partie de Mercure ou d'une autre liqueur, & de renverſer enſuite ce Tuyau dans un vaſe plein d'une liqueur ſemblable à celle qu'on a mis dans le Tuyau ; ſi la liqueur du Tuyau ſe met de niveau avec la liqueur du vaſe, il eſt évident que l'extremité du Tuyau n'eſt pas bouchée aſſez exactement pour fermer le paſſage à l'Air. Si au contraire la liqueur ſe tient dans le Tuyau à une hauteur notable au-deſſus de la ſurface de la liqueur du vaſe, c'eſt une preuve que l'Air ne trouve point de paſſage pour s'inſinuer dans le Tuyau.

Sur

Sur ce principe rien n'eſt plus facile que de découvrir ſi l'Air peut paſſer au travers d'un Corps en vertu de la preſſion de l'Atmoſphere, ou en vertu d'une preſſion auſſi petite que l'on voudra. Entre differentes manieres dont cela peut s'executer, voici comment je m'y ſuis pris. Pour ſçavoir ſi l'Air peut paſſer au travers du Papier, je me ſuis ſervi d'abord d'un tuyau de verre de 38 pouces de longueur, & de cinq lignes de diametre, dont les deux bouts étoient ouverts, j'ai coupé un petit cercle de Papier, que j'ai poſé ſur un des bouts du tuyau. Pour coller ce Papier ſur le bout du tuyau, de façon qu'il ne reſtât d'entrée à l'Air qu'au travers du Papier, je me ſuis ſervi d'un mélange de Cire & de Poix Reſine. Qu'on ne craigne pas par avance, que l'Air trouvât un chemin dans le tuyau au travers de cette compoſition, ou entre cette compoſition & le Papier. J'avois éprouvé que lorſque le bout du tuyau étoit bouché avec ce mélange, que le Mercure ſe ſoutenoit dans le tuyau. Et des experiences que je rapporterai dans la ſuite, feront aſſés voir que l'Air ne pouvoit trouver de chemin entre cette matiere & le Papier. Ayant donc recouvert de cette compoſition toute la partie du Papier qui entouroit les bords du Tuyau, & en ayant appliqué tout au tour du Tuyau juſqu'à environ à un pouce & demi de diſtance de ſon bout, afin que l'Air ne pût pas ſe gliſſer par deſſous le Papier. Je fis entrer dans le Tuyau aſſés de Mercure pour occuper ſa capacité dans une longueur de 15. à 16. pouces. Je le renverſai à la maniere ordinaire, le Mercure décendit ſubitement, juſqu'à ce qu'il fût à la hauteur où il devoit demeurer, étant pouſſé par l'Air rarefié qui étoit reſté dans le Tuyau. Mais il ne reſta pas long-tems à cette hauteur, il commença bien-tôt à décendre, & décendit juſqu'à ce qu'il ſe trouvaſt à peu prés au niveau du Mercure qui étoit dans le Vaſe.

Au reſte, j'ai repeté cette Experience plus de 20 fois, & avec pluſieurs Papiers differens; tantôt je me ſuis ſervi

de Papier mince, & tantôt de Papier épais. Dans ce dernier genre, j'ai employé du plus fort, même de celui qui est si connu des Graveurs, sous le nom de Papier du Nom de Jesus; au travers de tous ces Papiers, l'Air s'est toûjours insinué dans le Tuyau, mais ordinairement moins vîte au travers des Papiers épais, qu'au travers des Papiers fins.

Il suit donc de ces Experiences, que l'Air pressé par une force moindre que celle du poids de l'Atmosphere, peut traverser les especes de Papiers dont nous nous servons, & que quelque petite même que soit la pression, qu'elle suffit, puisque l'Air entre jusqu'à ce que le Mercure devienne de niveau. Mais il est à remarquer que le Mercure décend bien moins vîte, ou ce qui est la même chose, qu'il entre à chaque instant moins d'Air dans le Tuyau, lorsque la pression devient plus foible: à mesure que la quantité du Mercure devient plus petite, celui qui est resté décend plus lentement. Aussi est-il visible que moins il y a de Mercure dans le Tuyau, moins la force de l'Air exterieur surpasse celle de l'Air du Tuyau; la quantité de ce dernier augmentant continuellement, il devient plus en état de resister à l'Air exterieur. En un mot l'excés de la force de l'Air exterieur, sur celle de l'Air interieur, n'est qu'à peu prés égale à la quantité de Mercure qui est restée dans le Tuyau.

De ce que l'Air décend plus lentement, lorsqu'il y a moins de Mercure dans le Tuyau, il paroît que l'Air trouve de la resistance à traverser le Papier, & que c'est une resistance qu'il surpasse d'autant moins vîte, qu'il est poussé par une moindre force.

J'ai voulu voir si l'Air avoit plus ou moins de facilité à traverser le Papier moüillé, ou le Papier sec, car il me paroissoit qu'il y avoit raison pour & contre. Mais l'experience m'a appris que l'Air qui passe au travers du Papier sec, ne passe point sensiblement au travers du Papier moüillé. Aussi-tôt que je moüillois le Papier, qui

couvroit le bout du Tuyau, le mouvement du Mercure s'arrêtoit, il cessoit de décendre : le passage étoit donc bouché à l'Air, & quelque legerement que je moüillasse le Papier, c'en étoit assés, le Mercure ne recommençoit à décendre que lorsque le Papier commençoit à se seicher.

On n'avoit pas besoin de cette Experience pour rendre raison de l'usage qu'ont les Matelots de moüiller leurs voiles, lorsqu'ils veulent aller plus vîte. Elle sert pourtant à faire voir que les voiles moüillés doivent encore arrêter plus l'Air qu'on ne se le seroit imaginé. J'ai fait une Experience qui le fait encore mieux connoître. Je bouchai le bout du Tuyau avec une toile serrée, & tout au tour j'élevai un petit rebord, fait de ma composition de cire & de poix. Ce rebord formoit une espece de petit Vase dans lequel je metois de l'Eau, qui surnageoit la toile de quelques lignes. Tant qu'il y avoit de l'Eau dans ce petit vase, le Mercure ne décendoit point sensiblement. L'Eau étoit-elle entrée dans le Tuyau, ce que le sifflement, qu'on entendoit faire à l'Air, apprenoit avant que les yeux le pussent découvrir; aussi-tôt le Mercure décendoit, en jettant de l'Eau sur l'extremité du Vase, on arrêtoit le mouvement sensible du Mercure.

Mais il y a une maniere durable de rendre le Papier impenetrable à l'Air, c'est de le frotter d'huile. Le bout du Tuyau étant bouché de papier huilé, le Mercure s'y soutient.

M'étant servi au-lieu de Papier, de vieux Parchemin, j'ai trouvé que l'Air passa assés librement au travers. Mais aussi-tôt qu'il étoit moüillé, l'Air cessoit de le pénetrer. J'ai essaïé une autre espece de peau, que l'on regarde comme assés impenetrable à l'Air, c'est de la vescie de Cochon. J'ai trouvé effectivement qu'il est rare que l'Air la penetre, sur-tout, lorsque la surface interieure de la vescie est mise en dehors du Tuyau. J'ai pourtant vû divers cas, où l'Air passoit au travers, quoi-qu'elle fût mise dans ce sens. Mais il y en passoit si peu à la fois, que le Mercure décendoit

avec une lenteur égale à celle d'une éguille d'Horloge, surtout lorsqu'on avoit mis peu de Mercure dans le Tuyau J'en rapporterai un exemple. Il suffira pour donner idée de la lenteur avec laquelle l'Air s'insinüoit dans le Tuyau. Ce qui donna lieu à cette Experience, c'est celle que je vais rapporter. J'avois bouché le bout d'un Tuyau de 20. pouces de longueur & de trois lignes de diametre avec de la vescie de Cochon. J'avois mis ensuite du Mercure dans ce Tuyau, après-quoi je l'avois renversé, le Mercure parût s'y soûtenir ; mais au bout de quatre à cinq heures, je trouvai le Tuyau vuide. Pour repeter la même Experience, je mis de nouveau du Mercure dans mon Tuyau, & je le renversai, le Mercure parût s'y soûtenir à 4. pouces 7. lignes. Une heure aprés j'examinai le même Tuyau, il n'y restoit qu'un pouce trois lignes de Mercure, par consequent dans une heure il en étoit décendu 3. pouces 4. lignes, au bout de l'heure suivante le Mercure n'avoit plus que 7 lignes de hauteur. Dans cette derniere heure, il n'étoit donc décendu que de 8. lignes, après une autre heure il n'y avoit que 3. lignes de Mercure ; dans celle-ci, il n'étoit donc décendu que de 4. lignes, & enfin après une quatriéme heure, il n'y en restoit qu'une ligne & demie, de sorte que dans la premiere heure, le Mercure avoit parcouru en décendant 3 pouces 4 lignes, dans la deuxiéme 8 lignes, dans la troisiéme 4 lignes, dans la quatriéme une ligne & demie.

Il paroît par la lenteur avec laquelle l'Air entre dans les Tuyaux bouchés par de la vescie de Cochon, que l'on pourroit faire des Horloges à Air, comme on fait des Horloges à Sable & à Eau, à la verité ces nouveaux Horloges auroient plusieurs inconveniens des Anciens, & en auroient peut-être encore de particuliers.

Il m'est pourtant arrivé diverses fois, & même le plus souvent de boucher l'extrêmité du Tuyau avec de la vescie de Cochon, de telle sorte que l'Air ne pouvoit s'y insinuër. Cela me donna occasion de tenter une Experience, qui me

paroiſſoit propre à décider, s'il y a des corps que l'Eau traverſe, & que l'Air ne puiſſe traverſer. On ſçait que l'Eau paſſe de dehors en dedans d'une veſcie, quoi-qu'elle ne puiſſe paſſer de dedans en dehors, elle a des routes dans le premier ſens; au lieu qu'elle n'en a pas dans le ſecond. Fondé ſur cette Experience, je voulus ſçavoir ſi l'Eau n'entreroit point dans le Tuyau dans des circonſtances où l'Air n'y pouvoit entrer. Pour cela je bouchai le bout d'un Tuyau avec de la veſcie, dont la ſurface exterieure étoit en dehors. Avec mon mêlange de Cire & de Poix, je fis un rebord au tour de ce bout de Tuyau, ce qui formoit un petit Vaſe dont la veſcie faiſoit le fond. Je mis du Mercure dedans ce Tuyau, je le renverſai, le Mercure s'y ſoûtint environ à 18 pouces, & s'y ſoûtint ſtablement, comme je le vis en comparant ce Tuyau au Barometre & au Thermometre, de ſorte que j'étois sûr que l'Air exterieur n'avoit aucune communication avec le Mercure du Tuyau. Je remplis alors d'Eau le petit Vaſe que j'avois formé au bout du Tuyau, l'Eau s'inſinüa au travers de la veſcie, elle tomba ſur le Mercure, quoi-qu'aſſés lentement. Au bout de quelques heures, il y avoit 11 lignes d'Eau au-deſſus du Vif-argent. De-là il ſuit que l'Air & l'Eau étant pouſſés par une même force, que ce dernier liquide peut, dans quelques circonſtances, paſſer par des endroits par où l'Air ne peut paſſer. Ce qui déja peut-être d'uſage, dans l'explication de divers faits.

Mais ſi l'Eau paſſe par des endroits par où l'Air ne paſſoit point, s'en ſuit-il que les parties de l'Air ſoient plus groſſes que celles de l'Eau? ou n'eſt-ce point que les parties de l'Eau étant plus maſſives, qu'elles s'ouvrent des paſſages qui reſiſtoient à l'Air. Une remarque que nous allons rapporter rendra cette derniere raiſon la plus vrai-ſemblable, puiſqu'elle fera voir que dès-lors que l'Eau traverſoit la Veſcie, que l'Air mêlé avec l'Eau la traverſoit auſſi.

Après avoir obſervé que l'Eau étoit entrée dans mon

Tuyau juſques à une certaine hauteur, j'obſervai que le Mercure étoit beaucoup plus décendu qu'il n'eut fait ſi la ſeule introduction de l'Eau l'eut obligé à décendre. Il étoit aiſé de calculer de combien devoit décendre le Mercure, ſoit à cauſe de l'augmentation de la charge de l'Eau, ſoit à cauſe de l'eſpace que l'Eau occupoit dans le Tuyau; & cela en ſuivant la regle de Mr. Mariotte plus exacte qu'il n'étoit neceſſaire dans la circonſtance dont il s'agiſſoit. Il ſeroit inutile de rapporter la maniere de faire ces calculs; c'eſt une choſe connuë: je ne rapporterai pas même les differentes augmentations d'Air que je trouvai dans mes Tuyaux à meſure qu'il s'étoit inſinué plus d'Eau, & cela parce que je n'ai point trouvé de progreſſion reglée; tout ce que je puis dire pour reſultat de mes Experiences, c'eſt qu'à meſure que la quantité d'Eau augmentoit dans le Tuyau que j'ai trouvé auſſi pour l'ordinaire, que la quantité d'Air y augmentoit.

Pour donner quelque idée de ce qui ſe gliſſoit d'Air avec l'Eau dans certaines circonſtances, je rapporterai l'Experience ſuivante. Aprés avoir rempli de Mercure aſſés pur un Tuyau de 42. pouces de longueur, je le renverſai à la maniere ordinaire; renverſé il y avoit 27. pouces & demi au-deſſus de la ſurface du Mercure du vaſe. Le Mercure du Tuyau ſe ſoûtint à peu-près à la hauteur où il ſe devoit ſoûtenir, comme je le vis en le comparant à un Barometre. J'étois donc ſûr qu'il n'y avoit pas une quantité d'Air au moins ſenſible dans ce Tuyau; ſon bout étoit bouché avec de la veſcie de Cochon comme dans les Experiences précédentes, & autour de cette veſcie il y avoit ce rebord de cire dont nous avons parlé, qui, comme les parois d'un vaſe, contenoit de l'Eau. L'Eau s'inſinua au travers de la veſcie, mais avec une extreme lenteur. Pendant neuf jours entiers il n'en entra dans le Tuyau que 23. pouces; mais il me fût aiſé de voir qu'elle n'y entroit pas ſeule. Le Mercure décendoit trop à proportion de la hauteur de l'Eau. Lorſqu'il y en eut 23. pouces, je bouchai avec

le doigt le bout qui étoit plongé dans le Mercure, & le tenant toûjours bouché, je renversai le Tuyau de maniere que le bout qui étoit auparavant en haut se trouva en bas. Alors je vis monter vers mon doigt l'Air qui étoit proche de la vescie. Il formoit une grosse bulle, si pourtant on peut appeller bulle un cylindre d'Air qui avoit prés de deux pouces de long. Ce cylindre qui occupoit deux pouces dans mon Tuyau, n'auroit pas eu à beaucoup prés ce volume, si sa densité eut été telle que celle de l'Air exterieur. J'en fis le calcul, il étoit aisé à faire, parce que je sçavois la hauteur du Mercure dans le Tuyau, & je trouvai qu'il y avoit environ alors 8. lignes d'Air aussi condense que l'Air exterieur; de sorte que dans cette Experience, avec 23. pouces d'Eau, il s'étoit insinué 8. lignes d'Air, & peut-être y en avoit-il encore de mêlé avec l'Eau.

Au reste, on ne doit pas être embarassé à concilier cette Experience, avec celles que j'ai rapportées d'abord. J'ai dit que j'empêchois l'Air de passer au travers du Papier, lorsque je moüillois ce Papier. J'ai eu soin d'ajoûter que j'arrêtois le mouvement sensible du Mercure, mais il ne s'ensuit pas de-là que l'Air n'entrât alors d'une maniere qui ne pouvoit être apperçûë qu'au bout d'un long-temps.

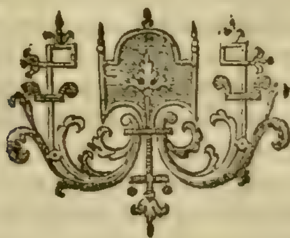
Quoi-que j'aye dit que j'avois mis la surface exterieure de la vescie en dehors; j'ai fait des Experiences où j'ai placé de même sa surface interieure, pour voir si elle ne laisseroit pas passer l'Eau, lorsque l'Eau seroit pressée par le poids de l'Atmosphere ou par un poids beaucoup moindre; car de ce que l'Eau ne passe pas de dedans en dehors de la vescie, lorsque l'Air presse autant contre sa surface exterieure que contre sa surface interieure, il ne me paroissoit pas qu'il s'ensuivit que lorsque la surface exterieure seroit plus pressée que l'interieure, que l'Eau ne pût pas passer dans le sens où elle ne passe pas ordinairement; aussi ai-je trouvé qu'elle passoit dans cette derniere circonstance, lors même qu'il ne restoit pas une hauteur considerable de Mercure dans ce Tuyau.

De-là on voit qu'il peut arriver bien des cas où les membranes de nôtre corps seront traversées par l'Eau, l'Air, ou par quelque autre liquide qui ne les pénétre pas ordinairement; & cela, si par quelque convulsion de ces membranes il reste un espace rempli d'Air beaucoup plus rare que l'Air exterieur.

Si on cesse de mettre de l'Eau sur le bout du Tuyau couvert de vescie lorsque l'Eau s'est insinuée dans le Tuyau, ou qu'elle s'est évaporée, la vescie séche & le Mercure cesse de décendre; ainsi si l'Air passe au travers de la vescie, ce ne peut être que quand il est mêlé avec l'Eau, ou dans le temps que l'Eau tient des passages ouverts.

J'ai rempli de Mercure l'espece de petit vase qui étoit au bout de mon Tuyau, mais le Mercure n'a pas pour cela penetré sensiblement la vescie dans l'espace de 14. ou 15. heures.

Il y auroit bien des conséquences à tirer de ces Experiences, mais pour les tirer plus seurement, il seroit bon de les repeter avec des liqueurs differentes & des corps differents dont on boucheroit le bout du Tuyau.



APPLICATION

APPLICATION DU MICROMETRE A LA LUNETTE DU QUART DE CERCLE ASTRONOMIQUE,

Ce qui donne le moyen d'y faire une division d'une nouvelle espece, beaucoup plus précise & plus facile que la division ordinaire.

Par M. le Chevalier de LOUVILLE.

COMME l'Astronomie moderne doit la meilleure partie de la perfection où elle est aujourd'huy aux instruments dont on se sert presentement, inconnus aux anciens, dont les principaux sont le Quart de Cercle, pour mesurer les angles & les hauteurs que font les Astres tant entr'eux qu'avec l'Horison, & la Pendule d'Observation, pour mesurer exactement le temps, on ne sçauroit rendre un plus grand service à l'Astronomie que d'ajouter à ces deux Instrumens toute la perfection qui leur manque encore, c'est ce qui m'a obligé d'y travailler avec toute l'attention possible, & s'il reste encore quelque chose dans la suite à y faire, j'ose toûjours assurer qu'il en reste peu, & que ces deux Machines sont portées presentement presque à toute la perfection qu'on en puisse attendre. Je ne parlerai ici que de ce que j'ai fait pour le Quart de Cercle.

Il n'y a personne qui, pour peu qu'il ait voulu essayer de diviser lui-même ses Instruments, (chose que je crois être essentielle à un Astronome) n'ait reconnu en peu de temps, non pas la difficulté seulement de diviser juste, mais l'impossibilité qu'il y a de le faire; rien n'est plus surprenant que de voir qu'avec toute la peine que l'on peut

prendre, la meilleure veüë, encore armée de Loupes qui grossissent les objets le plus qu'il est possible ; (car on ne peut pas passer une certaine grosseur, à cause qu'à mesure qu'une Loupe grossit, elle doit être appliquée plus proche; ce qui ne permet guere de les avoir plus petite que d'un pouce de foyer) adjoûtés à cela tant d'habitude qu'il vous plaira, on ne puisse cependant jamais avoir de division où l'on n'apperçoive des erreurs sensibles ; je ne dis pas seulement à la Loupe, mais même à la veüë simple ; ensorte que j'ose bien avancer qu'il n'y a jamais eu de Quart de Cercle, divisé par qui l'on voudra, dans la division duquel je ne trouve quelque fois des inégalités qui iront à plus de 20″ de degré, si ces Instrumens ne passent pas 3. pieds de rayon, & peut-être pourrois-je dire davantage, sans crainte de perdre si j'en faisois le pari. Il n'y a pour s'en convaincre qu'à les mettre à une épreuve infaillible, c'est de prendre un compas à verge dont les pointes soient très-fines & l'ouvrir d'un certain nombre de divisions à discretion, comme de 100. ou de 50. & le porter ainsi tout le long du Limbe, pour voir si chaque centaines ou chaque cinquantaines de divisions sont égales entr'elles, ce qui doit être, si l'Instrument est bien divisé, mais ce qui ne sera cependant jamais, & l'on sera surpris d'y découvrir des inégalités qui sauteront aux yeux ; on en sera sur-tout encore plus étonné, si on l'a divisé soi-même, & que l'on compare la peine extrême qu'on se sera donné pour réüssir, avec le peu de justesse qu'on trouvera dans l'éxécution.

Come j'ai remarqué que la principale cause de cet inconvenient venoit de la maniere dont on tiroit les lignes droites, qui n'est que Mechanique, & n'a rien de l'exactitude Geometrique, car il n'y a point de ligne courbe qu'on ne puisse tracer de la même maniere, dès que l'on aura un Plan dont la circonference sera terminée par la courbure que l'on veut décrire, il sera aussi facile de décrire une ligne qui ait cette même courbure, qu'il est facile de décrire une ligne droite avec une Regle, de sorte qu'il n'y a que le Cercle qui se

décrive exactement; auſſi ſi l'on pouvoit n'employer que des Arcs de Cercle dans la diviſion d'un Inſtrument, on auroit quelque choſe de beaucoup plus précis qu'on ne l'a ordinairement, mais ce n'eſt pas là tout l'inconvenient, il y en a encore pluſieurs autres qu'il eſt neceſſaire d'éviter, ſi l'on veut avoir quelque choſe d'éxact. Ce n'eſt pas qu'on ne pût avoir une Regle droite, on le peut, mais la difficulté eſt de la placer où il faut, pour que la ligne que l'on tire paſſe par le milieu du point, que je ſuppoſe déja bien placé, car cette Regle en cache la moitié; & quand on n'apperçoit qu'une partie d'un point, on ne ſçait ſi cette partie eſt égale à ce qui en eſt caché aux yeux; deſorte que les Ouvriers n'ont d'autre maniere de tirer leurs lignes qu'en tâtant avec le Tracelet s'ils ſentent la reſiſtance que le point déja marqué doit cauſer à ſa pointe, mais pourvû que cette pointe rencontre le trou, ils ſentiront toûjours cette reſiſtance, encore qu'elle ne paſſe pas par le milieu; mais ce n'eſt pas encore là le plus grand inconvenient, quand on vient à tracer la ligne, comme il faut appuyer avec aſſez de force, afin qu'elle ſoit ſuffiſamment enfoncée, pour peu que la main ne ſoit pas dans une ſituation, où la pointe ſoit bien perpendiculaire au Plan ſur lequel on travaille, la ligne entrera de biais dans le Métail & quoi-qu'elle y entrât par l'endroit qu'on auroit ſouhaité, quand on vient à adoucir & à uſer la barbe que le Tracelet a faite, on eſt tout ſurpris de voir que le fonds de la ligne eſt fort loin du point par lequel on s'étoit propoſé de la faire paſſer, c'eſt en cela que les Ouvriers ont beaucoup d'avantages ſur un Mathematicien qui n'eſt pas habitué à diviſer. Mais quand on auroit une diviſion auſſi exacte qu'on le ſouhaiteroit, il reſte un inconvenient très-conſidérable, qui eſt entierement évité par la diviſion que j'ai imaginée, c'eſt l'eſtime, car le cheveu qui porte le plomb, coupe ſi obliquement la Tranſverſale, qu'on ne ſçauroit, je crois, dire qu'à dix ſecondes près, ſur un quart de Cercle de 3. pieds de rayon, où eſt le point de ſection, au lieu que par la nouvelle diviſion, je le juge toûjours à trois ſecondes tout

au plus, comme je l'ai fort souvent experimenté.

Cette division n'est autre chose que des points marqués de dix en dix minutes, le long d'un Cercle; que l'on trace très legerement sur le Limbe, déja poli, avant qu'on commence à diviser, afin qu'on n'ait plus qu'à passer le charbon avec l'eau, pour emporter les barbes des points. Il suffit de faire ces points avec le Compas même, pourvû que les pointes en soient très aiguës & bien trempées, elles s'enfonceront suffisamment pour être apperçûës aisément avec la Loupe en appuyant le Compas d'une force mediocre; on fera ces points d'environ deux fois le diametre du cheveu, ce qui suffit; il faut aussi que les pointes du Compas soient fort rondes, afin que les points soient ronds, ce qui est ici necessaire; afin de juger si ce qui deborde le cheveu d'un côté est exactement égal à ce qui déborde de l'autre, & c'est ce que l'œil sçait faire admirablement, ensorte qu'il est incroyable jusqu'où va la précision de la vûë, à estimer le milieu d'un petit espace, il n'y a que ceux qui l'ont expementé qui puissent le croire.

Il ne faudra pas se contenter de faire ainsi un Cercle de points, il est bon d'en faire plusieurs les uns sous les autres, afin de voir ceux qui se rapportent, & de laisser tous ceux qui s'écarteront à droit & à gauche, comme font les Astronomes quand ils font plusieurs Observations sur un même sujet, ils prennent la moyenne, & rejettent toutes celles qui s'écartent des autres.

Mais avant que de commencer la division, il est bon, & même necessaire, d'avoir trouvé par observation les points de o & de 90. degrés, car si l'on se contente de porter le rayon du Cercle depuis o, jusqu'au point qui doit être celui de 60. degrés, & qu'ensuite on coupe Geometriquement cet Arc en deux, pour en porter la Corde de part & d'autre du 60. degré. J'ose bien asſûrer que ce sera un grand bonheur si l'on y réüssit, cette methode est bonne pour faire la preuve de l'Observation, mais seule, elle n'est pas suffisante. Ainsi, il faudra auparavant trouver le point

de 90. degrés de la division, par la Methode qui suit.

Je suppose qu'on ait déja trouvé, par le renversement du quart de Cercle, le point du Limbe par où doit passer la ligne qui fait avec l'Axe de la Lunette, attaché au quart de Cercle, un Angle de 90 degrés. Ce point est celui qui doit être marqué o. Il y a long-tems qu'on a donné cette Methode, elle est dans les Tables Astronomiques de Monsieur de la Hire, & ailleurs; elle est d'autant plus excellente, qu'elle double l'erreur, & rend sensible par ce moyen une difference qui ne le feroit pas d'elle-même. Mais les Methodes que l'on a données jusqu'à present, pour trouver le point de la division, où doit être marqué 90^{d}, sont si peu exactes & si difficiles à pratiquer, que je ne crois pas que personne pût venir à bout de déterminer ce point, en les employant : c'est ce qui m'a porté à en chercher une autre que voici.

Je suppose que le Quart de Cercle ait une Alidade, qui est une autre Lunette mobile, qui s'attache au Centre de l'Instrument, par le moyen d'un petit Cylindre qui a sa Vis & que l'on serre par le moyen d'un Ecrouë ; au bout de cette Alidade, il y a une plaque de Verre ou de Corne transparente, sur laquelle est tracée du côté qui touche la division une ligne droite fort fine, avec un Diamant, si c'est une plaque de Verre, ou avec un Instrument coupant, si c'est de la Corne, (car le cheveu que quelques-uns y employent ne vaut rien du tout, sans compter qu'il est si sujet à se rompre, qu'il en faut remettre à tout moment) on ajustera la Lunette de l'Alidade, ensorte qu'elle convienne avec celle qui est attachée au quart de Cercle, ce qui se fait en regardant un même objet fort éloigné comme d'une lieuë ou plus, & lorsque les sections des fils qui sont dans les deux Lunettes tomberont sur le même point de l'objet, on arrêtera l'Alidade en cette situation, en l'attachant à l'Instrument, par le moyen d'une Vis qui y doit être, & qui doit serrer le Limbe, & ensuite on fera mouvoir la plaque de Verre, ou de Corne, jusqu'à ce que la

ligne droite, qui est tracée, tombe sur celle qu'on aura marquée dans l'endroit du Limbe, où on aura trouvé par le Compas que doit passer à peu-près la ligne de 90^d. Je dis à peu-près car il n'est pas encore question de précision ; ensuite dequoi on fixera cette plaque de verre à l'Alidade, ensorte qu'elle ne puisse varier, ce qui se doit faire par le moyen de plusieurs vis, qui la doivent serrer dans cette situation.

Toute la difficulté de cette operation consiste à avoir un Centre, ou Cylindre, qui tienne l'Alidade attachée au Centre de l'Instrument, & qui en même tems porte le cheveu par le moyen d'une petite aiguille, comme l'autre Centre. Ce cheveu passe par une coupure ou ouverture qu'on aura faite à la vis pour le laisser passer, cette coupure n'empêche pas que l'Ecrouë ne fasse son effet, il faut seulement prendre garde que le cheveu pende librement & ne touche point à l'Alidade, ce qui est aisé. Voici la maniere de faire cette observation.

On regardera un objet fort éloigné par la Lunette fixe du Quart de Cercle, s'il est possible d'en trouver un qui soit à l'horison, cela en sera plus exact & plus commode, car je suppose qu'on ait déja renversé le Quart de Cercle pour trouver le point de o^d. On dirigera l'Alidade aussi sur cet objet, & on l'attachera à l'Instrument dans cette situation; par ce moyen les Lunettes seront ensemble, & seront horisontales si l'objet est à l'horison, & le filet tombera sur le point o^d. Que si l'on ne peut pas avoir d'objet à l'horison, on marquera un point à l'endroit où battera le cheveu, quand on aura placé les Lunettes sur un objet remarquable, mais le plus proche de l'horison que faire se pourra ; ce qui étant fait, on fera mouvoir l'Instrument avec ses Lunettes ainsi attachées, ensorte qu'il décrive un Quart de Cercle autour de son axe horisontal, & que le point de 90^d vienne sous le cheveu. On élevera ensuite l'Alidade jusqu'à o^d, qui sera alors dans une situation Horisontale, ce que l'on fera sans remuer le Quart de Cercle, puis on fera tourner l'Instrument, ensorte qu'il décrive un Demi-

Cercle autour de son axe vertical, afin qu'on découvre par la Lunette de l'Alidade le même objet, sur lequel on la dirigera, on remarquera où tombe le cheveu dans cette nouvelle situation, & s'il tombe sur le même point de 90^d, l'objet est à l'horison, & l'angle est tel qu'on le souhaite; s'il tombe ailleurs il faut couper la difference en deux, qui sera le point cherché de 90^d.

La démonstration de cette méthode est facile à trouver, car supposant que l'objet que l'on a pris fut à l'horison, mais que l'angle que les deux lignes de division font entr'elles ne fut pas de 90^d, auquel cas il ne seroit pas égal à l'angle que faisoit la ligne visuelle de la Lunette fixe avec le cheveu qu'on suppose être droit & verifié par le renversement; supposons donc que cet angle soit obtus d'une minute, il est clair qu'on aura fait décrire au Quart de Cercle & aux Lunettes tout ensemble un arc de 90^d $1'$ dans la premiere opération, & que ces mêmes Lunettes au lieu d'être verticales auront passé au-delà du cheveu d'une minute, mais la ligne qui passe par le 0^d & qui étoit sous le cheveu au commencement, se trouvera avoir fait la même quantité de chemin que les Lunettes, & par conséquent avoir décrit un arc de $90^d 1'$. Si donc on éleve l'Alidade, ensorte que la ligne tracée sur le verre se trouve sur le 0^d, l'Alidade aura parcouru dans ces deux opérations un arc de 180^d $2'$. Or sa Lunette étoit à l'horison dans le commencement, elle sera donc de deux minutes au-dessus de l'horison à la fin, c'est-à-dire, qu'elle plongera & sera pointée à un objet qui sera $2'$ au-dessous de l'horison, ainsi l'erreur sera doublée comme dans le renversement, & l'on connoîtra par ce moyen avec une extrême précision le point du 90 degré. Ce que j'ai vérifié par experience, ayant trouvé qu'une erreur de $10''$ étoit très-sensible par cette opération. Il est facile de trouver la démonstration des autres cas, ainsi on ne s'y arrêtera pas davantage.

Ayant ainsi les deux points par où doivent passer les

deux lignes qui comprennent l'angle droit du Quart de Cercle ; on tracera un Cercle avec un Compas à verge inflexible, composé de deux regles mises de champ l'une contre l'autre, de même que dans la composition du Quart de Cercle qui n'ait que deux petits bouts quarrés pour porter les pointes & les faire mouvoir de la largeur du Limbe ou un peu plus ; on tracera un Cercle legerement qui puisse être emporté au charbon ; (car s'il restoit, il empêcheroit les points de s'arrondir, & on n'en verroit pas les extrêmités qui seroient noyées dans ce Cercle) on portera une des pointes de ce Compas ainsi ouvert sur o[d], & l'autre où elle pourra tomber sur la circonference du Cercle ainsi tracé, on y marquera un point, ensuite de quoi on portera l'autre pointe sur 90[d] trouvé par l'observation ci-dessus, & on marquera avec l'autre pointe un point sur la circonférence du Cercle, lequel doit couper en deux parties égales l'arc de soixante degrés, ce qui servira de preuve à l'observation qu'il faudra recommencer jusqu'à ce que l'on trouve qu'une opération cadre avec l'autre, ce qui étant fait, on n'aura plus que des arcs de 30. degrés à diviser en points de 10. en 10. minutes, ce qui suffit pour cette division. On achevera de trouver les autres points à l'ordinaire avec le plus de justesse qu'il sera possible, mais il sera bon, & même necessaire, d'avoir une lame de cuivre sur laquelle on puisse tracer un arc de Cercle de trente degrés, du même rayon que celui du Quart de Cercle qu'on veut diviser, afin d'essayer ses Compas, & ne point marquer de faux points sur le veritable Limbe ; il faut que cette lame soit plane, car sans cela on n'y trouveroit pas son compte.

Il est bon d'avertir qu'il faudra avoir attention que les points tombent tous sur la circonference du Cercle tracé, autant que faire se pourra, quoi-que quand ils seroient un peu à côté, l'erreur ne seroit pas entierement en pure perte, je dis autant qu'il se pourra, car, quelque soin que l'on prenne, à le faire, il sera difficile d'y réüssir, parce que

que la main ayant la liberté de varier à droit & à gauche, jamais on ne pourra enfoncer les pointes du Compas si perpendiculairement au plan du Limbe, qu'elles n'entrent un peu de biais, ce qui fera que les trous se trouveront quelques-fois tous entiers hors de la ligne circulaire, mais ce n'est pas une affaire, la grande question est que ces pointes ne glissent pas en avant ou en arriere, ce qui donneroit une erreur en entier ; il est facile de remedier à cela, en ayant attention que la seconde pointe soit bien enfoncée dans le métail, avant que de lever la premiere, parce que par ce moyen la main étant toûjours fixée, & n'ayant pas la liberté d'avancer ni de reculer, à cause qu'il y a toûjours une des deux pointes du Compas engagée dans le cuivre, elle ne pourra pas varier dans ce sens comme dans l'autre.

Il faut aussi avoir attention à enfoncer également les pointes en appuyant toûjours à peu-prés d'égale force.

Il seroit à souhaiter que l'on eut divisé le Cercle en un autre nombre qu'en celui de 360. degrés, & que ce nombre eut été une puissance quelconque du nombre 2. afin que l'on n'eut jamais eu à partager un angle qu'en deux parties égales, ce qui est facile, au lieu que dans le nombre de 90. dans lequel on divise ordinairement le Quart de Cercle, on est obligé de diviser des angles en 3. & en 5. ce qui ne se peut faire qu'en tâtonnant.

Du Micrometre.

Cette division étant expliquée, il faut parler du Micrometre, par le moyen duquel on doit avoir les autres subdivisions ; cet Instrument est à peu-prés fait comme les Micrometres ordinaires, il fait mouvoir un filet de soye horizontal qui rase le filet fixe sans lui toucher, par le moyen d'une vis dont le pas doit être le plus fin, & le plus égal qu'il sera possible ; on comptera combien il faudra de tours de vis pour faire une minutte, ou du moins de parties marquées par l'Aiguille ou Index qui tourne

avec la vis sur le Cercle superieur divisé en 100. l'on en fera une Table, afin d'avoir tout d'un coup la valeur de l'angle que l'on cherche ; ainsi quand on voudra prendre la hauteur du bord superieur du Soleil à Midi, par exemple, on placera le Quart de Cercle, ensorte que le filet horizontal fixe de la Lunette, soit à peu-prés sur le Limbe superieur du Soleil, on ira voir sur le Limbe où tombe le cheveu ; & comme il arrivera rarement qu'il se trouve précisément sur le milieu d'un point, on le mettra sur le point le plus proche, ensuite de quoi comme le filet fixe ne se trouvera plus sur le Limbe superieur du Soleil, on fera mouvoir le filet mobile, en tournant la vis du Micrometre, jusqu'à ce qu'il raze le bord du Soleil, ce qu'il est facile de faire avec tant de précision que l'on voudra, & l'on aura par le moyen de la Table & du nombre des parties égales qu'aura fait l'Index, la quantité de minutes & de secondes de degré qu'il faudra ajoûter, ou soustraire de la hauteur marquée par le cheveu sur le Limbe de l'Instrument.

Il y a plusieurs précautions à prendre dans la construction de ce Micrometre, comme, par exemple, il faut qu'il y ait deux vis à côté de la boite, dans laquelle il est renfermé, par le moyen desquelles on puisse faire mouvoir circulairement chacun des filets du Micrometre, tant les filets fixes, que le mobile, séparément, & independemment l'un de l'autre, afin que quand l'Instrument est callé, ou vertical, les filets horizontaux soient exactement dans une situation horisontale, ce qui se connoît en observant le passage d'un Astre par le Meridien, car tous les Astres en passant par le Meridien, paroissent décrire des lignes droites, pendant deux ou trois minutes de tems, & afin qu'on y puisse remettre le filet mobile, en cas qu'il se fût éloigné de cette situation, ce qui se connoîtra exactement par le moyen de l'autre filet horisontal, car il faut que quand l'Index du Micrometre est sur 0. degré ou 100^{d}. car c'est la même chose, les deux fils horisontaux n'en paroif-

ſent qu'un ſeul. Il faut que ces deux vis ſoient enfoncées un peu avant dans la boëte, & ne ſe puiſſent tourner qu'avec une clef ſemblable à une clef de Montre, afin que l'on ne puiſſe pas faire mouvoir les filets par mégarde, mais ſeulement quand on le voudra; ces vis ſont à peu-près ſemblables aux vis ſans fin, qui ſont ſur la plûpart des anciennes Montres, dont l'uſage étoit de faire avancer ou retarder les Montres en bandant ou débandant le grand reſſort, mais il y auroit encore pluſieurs circonſtances de ce Micrometre à décrire, qui ne peuvent pas trouver place ici; le plus court ſera de dire que c'eſt le Sr. le Fevre, qui demeure à Paris ſur le Quai de l'Horloge du Palais qui a fait celui dont je me ſers qui a toutes les commodités qu'on y puiſſe deſirer. Il faut ſeulement obſerver que le filet mobile puiſſe hauſſer & baiſſer au-deſſus & au-deſſous du fixe de 20′ de degré. Dans celui dont je me ſers ces 20. minutes ſont faites par 8. tours environ, qui font 800. parties, chaque tour de vis étant ſubdiviſé en 100.

On a de coûtume de mettre au Foyer des Lunettes des Quarts de Cercle, une eſpece de Reticule compoſé de quatre filets de ſoye qui ſe coupent dans un même point à angles de 45 degrés, mais ce qui n'eſt qu'utile dans les Quarts de Cercle ordinaires, eſt abſolument neceſſaire dans celui-ci, afin de diſtinguer le filet fixe qui paſſe par le milieu de la Lunette, de celui qui eſt mobile, lorſqu'il eſt un peu éloigné de l'autre, ſans quoi on les confondroit enſemble, & on pourroit prendre l'un pour l'autre, au lieu que par ce moyen on connoît toûjours le fixe qui paſſe par la ſection des trois autres.

Avantages de cette diviſion.

Il ne me reſte plus, à ce que je crois, qu'à faire voir ici une partie des avantages qu'a cette nouvelle diviſion ſur l'ancienne qui ſe fait par le moyen des tranſverſales.

Le premier eſt la facilité avec laquelle on la peut executer, car pour peu qu'un Mathematicien s'y ſoit exercé,

il en peut aisément, avec un peu d'attention, venir à bout, au lieu que pour l'autre division, il faut estre ouvrier.

Le second est que l'ancienne division suppose deux choses; la premiere, qu'on ait placé exactement tous les points par lesquels on doit faire passer les lignes transversales; la seconde qu'on tire exactement ces mêmes transversales par les points déja marqués, ce qui est si difficile qu'on peut l'appeller impossible; on n'a besoin ici que de la premiere partie, & l'on évite la seconde qui est la plus difficile.

Le troisiéme est qu'on évite par ce moyen l'estime, le Micrometre donnant les parties proportionelles avec une bien plus grande justesse, le cheveu qui tombe sur le milieu d'un point ne laisse d'ailleurs aucune incertitude à l'œil pour sçavoir s'il passe par le milieu, un point n'étant jamais oblique à une ligne droite.

Le quatriéme est qu'on peut prendre les hauteurs des deux bords du même Astre, comme, par exemple, de la Lune, pendant le tems qu'elle est à passer au Meridien, sans remuer le Quart de Cercle, ce qui donne en même tems la hauteur du bord inferieur, celle du superieur, par consequent celle du centre & la grandeur du diametre vertical; avantage très-considerable pour la Lune, dont il n'est pas facile de connoître le diametre, & par consequent dont on ne sçauroit avoir la hauteur du centre sans prendre celle des deux bords.

Le cinquiéme est que l'on peut faire sur le même Limbe, tant de divisions que l'on voudra, qui soient indépendantes l'une de l'autre, au lieu que dans la division ordinaire, on n'en a qu'une seule, laquelle étant mal faite, influë sur tout le reste, sans compter qu'en divisant par des lignes, si l'on en tire une mal à propos, on ne sçauroit y revenir, au lieu que quand on appercevra ici quelques points mal placés, il n'y aura qu'à en marquer un autre au-dessus ou au-dessous, ce qui n'importera en rien.

Le sixiéme est la commodité de faire un Limbe si étroit que l'on voudra, puisque si l'on ne veut avoir qu'un ou deux Cercles de points, on pourra le faire sur le champ d'une regle dressée en ligne droite & courbée ensuite sur son côté plat circulairement, avantage considerable pour ceux qui n'ont pas d'ouvriers capables de faire un Limbe large & plan, en quoi consiste la principale difficulté de la fabrique d'un Quart de Cercle, car il seroit facile en ce cas de mettre les chiffres sur le plat de cette même regle, ou sur une autre attachée dans l'interieur de celle-ci qui n'auroit pas besoin d'être dressée avec la même précision, & l'on éviteroit par-là toute sorte de Parallaxe, que fait souvent le filet dans un endroit du Limbe, pendant qu'il touche ailleurs, lorsque l'Instrument est mal dressé.

Enfin, on a encore la commodité d'avoir dans la Lunette deux filets horisontaux, ce qui peut servir pour les hauteurs correspondantes, puisqu'on aura deux fois autant de hauteurs du Soleil dans le même nombre d'observations. Chacun aura la liberté de se servir de laquelle il voudra des deux méthodes, on ne donne ceci que pour contribuer en quelque chose à l'avancement de l'Astronomie, & pour faire voir quelle précision on doit attendre de mes Observations.

REFLEXIONS

Sur l'usage que la Mécanique peut avoir en Geometrie.

Par M. VARIGNON.

LE Pere Guldin, Jesuite, publia en 1635. un usage très-curieux & fort étendu, qu'il avoit trouvé, du centre de Gravité en Geometrie; duquel usage il donna cette Regle : *Quantitas rotonda in viam rotationis* (centri gravitatis) *ducta producit potestatem rotondam uno gradu altio-* 20. Janv. 1714.

rem poteſtate ſive quantitate rotatâ. Cette Regle ſe trouve dans ſon livre *De centro gravitatis lib. 2. cap. 8. prop. 3. art. 3. pag. 147.* où il avertit que cela n'eſt pas ſeulement vrai du chemin circulaire que parcourt le centre de gravité d'une grandeur qui par ſa rotation autour d'un axe fixe en trace une autre plus élevée qu'elle d'un degré ; mais encore du chemin droit qu'il parcourt lorſque cette grandeur generatrice ſe meut parallelement à elle-même, de maniere que tous ſes points décrivent des perpendiculaires à ſa premiere poſition, ainſi que ce Pere l'explique dans le même chap. 8. prop. 1. art. 1. pag. 134.

M. Leibniz dans les Actes de Leipſik de 1695. pag. 493. &c. a étendu cet uſage du centre de gravité à la dimenſion des ſurfaces engendrées par le dévelopement des lignes courbes quelconques. Mais ni lui, ni le Pere Guldin n'ont donné la demonſtration de leurs Regles. Celle du P. Guldin reçûë avec applaudiſſement de tous les Geometres, a été démontrée depuis par pluſieurs qui l'on étenduë juſqu'aux ſurfaces & aux ſolides des onglets, mais ſans penſer à celle de M. Leibniz, qui s'eſt contenté de l'expliquer comme le P. Guldin avoit fait la ſienne.

Ce défaut de démonſtration de la Regle de M. Leibniz, joint à ce que tout ce que j'en ai vû de la Regle du P. Guldin, m'a toûjours paru fort limité & fort embaraſſé, ſur-tout par rapport à la maniere de trouver les centres de gravité, qui eſt la baſe & le fondement de ces deux Regles, m'a porté à chercher une démonſtration des deux à la fois en conſequence d'une très ſimple qui m'étoit venuë de la Regle pour trouver les centres de gravité : voici l'une & l'autre démonſtration avec celle d'un nouvel uſage du centre de gravité en Geometrie, d'où reſulte celle d'une propoſition très curieuſe que M. de Tſchirnhauſen s'eſt auſſi contenté d'énoncer ſans démonſtration dans les actes de Leipſik de 1695. pag. 491.

HYPOTHESE.

On ſuppoſera ici à l'ordinaire les directions des poids toutes paralleles entr'elles, & que le Levier dont on va ſe ſervir, n'aura de peſanteur que ce que les poids dont on le va charger, lui en donneront.

DÉFINITION.

Si une ligne droite *RK*, ou un Levier *AK*, ſe meut autour d'un de ſes points fixes *R*, dans un plan perpendiculaire à une ligne horizontale *RL*, autour de laquelle ce Levier droit *RK* ou *AK* ſe meuve ainſi en lui demeurant toûjours perpendiculaire en ce point *R*; cette ligne fixe *RL* ſera appellée *Axe de rotation*; & le point *R*, *Centre de rotation*. FIG. I. II. III.

PROPOSITION I.

Soit le Levier droit AK *chargé en tant de points* A, B, C, D, E, F, H, K, *qu'on voudra, d'autant de poids quelconques* a, b, c, δ, e, f, h, k, *de directions paralleles entr'elles, en équilibre entr'eux ſur le point* G *de ce Levier, c'eſt-à-dire, deſquels* G *ſoit le centre commun de gravité ou d'équilibre. Je dis que ſi l'on prend où l'on voudra ſur ce Levier* AK *prolongé ou non, un point* R *qui en ſoit le centre de rotation, l'on aura toûjours* FIG. I. II. III.

I. $RG = \frac{a \times RA + b \times RB + c \times RC + \delta \times RD + e \times RE + f \times RF + h \times RH + k \times RK}{a + b + c + \delta + e + f + h + k}$ FIG. I.

pour la diſtance du centre R *de rotation au centre commun* G *de gravité de tous les poids dans le cas de la Fig. 1.*

II. $RG = \frac{b \times RB + c \times RC + \delta \times RD + e \times RE + f \times RF + h \times RH + k \times RK}{a + b + c + \delta + e + f + h + k}$ FIG. II.

pour la diſtance du centre R *de rotation au centre commun* G *de gravité de tous les poids dans le cas de la Fig. 2.*

III. $RG = \frac{c \times RC + \delta \times RD + e \times RE + f \times RF + h \times RH + k \times RK - a \times RA - b \times RB}{a + b + c + \delta + e + f + h + k}$ FIG. III.

pour la diſtance du centre R *de rotation au centre commun* G *de gravité de tous les poids dans le cas de la Fig. 3.*

DE'MONSTRATION.

FIG. I. II. III. C'est une maxime reçûë, & qu'on verra démontrée pour toute sa generalité, dans la réimpression que je prépare de mon *Projet d'une nouvelle Mécanique*, que (ce qui n'en est qu'un cas) $a \times GA + b \times GB + c \times GC = \delta \times GD + e \times GE + f \times GF + h \times GH + k \times GK$; & qu'ainsi $0 = \delta \times GD + e \times GE + f \times GF + h \times GH + k \times GK - a \times GA - b \times GB - c \times GC$. Donc en ajoûtant de part & d'autre $\overline{a + b + c + \delta + e + f + h + k} \times RG$, l'on aura $\overline{a + b + c + \delta + e + f + h + k} \times RG = a \times RG + b \times RG + c \times RG + \delta \times RG + e \times RG + f \times RG + h \times RG + k \times RG + \delta \times GD + e \times GE + f \times GF + h \times GH + k \times GK - a \times GA - b \times GB - c \times GC = a \times \overline{RG - GA} + b \times \overline{RG - GB} + c \times \overline{RG - GC} + \delta \times \overline{RG + GD} + e \times \overline{RG + GE} + f \times \overline{RG + GF} + h \times \overline{RG + GH} + k \times \overline{RG + GK}$; & consequemment,

FIG. I. PART. I. Dans le cas de la Figure 1. l'on aura $\overline{a + b + c + \delta + e + f + h + k} \times RG = a \times RA + b \times RB + c \times RC + \delta \times RD + e \times RE + f \times RF + h \times RH + k \times RK$: d'où resulte $RG =$

$$= \frac{a \times RA + b \times RB + c \times RC + \delta \times RD + e \times RE + f \times RF + h \times RH + k \times RK}{a + b + c + \delta + e + f + h + k}$$

Ce qu'il falloit 1°. démontrer.

FIG. II. PART. II. Dans le cas de la Figure 2. qui rend $RG - GA = 0$, l'on aura $\overline{a + b + c + \delta + e + f + h + k} \times RG = b \times RB + c \times RC + \delta \times RD + e \times RE + f \times RF + h \times RH + k \times RK$: d'où resulte $RG =$

$$= \frac{b \times RB + c \times RC + \delta \times RD + e \times RE + f \times RF + h \times RH + k \times RK}{a + b + c + \delta + e + f + h + k}$$

Ce qu'il falloit 2°. démontrer.

PART.

PART. III. Dans le cas de la Figure 3. l'on aura FIG. III.

$\overline{a+b+c+\delta+e+f+h+k} \times RG = -a \times RA - b \times RB + c \times RC + \delta \times RD + e \times RE + f \times RF + h \times RH + k \times RK$: d'où resulte $RG =$

$$= \frac{c \times RC + \delta \times RD + e \times RE + f \times RF + h \times RH + k \times RK - a \times RA - b \times RB}{a+b+c+\delta+e+f+h+k}$$

Ce qu'il falloit 3°. démontrer.

La part. 1. pourroit encore seule démontrer les part. 2. 3. puisqu'en faisant RA=0 *dans cette part. 1. Fig. 1. elle deviendroit tout d'un coup la part. 2. Fig. 2. Et qu'elle deviendroit aussi tout d'un coup la part. 3. Fig. 3. en faisant négatives* RA, RB, *&c. dans cette part. 1. Fig. 1. pour tous les poids* a, b, *&c. qui sont depuis* R *jusqu'en* A *dans la part. 3. Fig. 3.*

COROLLAIRE.

Regles generales pour trouver les centres de gravité de toutes sortes de grandeurs.

Donc de quelque nombre de poids quelconques qu'un Levier *RK* soit chargé depuis *A* jusqu'en *K*. FIG. I. II. III.

REGLE I.

Si tous ces poids sont d'un même côté du centre *R* de rotation, comme dans les Fig. 1. 2. soit que ce centre *R* se trouve au premier point *A* d'application de tous ces poids au Levier *AK*, comme dans la Fig. 2. ou qu'il en soit éloigné à volonté sur ce Levier prolongé comme dans la Fig. 1. Les part. 1. 2. font voir que *la somme des produits faits de chacun de tous ces poids par sa distance à ce centre* R *ou à l'axe* RL *de rotation, divisée par la somme de tous ces mêmes poids, aura toûjours pour quotient la distance* RG *de leur centre commun* G *de gravité au centre* R *ou à l'axe* RL *de rotation.* FIG. I. II.

Donc si l'on prend *p* indéterminément pour chacun de tous ces poids, & *ſp* pour la somme de tous (en prenant

à l'ordinaire $\int$ pour signifier *somme*) en quelque nombre qu'ils soient, même infini, desquels poids le Levier *AK* soit chargé dans toute sa longueur depuis *A* jusqu'en *K*; si de plus on appelle *x* la distance du centre *R* ou de l'axe *RL* de rotation à chacun de ces poids *p*; l'on aura en general $\frac{\int xp}{\int p}$ pour la distance du centre commun de gravité de tous ces poids au centre *R* ou à l'axe *RL* de rotation.

REGLE II.

FIG. III. Si le centre *R* de rotation du Levier *AK* se trouve entre les poids dont ce Levier est chargé, comme dans la Fig. 3. La part. 3. de la presente prop. 1. fait voir que *si des produits de tous ces poids multipliés chacun par sa distance à ce centre* R *ou à l'axe* RL *de rotation, l'on fait deux sommes, une de tout ce qu'il y en a d'un côté de* R, *& l'autre de tout ce qu'il y en a de l'autre côté de ce même centre* R; *la difference de ces deux sommes de produits, c'est-à-dire, l'excès dont la plus grande de ces deux sommes surpassera la plus petite, divisé par la somme entiere de tous les poids des deux parts ajoûtés ensemble, aura toûjours pour quotient la distance* RG *de leur centre commun* G *de gravité au centre* R *ou à l'axe* RL *de rotation du côté de cet excès.*

Donc si en appellant encore *x* la distance de ce centre *R* ou de cet axe *RL* de rotation à chacun de ces poids, l'on prend $\int p$ pour tout ce qu'il y en a d'un côté de *R*, comme depuis *R* jusqu'en *K* dans la Fig. 3. desquels chacun soit *p*; & $\int q$ pour tout ce qu'il y en a de l'autre côté depuis *R* jusqu'en *A*, desquels chacun soit *q*: l'on aura en general dans ce cas ci $\frac{\int xp - \int xq}{\int p + \int q}$, ou $\frac{\int xq - \int xp}{\int p + \int q}$ pour la distance du centre de gravité de tous ces poids *p*, *q*, au centre *R* ou à l'axe *RL* de rotation; sçavoir $\frac{\int xp - \int xq}{\int p + \int q}$ si la somme $\int xp$ des produits *xp* est plus grande que celle $\int xq$ des produits *xq*, & $\frac{\int xq - \int xp}{\int p + \int q}$ si la seconde somme $\int xq$ des pro-

duits xq eſt plus grande que la premiere $\int xp$ des produits xp. D'où l'on voit que ſi ces deux ſommes ($\int xp$, $\int xq$) de produits ſont égales entr'elles, le centre commun de gravité de tous les poids p, q, ſera au centre R ou dans l'axe RL de rotation.

On ne s'arrête point ici à faire aucune application de ces deux Regles : c'eſt une choſe connuë des Géometres : il ne s'agiſſoit que de les démontrer à la fois d'une maniere plus ſimple qu'on n'a fait juſqu'ici, à quoi je croi que la précédente prop. 1. ſatisfait. En voici les ſuites Géometriques qui ſont le principal but de ce Memoire-ci.

PROPOSITION II.

Soient tant de poids quelconques a, b, c, δ, e, &c. *qu'on voudra, diſpoſés à volonté par rapport au plan vertical* VXYZ, *& deſquels* G *ſoit le centre commun de gravité dans cette diſpoſition quelconque. Si de lui & de chacun des centres particuliers de gravité* a, b, c, δ, e, &c. *de tous ces poids, on mene autant de perpendiculaires* GR, aH, bK, cL, δM, eN, &c. *au plan* VXYZ *en autant de points* R, H, K, L, M, N, &c. *Je dis* FIG. IV. V.

I. *Que dans le cas de la Figure 4. où tous les poids ſont d'un même côté du plan* VY, *l'on aura toûjours* FIG. IV.

$\overline{a+b+c+\delta+e+\&c.} \times RG = a \times Ha + b \times Kb + c \times Lc + \delta \times M\delta + e \times Ne +$ &c.

II. *Que dans le cas de la Figure 5. ou une partie* c, δ, e, &c. *des poids eſt du même côté du plan* VY *que le centre commun* G *de gravité de tous, & l'autre partie* a, b, &c. *eſt du côté oppoſé par rapport à ce plan ; l'on aura auſſi toûjours* $\overline{a+b+c+\delta+e+\&c.} \times RG = c \times LC + \delta \times M\delta + e \times Ne + \&c - a \times Ha - b \times Kb - \&c.$ FIG. V.

DÉMONSTRATION.

Soient imaginées ſur le plan VY les droites RH, RK, FIG. IV. V.

RL, *RM*, *RN*, &c. ausquelles, chacune à chacune, soient paralleles *aA*, *bB*, *cC*, *δD*, *eE*, &c. lesquelles consequemment rencontrent perpendiculairement en *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, &c. le Levier *RG* prolongé de part & d'autre vers *S*, *T*, & achevent ainsi autant de parallelogrammes rectangles *HA*, *KB*, *LC*, *MD*, *NE*, &c.

Cela posé, les poids *a*, *b*, *c*, *δ*, *e*, &c. répandus comme on les suppose ici à volonté, auront leurs *momens* $a \times Ha = a \times RA$, $b \times Kb = b \times RB$, $c \times Lc = c \times RC$, $\delta \times M\delta = \delta \times RD$, $e \times Ne = e \times RE$, &c. les mêmes que si ces poids *a*, *b*, *c*, *δ*, *e*, &c. étoient appliqués aux points *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, &c. du Levier *ST* sur l'appui *R*. Or s'ils y étoient appliqués,

Fig. IV. PART. I. Dans le cas de la Fig. 4. où tous ces poids *a*, *b*, *c*, *δ*, *e*, &c. sont d'un même côté du plan *VY*, ou de l'appui *R* du Levier *ST*; les part. 1. 2. de la prop. 1. donneroient alors $\overline{a+b+c+\delta+e+\&c.} \times RG = a \times RA + b \times RB + c \times RC + \delta \times RD + e \times RE + \&c.$ Donc en ce même cas de la Fig. 4. l'on aura pareillement $\overline{a+b+c+\delta+e+\&c.} \times RG = a \times Ha + b \times Kb + c \times Lc + \delta \times M\delta + e \times Ne + \&c.$ *Ce qu'il falloit 1º. démontrer.*

Fig. V. PART. II. Dans le cas de la Fig. 5. ou une partie *c*, *δ*, *e*, &c. des poids est du même côté du plan *VY* que le centre commun *G* de gravité de tous, & l'autre partie *a*, *b*, &c. est du côté opposé; la part. 3. de la même prop. 1. donneroit aussi pour lors $\overline{a+b+c+\delta+e+\&c.} \times RG = c \times RC + \delta \times RD + e \times RE + \&c. - a \times RA - b \times RB - \&c.$ Donc dans ce cas-ci de la Fig. 5. on aura de même $\overline{a+b+c+\delta+e+\&c.} \times RG = c \times Lc + \delta \times M\delta + e \times Ne + \&c. - a \times Ha - b \times Kb - \&c.$ de maniere que tous les produits ou *momens* particuliers des poids qui seront du même côté *S* que le centre commun *G* de gravité de tous par rapport

au plan *VY*, seront toûjours ici positifs, & tous les autres negatifs du côté opposé *T*. *Ce qu'il falloit* 2°. *démontrer*.

COROLLAIRE I.

Quelque situation, autre que la verticale, qu'on donne presentement au plan *VXYZ* avec lequel les poids fixes *a*, *b*, *c*, *δ*, *e*, &c. se meuvent sans rien changer de leur disposition précédente entr'eux, ni par rapport à ce plan, comme s'ils lui étoient fixément implantés au bout de leurs distances regardées comme lignes roides & fixes qui n'en fissent qu'un tout qui se mût d'une piece : les distances de ces poids & de leur centre commun *G* de gravité à chaque point de ce plan, demeurant ainsi les mêmes que ci-dessus; ce qu'on vient de démontrer dans les part. 1. 2. de la presente prop. 2. pour la situation verticale de ce plan *VY*, sera encore vrai pour toute autre situation de ce même plan, par rapport à laquelle tous les poids *a*, *b*, *c*, *δ*, *e*, &c. gardent les mêmes dispositions & les mêmes distances entr'eux, & par rapport à chacun des points de ce plan, que lorsqu'il étoit vertical. Donc en general, puisque ces dispositions & ces distances de ces poids entr'eux, & par rapport à ce plan étoient arbitraires aussi-bien que le nombre & les pesanteurs de ces poids. FIG. V. IV.

1°. Quelque nombre de poids quelconques & de dispositions quelconques, qu'il y ait d'un même côté d'un plan de situation aussi quelconque; le produit de la somme de tous ces poids, multipliée par la distance de leur centre commun de gravité à ce plan, sera toûjours (*part. 1.*) égal à la somme des produits faits de tous ces poids multipliés chacun par sa distance particuliere à ce même plan. FIG. IV.

2°. Lorsque ces poids sont posés, comme l'on voudra, de part & d'autre de ce plan; le produit de leur somme multipliée par la distance de leur centre commun de gra- FIG. V.

vité à ce plan, sera toûjours égal (*part.* 2.) à la difference ou à l'excès dont la somme des produits faits de tout ce qu'il y aura de ces poids du côté du centre commun de gravité de tous par rapport au plan, multipliés chacun par sa distance à ce même plan, surpassera la somme des produits faits de même de tout ce qu'il y aura d'autres poids de l'autre côté de ce plan, multipliés aussi chacun par sa distance à ce même plan.

COROLLAIRE II.

FIG. VI. VII. Tout ce qu'on voit des Fig. 4. 5. dans les Fig. 6. 7. demeurant le même dans celles-ci qu'il étoit ci-devant dans celles-là, si du centre commun *G* de gravité de tous les poids *a*, *b*, *c*, *δ*, *e*, &c. & de leurs centres particuliers de gravité on imagine autant de droites *GQ*, *aP*, *bP*, *cP*, *δP*, *eP*, &c. qui rencontrent en *Q*, *P*, *P*, &c. le plan *VY*, & qui fassent autant d'angles égaux quelconques *RGQ*, *HaP*, *KbP*, *LcP*, *MδP*, *NeP*, &c. avec les perpendiculaires *GR*, *aH*, *bK*, *cL*, *δM*, *eN*, &c. à ce plan chacune avec sa correspondante, soit que ces nouvelles lignes *GQ*, *aP*, *bP*, *cP*, *δP*, *eP*, &c. également inclinées au plan *VXYZ*, soient ou ne soient pas paralleles entr'elles; tout ce qu'on vient de voir des perpendiculaires *GR*, *aH*, *bK*, *cL*, *δM*, *eN*, &c. sera pareillement vrai des obliques *GQ*, *aP*, *bP*, *cP*, *δP*, *eP*, &c. également inclinées au plan *VY*.

Car puisque (*hyp.*) tous les angles *RGQ*, *HaP*, *KbP*, *LcP*, *MδP*, *NeP*, &c. sont égaux entr'eux, & que les droites *GR*, *aH*, *bK*, *cL*, *δM*, *eN*, supposées perpendiculaires au plan *VY*, font toutes des angles droits *GRQ* *aHP*, *bKP*, *cLP*, *δMP*, *eNP*, &c. avec les lignes *RQ*, *HP*, *KP*, *LP*, *MP*, *NP*, &c. imaginées sur ce plan, chacune avec sa correspondante; tous les triangles rectangles, *GRQ*, *aHP*, *bKP*, *cLP*, *δMP*, *eNP*, &c. seront semblables entr'eux. Par consequent,

$$a\times Ha \,.\, a\times Pa :: Ha \,.\, Pa :: RG \,.\, QG.$$
$$b\times Kb \,.\, b\times Pb :: Kb \,.\, Pb :: RG \,.\, QG.$$
$$c\times Lc \,.\, c\times Pc :: Lc \,.\, Pc :: RG \,.\, QG.$$
$$\delta\times M\delta \,.\, \delta\times P\delta :: M\delta \,.\, P\delta :: RG \,.\, QG.$$
$$e\times Ne \,.\, e\times Pe :: Ne \,.\, Pe :: RG \,.\, QG.$$

&c. Donc.

1°. L'on aura ici dans la Fig. 6. $a\times Ha + b\times KB + c\times Lc + \delta\times M\delta + e\times Ne +$ &c. $a\times Pa + b\times Pb + c\times Pc + \delta\times P\delta + e\times Pe +$ &c. $:: RG \,.\, QG :: \overline{a+b+c+\delta+e+\&c.}\times RG \,.\, \overline{a+b+c+\delta+e+\&c.}\times QG$. Et (en permutant) $a\times Ha + b\times Kb + c\times Lc + \delta\times M\delta + e\times Ne +$ &c. $\overline{a+b+c+\delta+e+\&c.}\times RG :: a\times Pa + b\times Pb + c\times Pc + \delta\times P\delta + e\times Pe +$ &c. $\overline{a+b+c+\delta+e+\&c.}\times QG$. Or (*part. 1.*) les deux premiers termes de cette derniere analogie sont égaux entr'eux dans le cas present de la Fig. 6. Donc les deux derniers le seront aussi entr'eux dans le même cas; & consequemment l'on aura pareillement en ce cas $\overline{a+b+c+\delta+e+\&c.}\times QG = a\times Pa + b\times Pb + c\times Pc + \delta\times P\delta + e\times Pe +$ &c. FIG. VI.

2°. L'on aura de même ici dans la Fig. 7. $c\times Lc + \delta\times M\delta + e\times Ne +$ &c $- a\times Ha - b\times Kb -$ &c. $c\times Pc + \delta\times P\delta + e\times Pe +$ &c $- a\times Pa - b\times Pb -$ &c $:: RG \,.\, QG :: \overline{a+b+c+\delta+e+\&c.}\times RG \,.\, \overline{a+b+c+\delta+e+\&c.}\times QG$. Et (en permutant) $c\times Lc + \delta\times M\delta + e\times Ne +$ &c $- a\times Ha - b\times Kb -$ &c. $\overline{a+b+c+\delta+e+\&c.}\times RG :: c\times Pc + d\times P\delta + e\times Pe +$ &c. $- a\times Pa - b\times Pb -$ &c. $\overline{a+b+c+\delta+e+\&c.}\times QG$. Or (*part. 2.*) les deux premiers termes de cette derniere analogie sont FIG. VII.

égaux entr'eux dans le cas preſent de la Fig. 7. Donc les deux derniers le ſeront auſſi entr'eux en ce même cas; & conſequemment l'on aura pareillement en ce cas

$\overline{a+b+c+\delta+e+\&c.} \times QG = c \times Pc + \delta \times P\delta + e \times Pe + \&c - a \times Pa - b \times Pb - \&c.$

COROLLAIRE III.

Pour renfermer dans un ſeul Corollaire les deux precedens avec la preſente prop. 2. qui les vient de donner, ſi l'on appelle également *Diſtances* de tant de poids quelconques qu'on voudra, & de leur centre commun de gravité, à un plan de poſition quelconque, toutes les lignes droites également inclinées à ce plan (ſoit qu'elles ſoient paralleles entr'elles ou non) compriſes entre lui & chacun tant des poids, que de leur centre commun de gravité: ſçavoir *diſtances perpendiculaires* lorſque ces lignes le ſeront toutes à ce plan, & *diſtances obliques* lorſque ces lignes le rencontreront toutes obliquement ſous des angles
FIG. VI. égaux quelconques; ſuivant lequel langage les droites
VII. *aH*, *bK*, *cL*, *δM*, *eN*, *GR*, perpendiculaires (*hyp.*) au plan *VXYZ*, ſeront toutes appellées *diſtances perpendiculaires* des poids *a*, *b*, *c*, *δ*, *e*, & de leur centre commun *G* de gravité à ce plan; & les droites *aP*, *bP*, *cP*, *δP*, *eP*, *GQ*, également inclinées (*hyp.*) à ce plan, ſeront toutes appellées *diſtances obliques* de ces poids & de leur centre commun de gravité à ce même plan: ſi de plus l'on appelle *diſtances ſemblables* chacune de ces deux eſpeces de diſtances; le precedent Corol. 2. fait voir que ce qu'on a vû de diſtances perpendiculaires dans le Corol. 1. ſera auſſi vrai de toutes les obliques ſemblables, & conſequemment de toutes ſortes de diſtances ſemblables; ce qui comprend ces deux Corollaires avec la preſente prop. 2.

COROLLAIRE

COROLLAIRE IV.

Toutes choses demeurant les mêmes que dans le Corol. 2. si l'on imagine presentement dans les Fig. 6. 7. plusieurs polygones semblables $RGqr\pi$, $Haph\pi$, $Kbpk\pi$, $Lcpl\pi$, $M\delta pm\pi$, $Nepn\pi$, &c. que leurs côtés RG, Ha, Kb, Lc, $M\delta$, Ne, &c. perpendiculaires (*hyp.*) au plan $VXYZ$, rendront aussi tous dans des plans perpendiculaires à celui-là, soit que ces polygones semblables, c'est-à-dire leurs plans, soient ou ne soient pas paralleles entr'eux; l'on aura tous leurs côtés homologues non-seulement inclinés à ce plan $VXYZ$, mais encore proportionnels aux perpendiculaires correspondantes RG, Ha, Kb, Lc, $M\delta$, Ne, &c. ou aux distances obliques QG, Pa, Pb, Pc, $P\delta$, Pe, &c. proportionnelles à celles-là. Donc par un raisonnement semblable à celui du Corol. 2.

I. Dans le cas de la Fig. 6. où tous les poids a, b, c, δ, e, &c. sont d'un même côté du plan $VXYZ$; l'on aura, Fig. VI.

1°. $\overline{a+b+c+\delta+e+\&c.} \times Gq = a \times pa + b \times pb + c \times pc + \delta \times p\delta + e \times pe + \&c.$

2°. $\overline{a+b+c+\delta+e+\&c.} \times qr = a \times ph + b \times pk + c \times pl + \delta \times pm + e \times pn + \&c.$ Et toûjours de même jusqu'en π sur le plan $VXYZ$, de quelque nombre de côtés que soient les polygones supposés ici semblables : de sorte que

3°. $\overline{a+b+c+\delta+e+\&c.} \times Gqr\pi = a \times aph\pi + b \times bpk\pi + c \times cpl\pi + \delta \times \delta pm\pi + e \times epn\pi + \&c.$

II. Dans le cas de la Fig. 7. ou une partie a, b, &c. des poids est d'un côté du plan $VXYZ$, & les autres c, δ, e, &c. du côté opposé avec le centre commun G de gravité de tous; l'on aura de même, Fig. VII.

1°. $\overline{a+b+c+\delta+e+\&c.} \times Gq = c \times pc + \delta \times p\delta + e \times pe + \&c. - a \times pa - b \times pb - \&c.$

2°. $\overline{a+b+c+\delta+e+\&c.} \times qr = c \times pl + \delta \times pm + e \times pn + \&c. - a \times ph - b \times pk - \&c.$ Et toûjours de même encore jusqu'en ϖ sur le plan $VXYZ$, de quelque nombre de côtés que soient les polygones supposés ici semblables ; de sorte que,

3°. $\overline{a+b+c+\delta+e+\&c.} \times Gqr\varpi = c \times cpl\varpi + \delta \times \delta pm\varpi + e \times epn\varpi + \&c. - a \times aph\varpi - b \times bpk\varpi - \&c.$

COROLLAIRE V.

FIG. VI. VII. Tout cela étant ainsi vrai de quelque nombre de côtés qu'on imagine les polygones semblables $RGqr\varpi$, $Haph\varpi$, $Kbpk\varpi$, $Lcpl\varpi$, $M\delta pm\varpi$, $Nepn\varpi$, &c. si on les suppose infini-lateres, ensorte qu'ils degenerent en courbes semblables quelconques, (c'est ainsi qu'on les regardera dans la suite) par exemple, en arcs semblables de cercles décrits des centres O, P, P, &c. il sera encore vrai,

FIG. VI. 1°. Que dans le cas de la Fig. 6. où les poids a, b, c, δ, e, &c. sont tous d'un même côté du plan $VXYZ$, le produit de la somme $a+b+c+\delta+e+$ &c. de tous ces poids, multipliée par la courbe quelconque $Gqr\varpi$, ou par un arc quelconque de cette courbe, sera toûjours (*corol. 4. art. 1.*) égal à la somme des produits faits de tous les poids a, b, c, δ, e, &c. multipliés par leurs courbes $aph\varpi$, $bpk\varpi$, $cpl\varpi$ $\delta pm\varpi$, $epn\varpi$, semblables à celle-là, chacun par la sienne ; ou chacun par un arc de sa courbe, lequel soit semblable à celui de la premiere $Gqr\varpi$, qu'on aura multiplié par la somme de tous les poids : le tout comme dans l'art. 1. du precedent corol. 4.

FIG. VII. 2°. Que dans le cas de la Fig. 7. où une partie c, δ, e, &c. des poids est du côté du centre commun G de gravité de tous par rapport au plan $VXYZ$, & le reste a, b, &c. de ces mêmes poids de l'autre côté de ce plan ; le produit de la somme $a+b+c+\delta+e+$ &c. de tous ces poids, muliplieé par la courbe quelconque $Gqr\varpi$, ou

par un arc quelconque de cette courbe, sera aussi toûjours (*corol. 4. art. 2.*) égal à l'excès dont la somme des produits faits des poids *c*, *δ*, *e*, &c. qui sont du côté du centre commun *G* de gravité de tous, multipliés chacun par sa courbe ou par un arc semblable de sa courbe comme dans le precedent nomb. 1. surpassera la somme des produits faits de même des autres poids *a*, *b*, &c. multipliés chacun par sa courbe ou par un arc semblable de sa courbe : le tout comme dans l'art. 2. du precedent corol. 4.

COROLLAIRE VI.

Tout cela étant vrai (*corol. 4.*) quelque soit la disposition entr'eux de plans *QRG*, *PHa*, *PKb*, *PLc*, *PMδ*, *PNe*, &c. sur lesquels se trouveront les courbes semblables *Gqrπ*, *aphπ*, *bpκπ*, *cplπ*, *δpmπ*, *epnπ*, &c. avec les droites *RG*, *Ha*, *Kb*, *Lc*, *Mδ*, *Ne*, qui perpendiculaires (*hyp.*) au plan *VXYZ*, rendent aussi ces plans-là perpendiculaires à celui-ci ; imaginons que tous ces plans-là tournent autour de ces lignes droites, (chacun autour de la sienne) comme autour d'axes fixes jusqu'à ce que leurs autres droites *QG*, *Pa*, *Pb*, *Pc*, *Pδ*, *Pe*, &c. également inclinées (*hyp.*) au plan *VXYZ*, soient toutes paralleles entr'elles, & consequemment aussi tous ces plans-là paralleles entr'eux, & perpendiculaires à celui-ci auquel toutes les cordes d'arcs semblables des courbes semblables *Gqrπ*; *aphπ*, *bpκπ*, *cplπ*, *δpmπ*, *epnπ*, &c. seront aussi également inclinées & paralleles entr'elles de quelque côté qu'elles se trouvent de ce plan *VXYZ* ; auquel cas toutes celles de ces courbes semblables qui seront d'un même côté de ce plan, seront aussi paralleles entr'elles, aussi-bien que leurs arcs semblables, quoi-que celles d'un côté ne le soient pas à celles de l'autre comme dans la Fig. 7. non plus que les arcs semblables de celles-là aux arcs semblables de celles-ci. FIG. VI. VII.

Cependant pour abreger nos expressions, & pour les rendre plus generales par l'uniformité du langage, nous ne

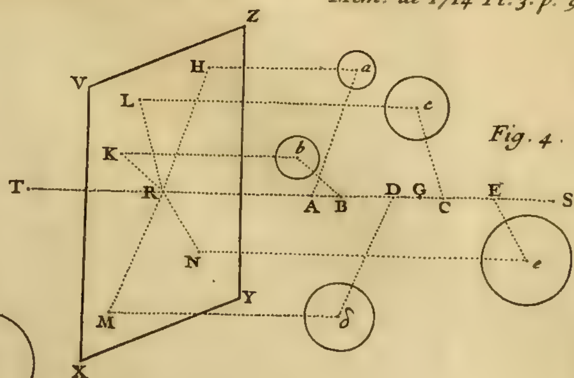
laisserons pas d'appeller aussi *paralleles entr'elles* ces courbes de concavités opposées, ou leurs arcs semblables; ce qui ne signifiera autre chose, sinon que toutes les cordes de ces courbes ou de leurs arcs semblables sont effectivement ici paralleles chacune à ses correspondantes, non-seulement d'un même côté du plan, mais aussi d'un côté à l'autre.

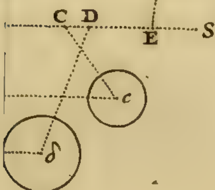
Tout cela étant ainsi, il suit des coroll. 1. 2. 4. 5. que quelque nombre de poids quelconques & de positions quelconques qu'il y ait par rapport à un plan de situation aussi quelconque.

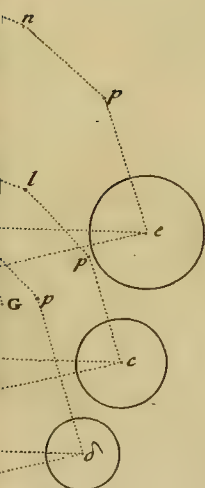
FIG. VI. 1°. Si tous les poids sont d'un même côté de ce plan; le produit de la somme de tous ces poids multipliée par celle des paralleles quelconques precedentes (soit droites, soit courbes semblables) qui passera par le centre commun de gravité de tous ces poids, sera toûjours (*nomb. 1. des coroll. 1. 2. 5. & art. 1. du corol. 4.*) égal à la somme des produits faits chacun de chacun de tous ces poids multiplié par celle des paralleles semblables qui passera par son centre particulier de gravité.

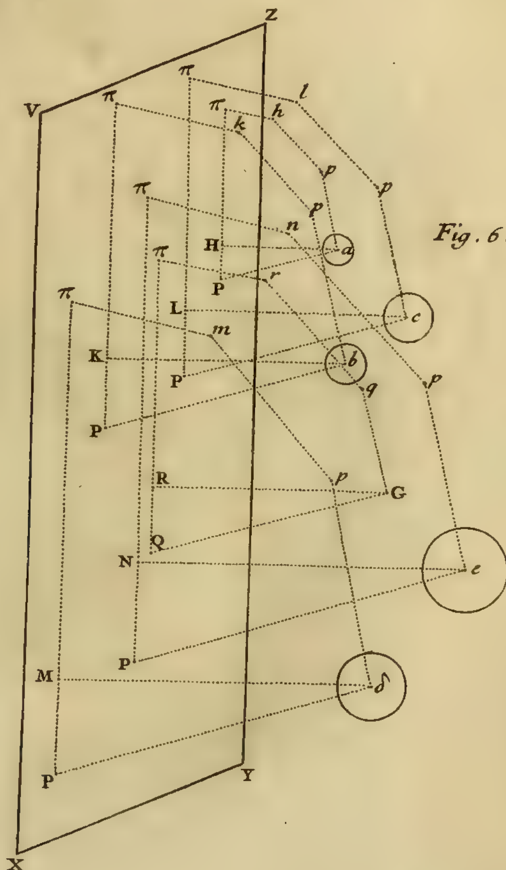
FIG. VII. 2°. Si une partie quelconque de ces poids est d'un côté de ce plan, & le reste de l'autre; le produit de la somme de tous ensemble multipliée par celle des paralleles precedentes (soit droites, soit courbes semblables) qui passera par le centre commun de gravité de tous ces poids, sera toûjours (*nomb. 2. des corol. 1. 2. 5. & art. 2. du corol 4.*) égal à la difference ou à l'excès dont la somme des produits faits de chacun de ce qu'il y aura de ces poids du côté du centre commun de gravité de tous, multiplié par celle des paralleles semblables qui passera par son centre particulier de gravité, surpassera la somme des produits faits de même de chacun de ce qu'il y aura de poids de l'autre côté du plan, multiplié par celle des paralleles semblables qui passera par son centre particulier de gravité.

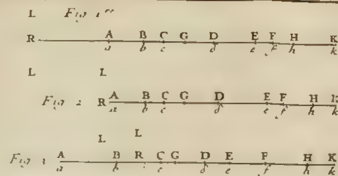
Les coroll. 1. 2. 4. 5. auroient servi de même à prou-

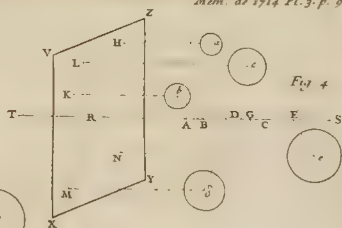

Z
V
H
a
L
c
K
b
T
R
A
B
D
G
C
E
S
N
e
Y
M
δ
X
Fig. 4.

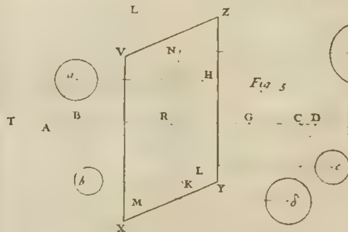

e
C
D
E
S
c
δ

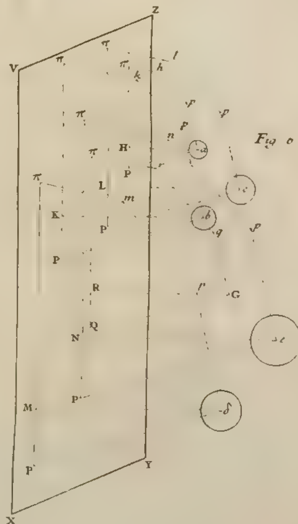

n
p
l
e
p
G
p
c
δ

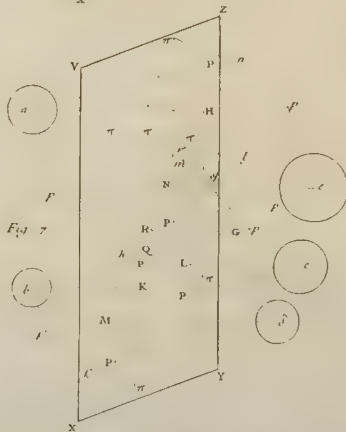

Z
V
π
l
h
k
p
p
p
n
Fig. 6.
H
a
P
r
L
c
m
K
b
P
q
p
P
R
p
G
Q
N
e
P
M
δ
P
Y
X


Fig. 1re
L
R A B C G D E F H K
a b c δ e f h k
L L
Fig. 2 R A B C G D E F H K
a b c δ e f h k
L L
Fig. 3 A B R C G D E F H K
a b c δ e f h k


Fig. 4
V Z H L K T R N M X Y
A B D G C E S


Fig. 5
L V Z N H R T A B G C D E S L K M X Y


Fig. 6
V Z X Y H L K P R Q N M G


Fig. 7
V Z X Y H N R Q P L K M G

Berey sculp

ver que tout cela seroit encore vrai, quelqu'autre disposition entr'eux qu'on eut donné aux plans QRG, PHa, PKb, PLc, PMδ, PNe, &c. *perpendiculaires à* VXYZ, *en les faisant tourner autour de leurs axes fixes* RG, Ha, Kb, Lc, Mδ, Ne, &c. *perpendiculaires* (hyp.) *à ce même plan* VXYZ. *Mais le parallelisme qu'on vient de supposer de ces autres plans entr'eux, nous suffit pour les Regles que nous avons ici en vûë par rapport à la Geometrie.*

COROLLAIRE VII.

Soient encore tant de poids quelconques *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, &c. qu'on voudra, lesquels se meuvent suivant des paralleles quelconques (on n'exprime point ici celles qui seroient de differens côtés du plan, les Figures en étant aisées à imaginer sur la Fig. 7. outre que la varieté des cas augmenteroit trop le nombre de celles-ci : l'art. 2. de ce corollaire-ci y suppléera.) *AP*, *BP*, *CP*, *DP*, *EP*, &c. droites ou courbes semblables, rencontrées en *P*, *P*, &c. par un plan *VXYZ* de situation aussi quelconque. Soit *G* le centre commun de gravité de tous ces poids disposés à volonté en *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, &c. lequel on sçait devoir se mouvoir avec eux suivant une ligne *GR* semblable & parallele à celles suivant lesquels les poids de son côté par rapport au plan *VXYZ*, sont supposés mus lorsqu'ils sont de differens côtés de ce plan, & à toutes celles que suivent tous les poids lorsqu'ils sont tous d'un même côté de ce plan, comme dans les Fig. 8. 9. 10. 11. qui suffisent pour les autres qu'il est aisé d'imaginer sur la Fig. 7. Fig. VIII. IX. X. XI.

I. Soient tous ces poids d'un même côté du plan *VXYZ* comme dans les Fig. 8. 9. 10. 11. duquel ils s'approchent ou s'éloignent tous comme dans les Fig. 8. 9. ou en partie comme dans les Fig. 10. 11. en passant de *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, &c. en *a*, *b*, *c*, *δ*, *e*, &c. avec leur centre commun de gravité de *G* en *g* : ou en passant de *a*, *b*, *c*, , *e*, &c. en *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, &c. avec leur centre commun de gravité de *g* en *G* : tout cela de maniere qu'ils parcou- Fig. VIII. IX. X. XI.

rent tous des arcs semblables Aa, Bb, Cc, $D\delta$, Ee, &c. ou des lignes droites quelconques de ces noms, parties des paralleles precedentes.

Le nomb. 1. du precedent corol. 6. donnera non-seulement $\overline{A+B+C+D+E+\&c.}\times RG = A\times PA + B\times PB + C\times PC + D\times PD + E\times PE +$ &c. lorsque les poids seront en A, B, C, D, E, &c. & leur centre commun de gravité en G; mais encore $\overline{a+b+c+\delta+e+\&c.}\times Rg = a\times Pa + b\times Pb + c\times Pc$ $\delta\times P\delta + e\times Pe +$ &c. ou (à cause qu'on suppose ici $A=a$, $B=b$, $C=c$, $D=\delta$, $E=e$, &c.) $\overline{A+B+C+D+E+\&c.}\times Rg = A\times Pa + B\times Pb + C\times Pc + D\times P\delta + E\times Pe +$ &c. lorsque ces mêmes poids seront en a, b, c, δ, e, &c. & leur centre commun de gravité en g. Donc

Fig. VIII. IX. 1°. Soit que ces poids s'approchent tous du plan $VXYZ$ en passant de A, B, C, D, E, &c. en a, b, c, δ, e, &c. avec leur centre de gravité commun de G en g; ou qu'ils s'éloignent tous de ce plan en passant au contraire de a, b, c, δ, e, &c. en A, B, C, D, E, &c. avec leur centre de gravité commun de g en G: le tout comme dans les Fig. 8. 9. qui ont $Gg = RG - Rg$: l'on aura toûjours $\overline{A+B+C+D+E+\&c.}\times Gg = A\times\overline{PA-Pa} + B\times\overline{PB-Pb} + C\times\overline{PC-Pc} + D\times\overline{PD-P\delta} + E\times\overline{PE-Pe} + \&c = A\times Aa + B\times Bb + C\times Cc + D\times D\delta + E\times Ee +$ &c. C'est-à-dire, que le produit de la somme de tous les poids, multipliée par le chemin que leur centre commun de gravité aura parcouru, sera toûjours ici égal à la somme de tous les produits faits de chacun de tous ces poids multiplié par le chemin qu'il aura aussi parcouru.

Fig. X. XI. 2°. Si une partie des poids, comme A, B, D, &c.

s'approche du plan *VXYZ* en paſſant de *A*, *B*, *D*, &c. en *a*, *b*, δ, &c. pendant que l'autre partie *C*, *E*, &c. s'éloigne de ce plan en paſſant de *C*, *E*, &c. en *c*, *e*, &c. ſoit que le centre commun de gravité de tous s'approche ou s'éloigne de ce même plan en paſſant ainſi de *G* en *g*, comme dans les Fig. 10. 11. qui ont $Gg = RG - Rg$ dans le premier cas, & $Gg = Rg - RG$ dans le ſecond : l'on aura dans le premier cas $\overline{A + B + C + D + E + \&c.} \times Gg = A \times \overline{PA - Pa} + B \times \overline{PB - Pb} + C \times \overline{PC - Pc} + D \times \overline{PD - P\delta} + E \times \overline{PE - Pe} + \&c. = A \times Aa + B \times Bb + D \times D\delta + \&c. - C \times Cc - E \times Ee - \&c.$ Et dans le ſecond cas, $\overline{A + B + C + D + E + \&c.} \times Gg = A \times \overline{Pa - PA} + B \times \overline{Pb - PB} + C \times \overline{Pc - PC} + D \times \overline{P\delta - PD} + E \times \overline{Pe - PE} + \&c. = - A \times Aa - B \times Bb - D \times D\delta - \&c. + C \times Cc + E \times Ee + \&c.$ C'eſt-à-dire, pour les deux cas enſemble, que le produit de la ſomme de tous les poids multipliée par le chemin de leur centre commun de gravité, ſera toûjours ici égal à la difference ou à l'excès dont la ſomme des produits faits des poids mus en même ſens que ce centre commun de gravité de tous, multipliés chacun par le chemin qu'il aura ainſi parcouru, ſurpaſſera la ſomme des produits faits de même de tous les autres poids multipliés chacun par le chemin qu'il aura parcouru en ſens contraire à celui-là.

II. Si l'on imagine preſentement un autre plan (appellé *T* pour abreger nos expreſſions, & pour épargner les figures aiſées à imaginer ſur la fig. 7.) different de *VXYZ*, placé comme l'on voudra entre les poids *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, &c. Leſquels ſe meuvent comme dans le precedent art. 1. c'eſt-à-dire, de part & d'autre duquel ces poids ſoient repandus à volonté, & mus comme dans cet art. 1. on verra, Fig. VIII. IX. X. XI.

FIG. VIII. IX. 1°. Que lorſque ces poids *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, &c. s'approcheront tous du plan *VXYZ*, ou qu'ils s'en éloigneront tous, comme dans le nomb. 1. du precedent art. 1. fig. 8. 9. tous ceux d'un côté de l'autre plan mediaire *T* s'en approcheront, & tous les autres du coté oppoſé s'en éloigneront. Par conſequent (*art. 1. nomb. 1.*) dans un tel mouvement de tous ces poids par rapport au plan mediaire *T* qui n'y change rien, le produit de leur ſomme multipliée par la longueur du chemin que leur centre commun de gravité aura parcouru, ſeroit encore toûjours ici égal à la ſomme des produits de chacun de tous ces poids, multiplié par la longueur du chemin qu'il aura auſſi parcouru comme dans le nomb. 1. de l'art. 1.

FIG. X. XI. 2°. Lorſqu'une partie des poids s'approchera du plan *VXYZ*, & que l'autre partie s'en éloignera, comme dans le nomb. 2. de l'art. 1. Fig. 10. 11. de quelque maniere que l'on ſuppoſe le plan mediaire *T* entre ces poids, ſoit que tous ceux qui ſont de chaque côté de lui, s'en approchent ou s'en éloignent ; ſoit auſſi qu'il y en ait de chaque coté qui s'approchent de lui pendant que d'autres du méme coté s'en éloignent; ſoit enfin que tous ceux d'un coté s'en approchent ou s'en éloignent, & qu'entre ceux de l'autre côté il y en ait qui s'en éloignent & d'autres qui s'en approchent : tout cela ſe paſſant (*hyp.*) d'un ſeul coté du plan *VXYZ*, duquel une partie de ces poids s'approchera pour lors pendant que l'autre partie s'en éloignera comme dans le nomb. 2. de l'art. 1. Ce nomb. 2. de l'art. 1. fait voir que dans de tels mouvemens de tous ces poids par rapport au plan mediaire *T* qui n'y change rien, le produit de leur ſomme multipliée par la longueur du chemin que leur centre commun de gravité aura parcouru, ſera encore toûjours ici égal à la difference ou à l'excès dont la ſomme des produits faits des poids mûs en même ſens que ce centre commun de gravité de tous, multipliés chacun par le chemin qu'il aura parcouru, ſurpaſſera la ſomme des produits faits de même de tous les autres

tres poids multipliés chacun par le chemin qu'il aura parcouru en ſens contraire à celui-là comme dans le nomb. 2. de l'art. 1.

Le ſecond des deux articles precèdens, qu'on voit déduit du premier, pourroit ſe démontrer immediatement par le moyen du nombre 2. du corol. 6. comme le premier de ces deux articles l'a été par le nomb. 1. de ce même corol. 6. Mais cela nous auroit engagé à un trop grand nombre de Figures pour exprimer tous les cas de ce ſecond article qui comprend toutes les varietés du mouvement ſuivant des paralleles à la maniere du corol. 6. tant droites que courbes ſemblables, tant des poids quelconques qui en nombre quelconque, ſeroient de part & d'autre du plan mediaire T, *que de leur centre commun de gravité : ſçavoir quand tous ces poids ou quelques-uns ſeulement s'éloignent ou s'approchent de ce plan, & quand leur centre commun de gravité s'en éloigne ou s'en approche ſans le traverſer ou en le traverſant. Tout cela, dis-je, nous auroit engagé à un trop grand nombre de Figures qu'il eſt aiſé d'imaginer ſur la Fig. 7. & d'appliquer au nomb. 2. du corol. 6. outre qu'elles deviennent inutiles à la démonſtration du ſecond des deux articles precedens en le déduiſant du premier, comme on vient de le faire ſans autres Figures que celles de cet art. 1.*

COROLLAIRE VIII.

Les plans qu'on a ſuppoſé juſqu'ici, n'ayant ſervi qu'à la démonſtration de ce qu'on vient de voir des mouvemens precedens ſans rien contribuer à ces mouvemens ; ſi l'on ôte preſentement ces plans, le precedent corol. 7. fera voir que de quelque maniere que tant de poids quelconques qu'on voudra, ſe meuvent ſuivant des paralleles quelconques, ſoit droites, ſoit *courbes* ſemblables.

1° Si ces poids ſe meuvent tous en même ſens, c'eſt-à-dire, vers le même côté ; le produit de leur ſomme multipliée par la longueur du chemin que leur centre commun de gravité aura parcouru, ſera toûjours égal à la

somme des produits faits de tous ces poids multipliés par les longueurs des chemins qu'ils auront alors parcourus, chacun par la longueur du sien.

2°. Si ces poids se meuvent les uns en un sens, & les autres en sens directement contraire ; le produit de la somme de tous ces poids ensemble multipliée par la longueur du chemin que le centre commun de gravité de tous aura parcouru, sera toûjours égal à la difference ou à l'excès dont la somme des produits faits des poids mus vers le même côté que le centre commun de gravité de tous, multipliés chacun par la longueur du chemin qu'il aura parcouru, surpassera la somme des produits faits de même de chacun des autres poids mus en sens directement contraire, multiplié par la longueur du chemin qu'il aura parcouru en cet autre sens. D'où l'on voit que si cette difference se trouve nulle, c'est-à-dire, si ces deux dernieres sommes de produits sont égales entr'elles ; le centre commun de gravité de tous les poids sera toûjours demeuré en repos pendant tous les mouvemens contraires qu'on leur suppose ici.

3°. Si quelques-uns des poids precedents demeurent en repos pendant que les autres se meuvent, soit en même sens comme dans le nomb. 1. soit en sens contraires comme dans le nomb. 2. les longueurs des chemins de ces poids en repos se trouvant alors nulles ou zero dans l'un & l'autre de ces nomb. 1. 2. il suit de chacun d'eux que ces poids en repos, n'entreront alors que dans le produit fait de la somme de tous les poids multipliée par la longueur du chemin que le mouvement des autres aura fait parcourir au centre commun de gravité de tous, & nullement dans les autres produits faits de chaque poids multiplié par la longueur du chemin particulier qu'il aura parcouru ; puisque cette longueur nulle dans chaque poids en repos, en rendroit aussi le produit par elle nul ou zero dans chacun des precedens nomb. 1. 2.

COROLLAIRE IX.

I. Cela étant, si l'on prend les élemens tant des lignes que des surfaces pour autant de poids de pesanteurs proportionelles à ces élemens, & qu'on imagine ceux *MN* d'une ligne quelconque *APB*, ou ceux *MNNM* de la surface qu'elle renferme; se mouvoir ensemble ou séparément en même sens, par exemple, vers *apb* suivant des lignes paralleles *Mm* ou *Nn* (droites comme dans la Fig. 12. ou courbes, par exemple, circulaires semblables de centres placés sur l'axe *LL* de rotation comme dans la Fig. 13.) ausquelles ces élemens soient toûjours perpendiculaires; & que pendant leurs mouvemens jusqu'en *mn* ou en *mnnm*, le centre de gravité *G* de la ligne *APB* ou de la surface qu'elle renferme, se meuve de *G* en *g*, suivant la ligne *Gg* (droite, ou courbe semblable) parallele à celles-là, quelle que soit dans la Fig. 12. la ligne *apb* ou la surface *apba*, semblable ou non, parallele ou non à la generatrice *APB* ou *APBA*. Fig. XII. XIII.

1°. La ligne *APB*, dont on suppose que *G* est le centre de gravité, étant la somme de tous les poids élementaires *MN* qui la composent, le nomb. 1. du precedent corol. 8. donnera toûjours ici $APB \times Gg = \int MN \times Mm = \int MmnN =$ à la surface *APBbpaA* qui est la somme de tous les élemens superficiels *MmnN* tracés par chacun des élemens lineaires *MN* de la ligne *APB* pendant que le centre *G* de gravité de cette ligne parcourt *Gg*. Donc cette surface ainsi tracée entre les lignes *APB*, *apb*, par tous les élemens de la ligne quelconque *APB*, est toûjours égale au produit de cette même ligne generatrice *APB* multipliée par la longueur *Gg* du chemin que parcourt alors le centre de gravité *G* de cette ligne, c'est-à-dire, égale à un parallelogramme d'une base égale à cette ligne generatrice *APB*, & d'une hauteur égale au chemin *Gg* de son centre de gravité *G*.

FIG. XIII. Il en ſera de même de la ſurface *C S D δ s c* tracée par les élemens *E F* de la ligne quelconque *C S D*, mus tous en même ſens vers *c s δ* ſuivant des paralleles courbes ſemblables, par exemple, circulaires *Ee* ou *Ff*, de centres placés ſur l'axe *L L* de rotation dans la Fig. 13. auſquelles paralleles ces élemens *E F* ſoient toûjours perpendiculaires. Car ſi l'on prend *H* pour le centre de gravité de cette nouvelle ligne quelconque *C S D*, lequel ait parcouru *Hh* pendant que les élemens *E F* de cette ligne ont parcouru chacun ſon *E e* ou ſon *Ff*; le même nomb. 1. du precedent corol. 8. donnera pareillement ici $CSD \times Hh = \int Ee \times EF = \int EefF =$ à la ſurface *C S D δ s c* compriſe entre les lignes *C S D*, *c s δ*, laquelle ſera encore ainſi égale au produit de la ligne generatrice *C S D* multipliée par le chemin *Hh* que ſon centre de gravité *H* aura parcouru pendant que ſes élemens *E F* traçoient cette ſurface.

FIG. XII. XIII. 2°. Si l'on prend preſentement *G* pour le centre de gravité de la ſurface plane *A P B A* renfermée dans la ligne quelconque *A P B*; cette ſurface étant la ſomme des poids élementaires *M N N M* qui la compoſent, le nomb. 1. du precedent corol. 8. donnera encore ici $APBA \times Gg = \int MNNM \times Mm =$ au ſolide *A P B A a p b B* compris entre les ſurfaces planes *A P B A*, *a p b a*, qui eſt la ſomme de tous les élemens ſolides $MNNM \times Mm$ tracés chacun par chacun des élemens *M N N M* de la ſurface generatrice *A P B A* pendant que le centre *G* de cette ſurface décrit *Gg*. Donc le ſolide ainſi tracé par les élemens de cette ſurface plane quelconque, eſt toûjours égal au produit de cette même ſurface multipliée par la longueur *G g* que le centre de gravité *G* de cette ſurface generatrice parcourt : c'eſt-à-dire, égal à un cilindre qui auroit cette ſurface generatrice *A P B A* pour baſe, & ſa hauteur = *Gg*.

FIG. XIII. Il en ſera de même du ſolide *C S D C c s δ D* tracé par les élemens *E F F E* de la ſurface plane quelconque

CSDC mus tous vers *csδc* ſuivant des paralleles courbes ſemblables, par exemple, circulaires *Ee* ou *Ff* de centres placés ſur l'axe *LL* de rotation dans la Fig. 13. auſquelles paralleles ces élemens ſoient toûjours perpendiculaires. Car ſi l'on prend *H* pour le centre de gravité de cette ſurface generatrice *CSDC*, lequel ait parcouru *Hh* pendant que les élemens *EFFE* de cette ſurface ont parcouru chacun ſon *Ee* ou *Ff*; le même nomb. 1. du precedent corol. 8. donnera pareillement ici $CSDC \times Hh = \int EFFE \times Ee =$ au ſolide *CSDCcsδD* compris entre les ſurfaces planes *CSDC*, *csδc*, lequel ſera encore ainſi égal au produit de la ſurface *CSDC* multipliée par le chemin *Hh* que ſon centre de gravité *H* aura parcouru pendant que ſes élemens *EFFE* traçoient ce ſolide.

II. Si preſentement on ſuppoſe dans la Fig. 13. que les deux lignes quelconques *APB*, *CSD*, ou les ſurfaces planes *APBA*, *CSDC*, qu'elles renferment en même plan, (ſoit que ces deux lignes ſoient parties d'une même ou de differentes lignes) ſe meuvent en ſens contraires, la premiere de *G* vers *g*, & la ſeconde de *H* vers *h*, autour d'un même axe *LL* placé & demeurant fixe entr'elles en *QR* dans leur plan commun; par rapport auquel axe *LL* ſoit du côté de la premiere de ces deux lignes *APB*, *CSD*, ou de ces deux ſurfaces *APBA*, *CSDC*, leur centre commun *K* de gravité: les élemens *MN*, *EF*, de ces deux lignes, ou ceux *MNNM*, *EFFE*, de ces deux ſurfaces, regardés comme autant de poids de peſanteurs proportionnelles à ces élemens, décrivant enſemble de chaque côté de l'axe *LL*, des parallelles circulaires ſemblables *Mm*, *Ee*, auſquelles ils ſont toûjours perpendiculaires, chacun à la ſienne, pendant que le centre commun *K* de gravité de ces deux lignes *APB*, *CSD*, ou de ces deux ſurfaces *APBA*, *CSDC*, décrit la ligne *Kk* circulaire ſemblable & parallele aux premieres *Mm*, *Ee*, à la maniere du corol. 6. Fig. XIII.

1°. En prenant ainſi *K* pour le centre commun de gravité des deux lignes *APB*, *CSD*, le nomb. 2. du precedent corol. 8. donnera ici $\overline{APB + CSD} \times Kk = \int MN \times Mm - \int EF \times Ee = APBbpaA - CSD\delta scC$; c'eſt-à-dire, que le produit de la ſomme des deux lignes *APB*, *CSD*, multipliée par la longueur *Kk* du chemin que leur centre commun *K* de gravité aura parcouru pendant qu'elles décrivoient comme ci-deſſus les ſurfaces rondes *APBbpaA*, *CSDδscC*, ſera toûjours égal à l'excès dont la ſeconde de ces deux ſurfaces, compriſe entre les lignes *CSD*, *csδ*, ſera ſurpaſſée par la premiere compriſe entre les lignes *APB*, *apb*, du côté deſquelles eſt (*hyp.*) le centre commun *K* de gravité des deux lignes generatrices *CSD*, *APB*, de ces deux ſurfaces rondes.

2°. Si l'on prend preſentement *K* pour le centre commun de gravité des deux ſurfaces planes *APBA*, *CSDC*, renfermées dans ces deux lignes *APB*, *CSD*; le même nomb. 2. du precedent corol. 8. donnera pareillement ici $\overline{APBA + CSDC} \times Kk = \int MNNM \times Mm - \int EFFE \times Ee =$ à l'excès dont le ſolide rond compris entre les deux ſurfaces planes *CSDC*, *csδc*, ſera ſurpaſſé par le ſolide rond compris entre les ſurfaces planes *APBA*, *apba*, du côté deſquelles eſt (*hyp.*) le centre commun *K* de gravité des deux generatrices *CSDC*, *APBA*, de ces deux ſolides ronds.

COROLLAIRE X.

FIGURE XIV. Soit encore *G* le centre de gravité d'une courbe quelconque *ACNB* concave d'un ſeul côté, lequel centre décrive l'arc *GFg* pendant que cette courbe ſe développe de *A* vers *D*, & que ſon point *A* décrit la courbe *AMD*, juſqu'à ce qu'il ſoit en *D*, & elle en ligne droite *DB* qui la touche en ſon autre extremité *B*; ſoit qu'elle ſoit cour-

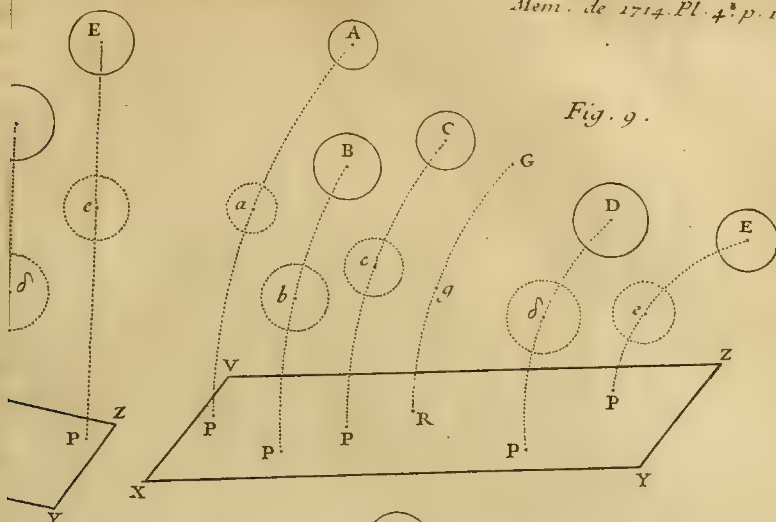


Fig. 9.

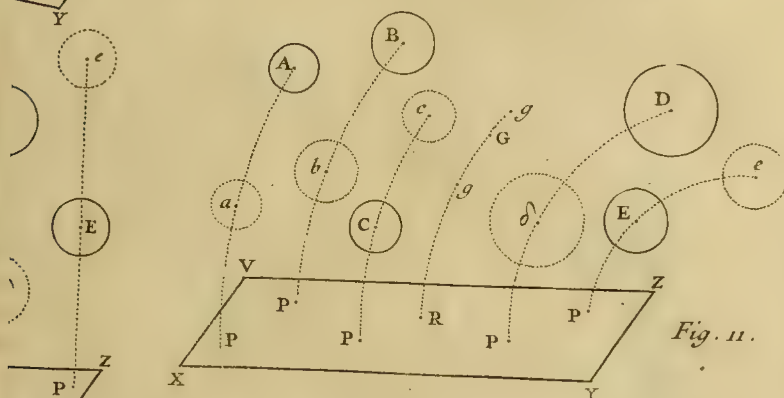


Fig. 11.

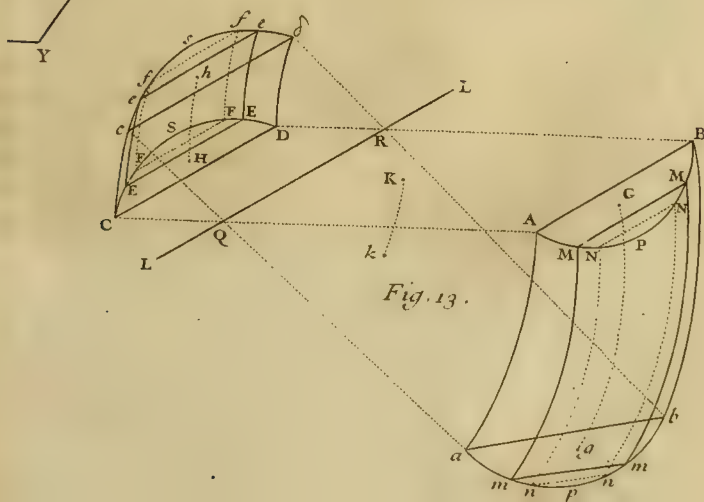
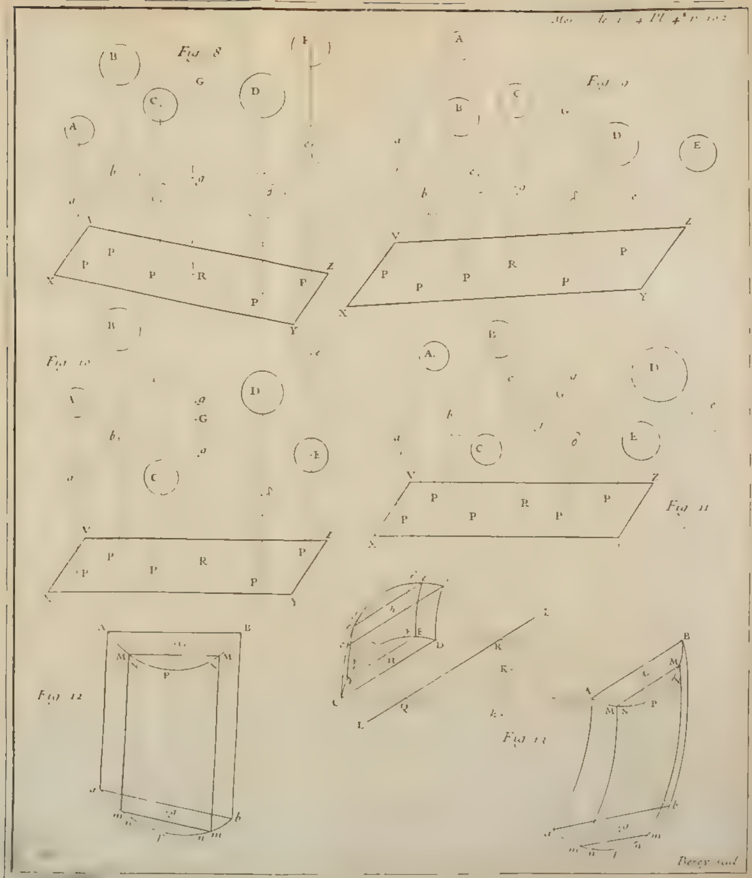


Fig. 13.



be dans toute sa longueur *ACNB*, ou qu'elle soit faite d'une partie courbe quelconque *CNB*, & d'une portion aussi quelconque *CA* de sa tangente en *C*.

Il suit aussi des nomb. 1. 3. du corol. 8. que l'aire ou la surface plane *BNCAMDB* que cette ligne courbe *ACNB* tracera pendant un tel développement, sera toûjours égale au produit *ACNB* × *GFg* de cette ligne *ACNB* multipliée par la longueur *GFg* que son centre de gravité *G* parcourera pour lors : c'est-à-dire, que cette surface *BNCAMDB* sera toûjours égale à un parallelogramme qui auroit sa base = *ACNB*, & sa hauteur = *GFg*; ainsi que M. Leibniz l'a dit dans les Actes de Leipsik de 1695. pag. 194. sans le démontrer.

Pour le voir soit *NM* la position d'un arc ou d'une portion quelconque *ACN* de cette ligne courbe *ACNB* developpée depuis *A* jusqu'en *N*, & *H* le centre de gravité de son reste *NB* à développer. Il est visible que le centre de gravité de ce premier arc *ACN* ainsi redressé en *MN* touchante en *N* de la courbe *ACNB*, sera pour lors au milieu *E* de cette droite *MN*; & consequemment que le centre de gravité de cette courbe *ACNB* ainsi changée en *MNB*, sera pour lors au point *F* où la droite *HE* coupera le chemin *Gg* que le centre de gravité *G* de la premiere position *ACNB* de cette courbe décrira pendant le développement entier de cette même courbe jusqu'en *DB*. Concevons presentement que cette courbe *BCNB* déja arrivée en *MNB*, continuë de se développer jusqu'en *mn* infiniment proche de *MN*: la difference infiniment petite *Nn* des arcs *BN*, *Bn*, de la même courbe, leur laissant le même centre *H* de gravité ; le passage du centre de gravité *E* de la droite *MN* en celui de *e* milieu de l'infiniment voisine *mn*, a dû faire passer du point *F* en celui *f* d'intersection de la droite *He* & de l'arc *Gg*, le centre de gravité *G* de la courbe entiere *ACNB*, qu'on vient de voir être passé en *F* lorsque cette courbe s'est trouvée en *MNB*. Donc pendant que le centre *E* de-

gravité de l'arc ACN redressé en MN, a parcouru l'élement Ee, le centre de gravité F de la courbe entiere en MNB a parcouru l'élement Ff de l'arc Gg que le centre de gravité G de cette courbe en $ACNB$ doit parcourir pendant le développement entier de cette même courbe jusqu'en DB. Or de ce que les points F, f, sont ainsi les centres de gravité des Leviers HE, He, chargés en E, e, des lignes égales MN, mn; & en H, des arcs égaux NB, nB: l'on aura par-tout ici $FH . FE :: MN . NB :: mn . nB :: fH . fe$. Par consequent les chemins élementaires Ee, Ff, correspondans seront ici toûjours paralleles entr'eux & en même sens. Donc (*corol. 8. nomb. 1. 3.*) $MN \times Ee = MNB \times Ff = ACNB \times Ff$. Donc aussi (en integrant) $ACNB \times GF = \int MN \times Ee = \int MNm = ACNM$. Par consequent $ACNB \times GFg = BNCAMDB$ lorsque le développement entier de la courbe quelconque $ACNB$ jusqu'en sa touchante DB, lui a fait tracer l'aire entiere $BNCAMDB$ en faisant passer le centre de gravité G de cette courbe le long de l'arc GFg en g sur la même droite DB. D'où l'on voit que cette aire $BNCAMDB$ ainsi tracée est toûjours égale au produit de la ligne developpée $ACNB$ qui la trace, multipliée par la longueur GFg du chemin que fait alors le centre de gravité G de cette ligne courbe $ACNB$; ainsi que M. Leibniz l'avoit dit, & qu'il le falloit démontrer.

COROLLAIRE XI.

FIGURE XIV. Voici la même chose pour la mesure des corps ou solides que des surfaces ou des lames roulées cylindriquement, c'est-à-dire, en goutieres ou en tuyaux, traceroient en se déroulant à la maniere du développement precedent. Mais pour éviter la multiplicité & l'embarras des lignes qui ne manqueroient pas de causer ici de la confusion, imaginons presentement que la courbe quelconque $ACNB$ est le profil d'une telle surface ou lame ainsi roulée autour d'un cylindre droit qui eut pour base perpendiculaire l'aire plane

plane comprise dans la concavité de cette courbe ; & que l'aire *BNCAMD* tracée par le développement de cette même courbe, est le profil du solide cylindrique que traceroit perpendiculairement sur cette base *BNCAMD* une telle lame *ACNB* en se déroulant jusqu'à devenir plane en *DB* qui en seroit de même alors le profil par rapport à un œil toujours placé dans une perpendiculaire au plan *BNCAMD*, & infiniment éloigné de lui.

Soit presentement *G* le centre de gravité de cette lame roulée *ACNB*, lequel trace l'arc *GFg* pendant qu'elle se déroule jusqu'en *DB*; & *H* le centre de gravité de sa partie *NB* restante à dérouler lorsque son autre partie *NCA* l'est en *NM* dont *E* soit le centre de gravité. Si l'on imagine que cette même lame continuë à se dérouler jusqu'en *nm* qui ait aussi *e* pour son centre de gravité, & si peu que les plans *MN*, *mn*, jusqu'ausquels les parties *ACN*, *ACn*, de cette lame *ACNB* se trouvent ainsi déroulées, soient infiniment proches l'un de l'autre ; les droites *HE*, *He*, qui doivent rencontrer l'arc *Gg* aux points *F*, *f*, où le centre de gravité de la lame entiere se trouvera pour lors, feront voir que pendant que cette lame *ACNB* a passé de *MNB* en *mnB*, & que le centre de gravité *E* de sa partie redressée en *MN* a ainsi passé de *E* en *e* le long de l'élement *Ee*, le centre de gravité *G* de cette lame entiere *ACNB* a dû aussi passer en même sens de *F* en *f* le long de l'élement *Ff* de l'arc *Gg*.

Donc (*corol. 8. nomb. 1. 3.*) $MN \times Ee = MNB \times Ff = ACNB \times Ff$: c'est-à-dire, que le petit solide quelconque élementaire *MNm* que la portion *MN* de la lame *MNB* a tracé en passant de *MN* en *mn*, est par-tout égal au produit de cette lame entiere multipliée par le chemin *Ff* alors parcouru par son centre de gravité. Donc, en integrant, le solide cylindrique entier (somme de tous ces petits solides élementaires) tracé perpendiculairement sur la base *BNCAMD* par le déroulement de la lame entiere *ACNB* jusqu'à devenir plane en *DB*, sera aussi

toûjours égal au produit de cette lame entiere multipliée par le chemin *GFg* (somme des élemens *Ff*) que son centre de gravité *G* aura pour lors parcouru, conformément à ce qui vient d'être démontré de la mesure de l'aire *BNCAMD* dans le precedent corol. 10.

COROLLAIRE XII.

FIGURES XV. XVI. XVII. XVIII. XIX. XX. XXI. Soient presentement sur un même plan deux arcs *AB*, *CB*, d'une même ou de differentes courbes quelconques, touchées en *B*, *B*, par une même ou par deux droites *BD*, *BE*, & chacun d'une seule concavité; desquels arcs *AB*, *CB*, soient *G*, *H*, les centres particuliers de gravité, qui pendant les développemens de ces arcs, commencés en *A*, *C*, jusqu'à leurs tangentes *B D*, *B E*, décrivent les paralleles semblables *Gg*, *Hh*, définies dans le corol. 6. Soit *K* le centre commun de gravité de ces deux arcs *AB*, *CB*, pris ensemble, lequel devant toûjours se trouver sur la droite qui joindra leurs centres particuliers *G*, *H*, de gravité, sera d'abord sur la droite *GH*, d'où il passera en *k* suivant l'arc *Kk* sur la droite *gh* pendant que ces deux-là passeront en *g*, *h*, suivant les paralleles semblables *Gg*, *Hh*, sur les touchantes *BD*, *BE*, des arcs *AB*, *CB*, ausquels ils appartiennent; & cet arc *Kk* sera toûjours parallele semblable à celui des deux opposés semblables duquel il sera le plus près, par exemple, ici à *Gg*, si l'arc *AB* est plus grand que *CB*. Cela posé,

FIGURES XV. XVI. XVII. I. Si les deux arcs *A B*, *C B*, ont leurs cavités tournées d'un même côté sur un même plan, ensorte que pendant leurs développemens leurs centres particuliers *G*, *H*, de gravité, & leur commun *K*, se meuvent en même sens; le corol. 10. joint aux nomb. 1. 3. du corol. 8. donnera $\overline{AB+CB} \times Kk = ABD + CBE$: c'est-à-dire, que la somme des aires *A B D*, *C B E*, que les deux arcs *A B*, *C B*, traceront par leurs développemens en même sens, commencés en *A*, *C*, jusqu'à leurs touchantes *B D*,

BE, fera toûjours ici égale au produit de la ſomme $AB + CB$ de ces deux arcs, multipliée par le chemin Kk que leur centre commun K de gravité aura pour lors parcouru.

Car le corol. 10. fait voir que l'on aura toûjours ici $AB \times Gg = ABD$, & $CB \times Hh = CBE$. Or (*corol. 8. nomb. 1. 3.*) $AB \times Gg + CB \times Hh = \overline{AB + CB} \times Kk$. Donc on aura toûjours ici $\overline{AB + CB} \times Kk = ABD + CBE$, ainſi qu'on le vient de dire.

II. Si les deux arcs AB, CB, ont leurs concavités tournées vers des côtés oppoſés ſur un même plan, comme ceux d'une courbe torſe ou rebrouſſée, enſorte que pendant leurs développemens leurs centres particuliers G, H, de gravité ſe meuvent en ſens contraires; le corol. 10. joint au nomb. 2. 3. du corol. 8. donnera preſentement $\overline{AB + CB} \times Kk = ABD - CBE$: c'eſt-à-dire que la difference ou l'excès dont l'aire ABD du côté de laquelle on ſuppoſe le centre commun K de gravité des deux arcs AB, CB, ſurpaſſera l'autre aire CBE, ſera toûjours égal au produit de la ſomme $AB + CB$ de ces deux arcs, multipliée par le chemin Kk que leur centre commun K de gravité aura parcouru pendant que ces deux arcs AB, CB, ont tracé ces aires ABD, CBE, par leurs développemens en ſens contraires commencés en A, C, juſqu'à leurs tangentes BD, BE. FIGURES XVIII. XIX. XX. XXI.

Car le corol. 10. fait encore voir ici toûjours $AB \times Gg = ABD$, & $CB \times Hh = CBE$. Donc les nomb. 2. 3. du corol. 8. y donnant $\overline{AB + CB} \times Kk = AB \times Gg - CB \times Hh$, l'on y aura auſſi toûjours $\overline{AB + CB} \times Kk = ABD - CBE$, ainſi qu'on le vient d'avancer.

COROLLAIRE XIII.

Si l'on prend preſentement, comme dans le corol. 11. les arcs AB, CB, pour les profils de deux lames ou ſur- FIG. XV. XVI. XVII.

FIGURES XVIII. XIX. XX. XXI. faces ainſi courbées ou roulées en goutieres ou en tuyaux perpendiculaires au plan commun de ces deux arcs *AB*, *CB*; & les tangentes *BD*, *BE*, de ces deux arcs pour les profils des plans touchans de ces deux tuyaux en des lignes droites dont *B*, *B*, ſont auſſi les profils : le tout, dis-je, comme dans le corol. 11. Si de plus on prend *G*, *H*, pour les centres particuliers de gravité de ces deux lames *AB*, *CB*, & *K* pour leur centre commun de gravité; leſquels centres *G*, *H*, *K*, de gravité décrivent les arcs paralleles ſemblables *Gg*, *Hh*, *Kk*, définis dans le corol. 6. pendant les développemens ou déroulemens de ces deux lames *AB*, *CB*, commencés en *A*, *C*, juſqu'à leurs plans touchans *BD*, *BE*, leſquelles lames décriront ainſi les corps ſolides cylindriques rectangles *ABD*, *CBE*, dont les profils & les baſes ſont les aires de ces noms, que les lignes courbes *AB*, *CB*, profil de ces lames, décrivoient dans le precedent corol. 12. en s'y développant de même : tout le reſte demeurant ici le même que dans le corol. 12. ce que le corol. 10. joint au corol. 8. a donné là en aires planes *ABD*, *CBE*, le corol. 11. joint à ce corol. 8. le donnera de même ici en corps ſolides cylindriques de mêmes noms que ces aires, deſquels ſolides ces aires ſeront des ſections ou baſes perpendiculaires, & les profils : ſçavoir,

FIG. XV. XVI. XVII. 1°. $\overline{AB + CB} \times Kk = ABD + CBE$ dans les Fig. 15. 16. 17. de l'art. 1. du corol. 12. ajuſtées à ceci; c'eſt-à-dire que la ſomme $ABD + CBE$ des corps ou ſolides cylindriques *ABD*, *CBE*, tracés par les lames *AB*, *CB*, pendant leurs développemens ou déroulemens en même ſens, commencés en *A*, *C*, juſqu'à leurs plans touchans *BD*, *BE*, ſera toûjours ici égale au produit de la ſomme $AB + CB$ de ces deux lames, multipliée par le chemin *Kk* que leur centre commun *K* de gravité aura pour lors parcouru.

2°. $\overline{AB + CB} \times Kk = ABD - CBE$ dans les Fig.

18. 19. 20. 21. de l'art. 2. du coroll. 12. ajuftées à ceci ; c'eft-à-dire que la difference ou l'excès *ABD*—*CBE*, dont le folide *ABD* (qu'on fuppofe avoir de fon côté le centre *K* de gravité commun à la lame *AB* generatrice de ce folide, & à la lame *CB* generatrice de l'autre *CBE*) furpaffera l'autre folide *CBE*, fera toûjours égal au produit de la fomme *AB*+*CB* de leurs deux lames generatrices *AB*, *CB*, multipliée par le chemin *Kk* que leur centre commun *K* de gravité aura parcouru pendant que ces deux lames *AB*, *CB*, ont tracé ces deux corps cylindriques rectangles *ABD*, *CBE*, par leurs déroulemens en fens contraires, commencés en *A*, *C*, jufqu'à leurs plans touchans *BD*, *BE*. Figures XVIII. XIX. XX. XXI.

Ce corol. 13. qu'on voit déduit du corol. 12. pourroit fe démontrer encore par le moyen du corol. 11. aidé du corol. 8. comme le corol. 12. a été démontré par le moyen du corol. 10. aidé de ce même corol. 8. Mais le corol. 11. l'ayant été par le moyen du corol. 10. tout cela reviendroit au même.

COROLLAIRE XIV.

Regles qui comprennent celles du P. Guldin & de M. Leibniz touchant l'ufage des centres de gravité.

Ces Regles fe réduifent à deux generales, dont la premiere fuit du corol. 9. art. 1. joint aux coroll. 10. 11. au corol. 12. art. 1. & au corol. 13. nomb. 1. conformément aux nomb. 1. 3. du corol. 8. Et la feconde fuit de même du corol. 9. art. 2. joint au corol. 12. art. 2. & au corol. 13. nomb. 2. conformément auffi aux nomb. 2. 3. du corol. 8.

REGLE I.

Si une ligne ou une furface plane quelconque appellée *Generatrice* (fut-elle faite de differentes parties difpofées à volonté fur un même plan) fe meut toute entiere ou par-

parties en même sens, de maniere que tous les centres de gravité de leurs élemens décrivent des lignes ausquelles ils soient toûjours perpendiculaires, soit droites paralleles entr'elles, comme lorsqu'ils tracent ensemble une surface ou un solide cylindrique ou d'onglet, soit courbes paralleles semblables définies dans le corol. 6. comme lorsque la ligne ou la surface generatrice dont ils sont les élemens, trace une surface ou un solide en tournant toute entiere autour d'un axe fixe placé dan son plan, ou en se développant successivement & par parties en même sens : le tout comme dans les Fig. 12. 14. 15. 16. 17. & dans chaque partie de la Fig. 13.

I. La surface tracée par de tels mouvemens des élemens d'une ligne generatrice quelconque, sera toûjours égale (corol. 9. art. 1. nomb. 1. joint au corol. 10. & au corol. 12. art. 1.) au produit de cette ligne generatrice entiere multipliée par la longueur du chemin que son centre de gravité aura pour lors parcouru. D'où l'on voit,

1°. Que les surfaces cylindriques ou d'onglets ainsi tracées ou qui le peuvent être ainsi par les élemens de lignes generatrices quelconques qui en terminent les bases perpendiculaires à leurs longueurs, sont toûjours égales chacune au produit de la ligne terminante de sa base perpendiculaire, multipliée par la droite qui du centre de gravité de cette ligne generatrice terminante s'éleve perpendiculairement à son plan jusqu'à l'autre base plane quelconque qui termine le cylindre ou l'onglet : le tout comme dans le corol. 9. art. 1. nomb. 1. Fig. 12.

2°. Que les surfaces rondes tracées par la rotation en plan de lignes entieres quelconques en même sens autour d'axes fixes placés dans les plans de ces lignes generatrices sans diviser ces lignes, sont toûjours égales chacune au produit de sa ligne generatrice multipliée par l'arc de cercle que le centre de gravité de cette ligne décrira pour lors au tour de cet axe de rotation : le tout comme dans le corol. 9. art. 2. nomb. 1. pour chaque partie de la Fig. 13.

3°. Que les surfaces planes tracées par le développement de lignes courbes generatrices quelconques concaves chacune d'un seul côté, sont toûjours égales chacune au produit de sa ligne generatrice multipliée par l'arc que le centre de gravité de cette ligne courbe aura parcouru pendant le développement de cette même ligne : le tout comme dans le corol. 10. Fig. 14. & dans l'art. 1. du corol. 12. Fig. 15. 16. 17.

II. La même chose se dira des corps ou solides par raport aux surfaces generatrices qui les tracent comme cidessus : sçavoir que le corps ou solide tracé par les mouvemens précedens des élemens d'une surface generatrice quelconque, sera toujours égal (corol. 9. art. 1. nomb. 2. joint au corol. 11. & au corol. 13. nomb. 1.) au produit de cette surface generatrice multipliée par la longueur du chemin que son centre de gravité aura pour lors parcouru. D'où l'on voit aussi,

1°. Que les cylindres ou les onglets ainsi tracés ou qui le peuvent être ainsi par les élemens de leurs bases perpendiculaires quelconques, sont toûjours égaux chacun au produit de sa base perpendiculaire multipliée par la ligne droite qui du centre de gravité de cette base generatrice s'éleve perpendiculairement à elle jusqu'à l'autre base quelconque terminante de ce corps : le tout comme dans le corol. 9. art. 1. nomb. 2. Fig. 12.

2°. Que les corps ou solides ronds tracés par la rotation en plan de surfaces planes quelconques autour d'axes fixes placés dans les plans de ces surfaces generatrices sans diviser ces surfaces, sont toûjours égaux chacun au produit de celle de ces surfaces qui le trace ainsi, multipliée par l'arc de cercle que le centre de gravité de cette surface generatrice décrit pour lors autour de l'axe de rotation de cette même surface : le tout comme dans le corol. 9. art. 1. nomb. 2. pour chaque partie de la Fig. 13.

3°. Que les corps ou solides tracés par les développemens de surfaces ou lames quelconques roulées en goutieres ou en tuyaux de bases perpendiculaires aussi quelcon-

ques, comme dans le corol. 11. feront toûjours égaux chacun au produit de la ſurface qui l'aura ainſi tracé, multipliée par l'arc que le centre de gravité de cette ſurface generatrice aura parcouru pendant le déroulement de cette même ſurface : le tout comme dans le corol. 11. Fig. 14. & dans le nomb. 1. du corol. 13. Fig. 15. 16. 17.

REGLE II.

Si deux parties *A*, *B*, d'une même ligne ou ſurface plane quelconque *A*+*B*, ou de deux lignes ou de deux ſurfaces differentes en même plan, regardées comme une totale *A*+*B* appellée *generatrice*; la premiere *A* de ces deux parties priſes à volonté de part & d'autre d'une ligne droite (que j'appelleray *Axe*) placée dans leur plan commun; ſe meut toute entiere ou par élemens ſuivant des lignes droites ou courbes ſemblables paralleles entr'elles, auſquelles ces élemens ſoient toûjours perpendiculaires chacun à la ſienne, pendant que l'autre partie *B* de cette ligne ou ſurface generatrice *A*+*B* ſe meut auſſi toute entiere ou par élemens, mais en un ſens directement contraire à l'autre, ſuivant des lignes droites ou courbes paralleles (voyez en la définition dans le corol. 6.) ſemblables à celles-là, & auſquelles ils ſoient auſſi toûjours perpendiculaires chacun à la ſienne; ſoit que ces paralleles d'une part à l'autre au ſens du corol. 6. ſoient droites effectivement toutes paralleles entr'elles au ſens ordinaire, comme lorſque ces élemens des parties oppoſées *A*, *B*, de la ligne ou ſurface *A*+*B*, ainſi muës vers des côtés oppoſés, tracent des ſurfaces ou des ſolides paralleles oppoſés cylindriques ou d'onglets; ſoit auſſi que ces paralleles d'une part à l'autre au ſens du corol. 6. ſoient courbes ſemblables paralleles effectivement entr'elles de chaque part ſans l'être d'une part à l'autre, comme lorſque les mêmes élemens des parties oppoſées *A*, *B*, de la ligne ou ſurface generatrice *A*+*B*, ainſi muës en ſens contraires, tracent des ſurfaces ou des ſolides oppoſés ronds par le tournoyement en

plan

plan de ces deux parties *A, B*, autour de l'axe fixe placé entr'elles dans leur plan commun; ou par leurs développemens entiers en ſens contraires commencés à leurs extremités oppoſées les plus éloignées des droites ou des plans qui touchent ces deux parties *A, B*, de lignes ou de ſurfaces à développer: le tout comme dans les Fig. 13. 18. 19. 20. 21. dont *AB*, *CB*, ſont ainſi appellées *A, B*.

I. Des deux ſurfaces oppoſées, que j'appelle *C, D*, ainſi tracées par les élemens des deux parties *A, B*, de la ligne generatrice *A+B*, j'appelle ainſi leur ſomme, l'excès dont celle, par exemple *C*, qui aura de ſon côté le centre de gravité de cette ligne entiere *A+B*, mû en même ſens que le centre particulier de gravité de la ligne generatrice *A* de cette ſurface *C*, ſurpaſſera l'autre ſurface *D* engendrée en ſens contraire par l'autre partie *B* de cette ligne generatrice totale *A+B*; ſera toûjours égal (*corol. 9. art. 2. nomb. 1. & corol. 12. art. 2.*) au produit de la ſomme *A+B* de ces deux lignes generatrices *A, B*, multipliée par la longueur du chemin que leur centre commun de gravité aura pour lors parcouru. D'où l'on voit,

1°. Que la difference des deux ſurfaces paralleles oppoſées *C, D*, cylindriques ou d'onglets, ainſi tracées, ou qui le peuvent être ainſi en ſens directement contraires par les élemens de deux lignes generatrices quelconques *A, B*, perpendiculairement au plan commun de ces deux lignes, ſur lequel ces deux ſurfaces *C, D*, auroient de part & d'autre ces deux mêmes lignes *A, B*, pour baſes perpendiculaires à leurs longueurs oppoſées; ſera toûjours égale au produit de la ligne generatrice entiere *A+B* multipliée par le chemin de ſon centre de gravité, c'eſt-à-dire, par la droite élevée perpendiculairement au plan de cette ligne *A+B* en ſon centre de gravité juſqu'à la droite menée d'un centre de gravité à l'autre des baſes linaires oppoſées aux deux generatrices *A, B*, de ces deux ſurfaces *C, D*.

2°. Que la difference de deux ſurfaces rondes *C, D*, tracées en ſens directement contraires par la rotation en

plan de deux lignes ou arcs quelconques *A, B,* autour d'un axe fixe placé entr'elles dans leur plan commun ; ſera toûjours égale au produit de la ſomme *A+B* de ces deüx lignes generatrices *A*, *B*, multipliée par l'arc de cercle que le centre commun de gravité de cette ſomme aura pour lors parcouru : le tout comme dans le corol. *9.* art 2. nomb. 1. Fig. 13.

3°. Que la difference de deux aires ou ſurfaces planes *C*, *D*, tracées par les développemens en ſens contraires de deux arcs quelconques *A*, *B*, d'une ſeule concavité chacun, & de concavités oppoſées ſur un même plan de part & d'autre d'une tangente commune ou de deux placées entr'eux à celles de leurs extremités où finiſſent leurs développemens, par exemple, ſur la tangente commune aux points de contour ou de rebrouſſement des courbes torſes ou rebrouſſées ; ſera toûjours égale au produit de la ſomme *A+B* des deux arcs generateurs *A, B,* de ces deux aires *C, D,* multipliée par l'arc que le centre de gravité de cette ſomme aura pour lors parcouru : le tout comme dans le corol. 12. art. 2. Fig. 18. *19.* 20. 21.

II. La même choſe ſe dira de deux corps ou ſolides ainſi oppoſés, que j'appelle auſſi *C, D,* par rapport aux ſurfaces *A, B,* qui les auront tracées en ſens contraires par les mouvemens precedens de leurs élemens : ſçavoir que l'excès dont le ſolide, par exemple, *C*, qui aura de ſon côté le centre commun de gravité de ces deux ſurfaces generatrices *A*, *B*, mû en même ſens que le centre particulier de gravité de la generatrice *A* de ce ſolide *C*, ſurpaſſera l'autre ſolide oppoſé *D* engendré en ſens contraire par l'autre ſurface *B* ; ſera toûjours égal (*corol. 9. art. 2. nomb. 2. & corol. 13. nomb. 2.*) au produit de la ſomme *A+B* de ces deux ſurfaces generatrices *A*, *B*, multipliée par la longueur du chemin que leur centre commun de gravité aura pour lors parcouru. D'où l'on voit auſſi,

1°. Que la difference de deux cylindres ou onglets paralleles oppoſés *C*, *D*, de baſes quelconques *A*, *B*, en

même plan perpendiculaire à leurs longueurs, ainſi tracés ou qui le peuvent être ainſi en ſens directement contraires, chacun par les élemens de chacune de ces deux baſes; ſera toûjours égale au produit de la ſomme $A+B$ de ces deux baſes perpendiculaires A, B, multipliée par le chemin que leur centre commun de gravité auroit alors parcouru, c'eſt-à-dire, par la ligne droite élevée depuis ce centre commun de gravité perpendiculairement au plan de ces deux baſes A, B, juſqu'à la droite menée d'un centre de gravité à l'autre des baſes oppoſées à ces generatrices-là, & auſquelles ſe terminent les deux cylindres ou onglets oppoſés C, D, de part & d'autre du plan commun de ces deux generatrices A, B.

2°. Que la difference de deux corps ou ſolides ronds, C, D, tracés en ſens contraires par la rotation en plan de deux ſurfaces planes quelconques A, B, autour d'un axe fixe placé entr'elles dans leur plan commun; ſera toûjours égale au produit de la ſomme $A+B$ de ces deux lames ou ſurfaces quelconques generatrices A, B, multipliée par l'arc que leur centre commun de gravité aura pour lors parcouru : le tout comme dans le corol. 9. art. 2. nomb. 2. Fig. 13.

3°. Que la difference de deux corps ſolides C, D, tracés par les développemens en ſens contraires de deux ſurfaces ou lames quelconques A, B, roulées à contre-ſens en goutieres ou en tuyaux paralleles entr'eux de part & d'autre d'un ou de deux plans touchans placés entr'eux; ſera toûjours égale au produit de la ſomme $A+B$ de ces deux lames ou ſurfaces quelconques generatrices A, B, multipliée par l'arc que le centre commun de gravité de ces deux ſurfaces roulées aura pour lors parcouru en conſequence de leurs déroulemens : le tout comme dans le corol. 13. nomb. 2. Fig. 18. 19. 20. 21.

REMARQUE.

Les coroll. 8. 9. 10. 11. 12. 13. qui viennent de

donner les deux Regles precedentes, les auroient pû rendre encore plus generales, & les étendre au cas où les plans des lignes ou des surfaces generatrices *A*, *B*, seroient differens & en angles fixes quelconques entr'eux en leur section commune qui en seroit l'axe. Car ces corollaires feront encore voir que le produit de la somme $A+B$ de ces deux lignes ou surfaces generatrices *A*, *B*, multipliée par le chemin que leur centre commun de gravité parcouroit alors, seroit encore ici égal à la somme ou à la difference des surfaces ou des solides *C*, *D*, engendrés (comme ci-dessus) par ces lignes ou par ces surfaces generatrices *A*, *B*. Mais la difficulté d'exprimer clairement tout cela dans les deux Regles precedentes avec ce qu'elles contiennent, m'a empêché de l'y comprendre : je crains même de n'y en avoir que trop compris pour être clairement entendu de tous ceux qui liront ceci ; mais les corollaires, qui viennent de donner ces deux Regles, y suppleront sans peine en les consultant sur les endroits de ces Regles qui ne paroîtront pas assez clairement énoncés.

C'a été pour me rendre encore plus intelligible, que dans chacune de ces deux Regles precedentes j'ai fait deux articles de la dimension des surfaces engendrées par des lignes, & de la dimension des solides engendrés par des surfaces ; & que j'ai même encore detaillé chacun de ces articles en trois nombres : quoi-que le tout de chaque Regle puisse être compris dans un seul énoncé, mais peut-être trop obscur pour bien des gens. C'est ce qui m'a engagé à ce détail. Voici encore un nouvel usage du centre de gravité en Geometrie.

COROLLAIRE XV.

FIGURES XXII. XXIII. Quelque nombre *n* de triangles rectilignes *APB* dans la Fig. 22. & *APB*, *AQB*, dans la Fig. 23. qu'on imagine sur un même plan, disposés à volonté sur une même base *AB*, sur laquelle soit de plus un autre triangle *AGB* (que j'appellerai *triangle central*) dont le sommet *G* soit

le centre commun de gravité de tous les points ou sommets P des autres triangles APB dans la Fig. 22. & de tous les sommets P, Q des autres triangles APB, AQB, dans la Fig. 23. Il suit encore des part. 1. 2. de la presente prop. 2. que le produit $n \times AGB$ du triangle central AGB par le nombre n de tous les autres, sera toûjours égal à leur somme $\int APB$ ($\int$ signifie *somme*) dans le cas de la Fig. 22. où ils sont tous d'un même côté de leur base commune AB; & seulement égal à l'excès $\int APB - \int AQB$ dont la somme $\int APB$ de ceux qui dans le cas de la Fig. 23. sont du même côté que le central AGB par rapport à leur base commune AB, surpassera la somme $\int AQB$ des autres qui y sont du côté opposé par rapport à cette base.

Pour voir tout cela, soient imaginées des sommets G, P, Q, de tous ces triangles, autant de perpendiculaires GE, PE, QE, sur leur base commune AB prolongée de part & d'autre vers H, K; & tous les points ou sommets P, Q, comme autant de poids égaux entr'eux, & chacun $= 1$. Cela posé,

I. La part. 1. de la presente prop. 2. donnera toûjours $n \times GE = \int PE$ dans le cas de la Fig. 22. Donc en multipliant le tout par $\frac{1}{2} AB$, l'on y aura toûjours $n \times \frac{GE \times AB}{2} = \frac{AB}{2} \times \int PE = \int \frac{PE \times AB}{2}$. Or on sçait que le triangle central $AGB = \frac{GE \times AB}{2}$, & que tous les autres APB sont chacun $= \frac{PE \times AB}{2}$. Donc l'on aura aussi toûjours $n \times AGB = \int APB$ dans le cas present de la Fig. 22. où les triangles APB avec le central AGB sont tous d'un même côté de leur base commune AB; ainsi qu'il le falloit 1°. faire voir. FIGURE XXII.

II. La part. 2. de la même prop. 2. donnera aussi toûjours $n \times GE = \int PE - \int QE$ dans le cas de la Fig. 23. Donc en multipliant le tout par $\frac{1}{2} AB$, l'on y aura toûjours $n \times \frac{GE \times AB}{2} = \frac{AB}{2} \int PE - \frac{AB}{2} \int QE = \int \frac{PE \times AB}{2} - \int \frac{QE \times AB}{2}$ FIGURE XXIII.

Donc ayant encore ici le triangle central $AGB = \frac{GE \times AB}{2}$, chaque $APB = \frac{PE \times AB}{2}$, & chaque $AQB = \frac{QE \times AB}{2}$; l'on aura auſſi toûjours $n \times AGB = \int APB - \int AQB$ dans le cas preſent de la Fig. 23. où tous les triangles APB ſont avec le central AGB d'un même côté de leur baſe commune AB, & où tous les autres AQB ſont du côté oppoſé par rapport à cette baſe. Ce qu'il falloit 2°. faire voir.

COROLLAIRE XVI.

FIGURES XXII. XXIII. Si preſentement ſur le plan des triangles precedens on imagine un arc quelconque dont AB ſoit la corde ; ſoit que le ſegment en ſoit ajouté à chacun de ces triangles, ou qu'il en ſoit retranché ; enſorte qu'il s'en faſſe autant de ſecteurs convexes, ou autant de ſecteurs concaves : dans chacune de ces deux eſpeces de ſecteurs, dont celui qui aura pour ſommet le centre commun G de gravité des ſommets de tous les autres, ſoit appellé *ſecteur central*,

FIGURE XXII. 1°. L'art. 1. du precedent corol. 15. fera voir que le produit de ce ſecteur central multiplié par le nombre n de tous les autres de ſon eſpece, ſera toûjours égal à leur ſomme dans le cas de la Fig. 22.

FIGURE XXIV. Ce qui fait voir la verité d'une propoſition très curieuſe que M. de Tſchirnhauſen a avancée ſans démonſtration dans les Actes de Leipſik de 1695. pag. 491. en ces termes : *Sit curva* F G, *quæ deſcripta ſit ope quatuor focorum* A, B, C, D, *ſitque* E *centrum gravitatis quatuor punctorum* A, B, C, D ; *Dico ſi ex quinque his punctis versùs duo puncta* F *&* G *pro lubitu aſſumpta in curvâ, ducantur rectæ, ſpatia* AFG, BFG, CFG, DFG, *quadrupla eſſe ſemper ſpatii*, EFG ; *ſi autem quinque eſſent foci, fore quintupla, & ſic porrò in infinitum, ſed de his ſatis.*

FIGURE XXIII. 2°. L'art. 2. du precedent corol. 15. fera voir auſſi que le central des ſecteurs precedens de chaque eſpece, multiplié par le nombre n de tous les autres de ſon eſpece, ſera toûjours égal à l'excès dont la ſomme de ceux qui ſeront

de son côté, surpassera la somme de ceux de la même espece, qui seront du côté opposé dans le cas de la Fig. 23. FIGURES XXII. XXIII.

On ne marque point ici l'arc commun à tous les secteurs précedens, étant plus aisé à imaginer qu'à exprimer sans équivoque du nom AB *qui lui seroit commun avec sa corde ; & de peur d'embarasser trop les Fig.* 22. 23. *ou de les multiplier inutilement par l'expression de cet arc dans les deux positions differentes qu'il y devroit avoir pour repondre aux deux especes de secteurs dont on vient de parler, & par la multiplicité des lettres qui seroient requises pour le nombre d'un autre nom que sa corde. C'est aussi pour éviter l'embaras & la multitude des Figures que je vas me servir des planes* 22. 23. *pour en exprimer de solides dont celles-ci seront comme les profils.*

COROLLAIRE XVII.

Si l'on prend presentement tous les triangles *APB*, *AQB*, dans les Fig. 22. 23. pour un pareil nombre *n* de piramides d'une même base dont *AB* soit le profil comme ces triangles le sont de ces piramides, desquelles les sommets *P*, *Q*, soient, non plus en même plan, mais repandus à volonté dans un espace quelconque ou (regardés comme autant de poids égaux) ils ayent *G* pour leur centre commun de gravité dans chacune des Fig. 22. 23. dans la premiere desquelles tous ces sommets sont *P* du même côté que *G* par rapport au plan *HK* de la base *AB* de toutes ces piramides ; & dans la seconde ils sont tous *P* avec *G* d'une part, & *Q* de l'autre part de ce plan, sur lequel soient de tous ces sommets *P*, *Q*, & de leur centre commun *G* de gravité, autant de perpendiculaires *PE*, *QE*, *GE*, desquelles celle-ci soit la hauteur d'une piramide (que j'appellerai *centrale*) dont le triangle *AGB* sera le profil, & de même base *AB* que les autres : si de plus on substituë $\frac{1}{3}$ *AB* au lieu de $\frac{1}{2}$ *AB* dans le raisonnement du corol. 15. ce même raisonnement fera voir ici en piramides ce qu'il a fait voir là en triangles : sçavoir, FIGURES XXII. XXIII.

FIGURE XXII. 1°. Que le produit $n \times AGB$ de la piramide centrale AGB multipliée par le nombre n de toutes les autres qui ſont APB dans la Fig. 22. toutes d'un même côté de leur baſe commune AB dans cette Fig. 22. ſera toûjours égal en ce cas à la ſomme $\int APB$ de toutes ces autres piramides APB.

FIGURE XXIII. 2°. Que le produit $n \times AGB$ de la piramide centrale AGB multipliée par le nombre n de toutes les autres qui ſont APB du côté de celles-là, & AQB du côté oppoſé par rapport à leur baſe commune AB dans la Fig. 23. ſera toûjours égal en ce cas à l'excès $\int APB - \int AQB$ dont la ſomme $\int APB$ des premieres piramides APB y ſurpaſſera la ſomme $\int AQB$ des ſecondes AQB.

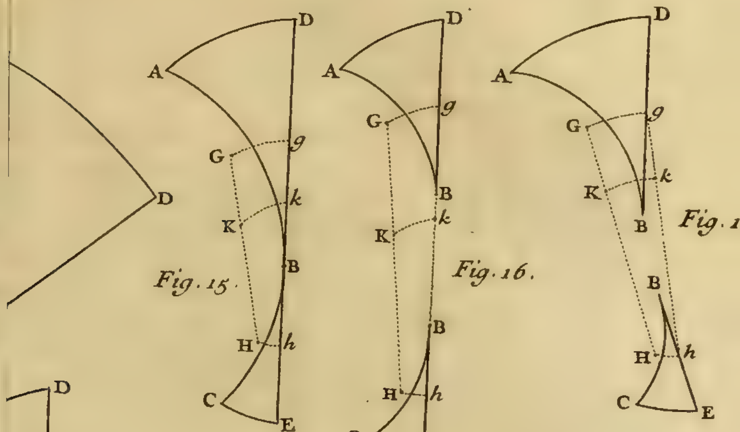
COROLLAIRE XVIII.

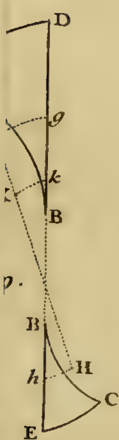
FIGURES XXII. XXIII. Si l'on prend les ſecteurs plans du corol. 16. pour autant de ſecteurs ſolides terminés par une même ſurface courbe quelconque dont l'arc de ces ſecteurs plans ſoit le profil comme ces ſecteurs plans le ſont de ces ſolides : tout le reſte demeurant ici le même que dans le precedent corol. 17. ce corol. 17. donnera en ſecteurs ſolides ce que le corol. 15. a donné en ſecteurs plans dans le corol. 16. ſçavoir pour chaque eſpece de ces ſecteurs ſolides tous concaves ou tous convexes en leur baſe commune quelconque.

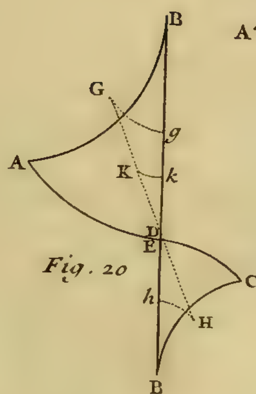
FIGURE XXII. 1°. Que le produit du ſecteur ſolide central multiplié par le nombre de tous les autres de ſon eſpece dont les ſommets ſont P tous du même côté que celui G de ce ſecteur central dans la Fig. 22. ſera toûjours égal en ce cas à la ſomme de tous ces autres ſecteurs ſolides tous de ſommets P.

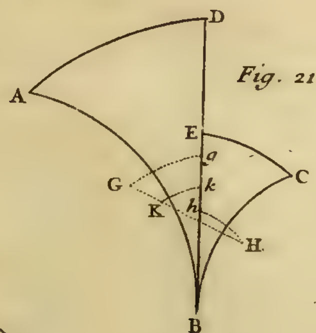
FIGURE XXIII. 2°. Que le produit du ſecteur ſolide central multiplié par le nombre de tous les autres de ſon eſpece, dont une partie P des ſommets eſt du même côté que celui G de ce ſecteur central, par rapport à leur baſe commune, & l'autre partie Q eſt du côté oppoſé dans la Fig. 23. ſera toûjours égal en ce cas à l'excès dont la ſomme des ſecteurs ſolides de ſommets P, ſurpaſſera la ſomme des oppoſés des ſommets Q.

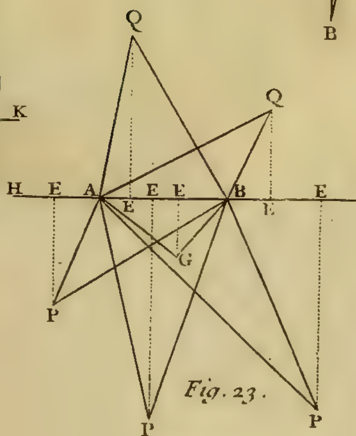
Tout

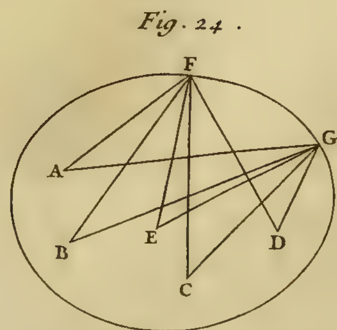

D
A
G
g
K
k
B
H
h
C
E
Fig. 15.
Fig. 16.
Fig. 1

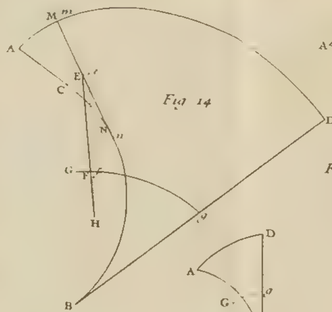

D
g
k
B
B
H
h
C
E

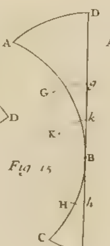

B
G
g
A
K
k
D
E
C
Fig. 20
h
H
B

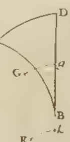

D
Fig. 21.
A
E
g
G
k
C
K
h
H.
B

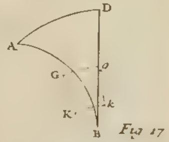

Q
Q
K
H
E
A
E
E
E
B
E
E
G
P
Fig. 23.
P
P

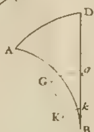

Fig. 24.
F
G
A
E
D
B
C

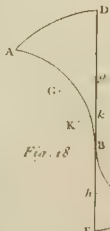

Fig. 14
M m
A
E e
C
N n
D
G F f
H
g
B

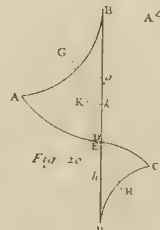

D
A
G g
k
K
B
Fig. 15
H h
C
E

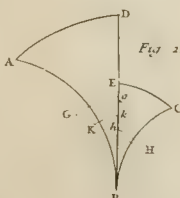

D
A
G g
B
K k
Fig. 16

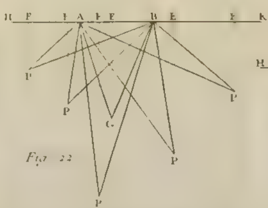

D
A
G g
K k
B
Fig. 17

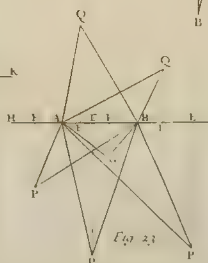

D
A
g
G
k
K
B

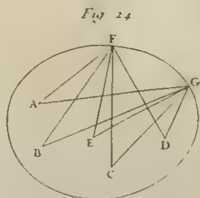

D
A
g
G
k
K
B
Fig. 18
H
h
C
E


B
G
g
A
K k
D
E
Fig. 20
C
h
H
B


D
Fig. 21
A
E
g
C
k
G
K
h
H
B


H F F A F E B E F K
P
P
G
P
P
P
Fig. 22


Q
Q
H F A E F B E
P
Fig. 23
P
P


Fig. 24
F
G
A
B
E
D
C

Tout cela est aisé à imaginer sans Figures solides que les lignes requises pour en exprimer le relief, ne pourroient que rendre très confuses; & tout cela plus difficile à imaginer par leur moyen que sans elles sur les Fig. 22. 23. outre que ce Memoire-ci n'est peut-être déja que trop long : c'est pourquoi nous ne nous y arrêterons pas davantage.

OBSERVATIONS

Sur la Gomme Lacque, & sur les autres matieres animales qui fournissent la Teinture de Pourpre.

Par M. GEOFFROY le jeune.

DE toutes les curiosités de l'Histoire naturelle, une de celle qui cause le plus d'admiration, est le travail des Abeilles.

Les Anciens l'ont observé avec tant de soin que quelques Philosophes y ont employé jusqu'à soixante années. Aristomache.

Les Modernes non moins attentifs, mais si je l'ose dire, plus exacts & plus methodiques, y ont ajoûté de nouvelles découvertes, & il n'y a pas encore long-tems que M. Maraldy fit part de quelques-unes à la Compagnie.

Quoi-que ces merveilleux insectes meritent une grande attention, ce ne sont pourtant pas les seuls qui fassent paroître leur industrie à bâtir des Ruches.

Il s'en trouve beaucoup d'autres qui ont la même adresse.

Mais le peu d'utilité que l'on retire du travail de quelques-uns de ces animaux, a été cause qu'on l'a negligé.

Entre ceux là, on peut compter les insectes qui produisent aux Indes la Gomme Lacque : quoi-qu'elle ait toûjours été recherchée, soit pour les Teintures, soit pour d'autres usages, on n'est pas fort éclairci de la maniere dont elle est produite, ou parce qu'il s'est trouvé peu d'observateurs sur les lieux, ou parce que les insectes qui la

travaillent n'étant pas élevés avec un ſoin particulier comme nos Abeilles, n'ont encore pû être examinés d'aſſés prés.

Je joindrai donc mes obſervations ſur cette matiere au peu de lumieres que les Auteurs nous en ont données, afin de mieux faire connoître la nature de la Gomme Lacque qu'elle ne l'a été juſqu'à preſent.

Le nom de Gomme ne paroît pas lui convenir, puiſque c'eſt pluſtôt une ſorte de Cire, comme je le ſerai voir dans la ſuite.

Le nom de Lac ou Loc lui vient des Arabes de qui les Indiens l'ont appris. On la nomme auſſi *Trec*, dans le Royaume de Pegu & de Martaban.

Les premiers qui ont traité de la Lacque nous ont appris qu'elle croît dans les Indes, & particulierement au Royaume de Pegu.

Comme on a de la peine à croire que les Anciens ayent rien ignoré, pluſieurs ſe ſont imaginé qu'elle avoit été connuë de Dioſcoride & de Serapion, & que c'eſt ce que le premier a nommé *Cancamum*, mais la deſcription que ces Auteurs nous en ont laiſſée eſt trop imparfaite pour pouvoir en porter aucun jugement.

La principale eſpece de Lacque, & qui a donné lieu à mes obſervations, eſt celle qu'on nomme Lacque en bâtons, parce qu'on nous l'apporte attachée à de petits branchages ſur leſquels elle a été formée.

La premiere choſe qui ſe preſente à examiner, eſt de ſçavoir ſi cette Gomme n'eſt point provenuë de ces petits rameaux où on la voit attachée. Il n'y a pas beaucoup d'apparence, puiſqu'en la caſſant & la détachant de ces petits bâtons, on ne voit aucune iſſuë par où elle auroit pû couler. Outre que comme cette Gomme eſt fort abondante, & que ſouvent les bâtons ſont très petits, il eſt viſible qu'elle n'en eſt point produite : c'eſt auſſi le ſentiment du P. Tachard, qui dit dans une relation qu'il en avoit eu, que quand on fait quelque inciſion à ces ſortes d'arbres il en ſort bien une Gomme, mais qu'elle eſt d'une natu-

re toute differente de la Lacque.

On ſçait en general que c'eſt l'ouvrage d'une ſorte d'inſecte; les uns diſent que ce ſont des Fourmis volantes qui dépoſent cette matiere ſur les menuës branches d'un arbre qu'on appelle *Ber*. D'autres veulent que ce ſoient de ſimples Fourmis, & d'autres que ce ſoient des Mouches. Il y en a même qui diſent que les bâtons de la Lacque ne ſont autre choſe que des branchages que les habitans ont ſoin de picquer en terre en grande quantité pour ſervir de ſoûtient à l'ouvrage de ces petits inſectes.

Pour ce qui eſt de la nature de cet ouvrage, on ne nous en donne aucune lumiere certaine.

Il m'a paru en l'examinant avec ſoin que ce ne pouvoit être qu'une ſorte de Ruche approchante en quelque façon de celle que les Abeilles & d'autres inſectes ont coûtume de travailler. En effet quand on la caſſe on la trouve partagée en pluſieurs cellules ou alveoles d'une figure aſſés uniforme, & qui marque que ce n'a jamais été une Gomme ni une reſine coulante des arbres.

Chacune de ces alveoles eſt oblongue, à pluſieurs pans, quelques-fois tout-à-fait rondes, ſelon que la matiere étant encore mole a été dérangée & a coulé autour de la branche qui la ſoûtient.

Ce dérangement eſt cauſe que ces alveoles ont quelque difference dans leur conſtruction, cependant elles ſont pour la plûpart renflées par le milieu, finiſſant en pointe aiguë du côté qu'elles touchent à la branche, terminées de l'autre par une pointe plus ou moins arrondie & percée d'un petit trou tel que ceux dont toute la ſurface de la Lacque paroît criblée quand on la regarde de près.

On apperçoit ordinairement aux extremités des alveoles deux petites lignes blanches dont il eſt difficile de déterminer ni la matiere ni l'uſage.

Les cloiſons de ces alveoles ſont extremement fines & toutes pareilles à celles des Ruches des Mouches à miel: mais comme elles n'ont rien qui les deffendent des inju-

res de l'air, elles sont recouvertes d'une couche de cette même cire assés dure & assés épaisse pour leur servir d'abri.

D'où l'on peut conjecturer que ces animaux ne travaillent pas avec moins d'industrie que les Abeilles, puisqu'ils ont beaucoup moins de commodités.

Il est certain que ces alveoles sont faites pour loger quelque chose, & que ce n'est point un simple excrement que ces insectes déposent, comme quelques-uns se le sont imaginé ; aussi y découvre-t'on de petits corps plus ou moins renflés & qui y sont moulés. Les premiers observateurs les ont pris pour les aîles ou les autres parties de ces Fourmis ausquelles ils attribüent la Lacque, & où ils ont crû qu'elles s'enfermoient. Ces petits corps sont d'un beau rouge, les uns plus foncés les autres moins ; & quand on les écrase ils se reduisent en une poudre d'une aussi belle couleur que celle de la Cochenille.

Que ce soient les parties de ces animaux qui forment la Lacque, il n'y a guere d'apparence ; du moins ne les distingue-t-on pas assés : à quel dessein se feroient-ils un pareil tombeau ?

Il y a plus lieu de croire que ces alveoles sont destinées à leurs essains comme celles des Abeilles, & que ces petits corps sont les embrions des insectes qui en doivent sortir, ou les enveloppes de ceux qui en sont sortis effectivement, comme on le voit dans le Kermes, qu'on nomme autrement graine d'écarlatte, dans la Noix de Galles, & les autres excroissances qui proviennent de la picqûre des insectes, & dont j'aurai occasion de parler pour éclaircir davantage cette matiere.

Ces petits corps sont oblongs, ridés ou chagrinés comme la Cochenille, terminés d'un côté par une pointe, & de l'autre par deux, & quelques-fois par une troisiéme. En les mettant dans l'eau ils s'y renflent comme la Cochenille, la teignent d'une aussi belle couleur & en prennent à peu prés la figure, ensorte que la seule inspection fait juger que ce sont de petits corps d'insectes en quelque

estat qu'ils soient. Ce sont eux qui donnent à la Lacque la teinture rouge qu'elle paroît avoir, car quand elle en est absolument dépoüillée ou peu fournie, à peine en a-t-elle une legere teinture.

Il paroît donc que la Lacque n'est qu'une sorte de Cire qui forme pour ainsi dire, le corps de la Ruche.

Cette Cire est d'une bonne odeur quand on la brûle, mais pour ce qui est des petits corps qui sont renfermés dans les alveoles, ils jettent en brûlant une odeur désagreable, comme celle que rendent les parties des animaux.

Plusieurs de ces petits corps, qui pour la plûpart sont creux, se trouvent quelques-fois tout-à-fait pourris, remplis de moisissure, d'autres sont pleins d'une poudre où l'on découvre à l'aide du Microscope quantité d'insectes longs transparents à plusieurs pattes dont il nest pas aisé de déterminer l'espece. Peut-être sont-ce les insectes qui y ont été deposés par ceux qui forment la Lacque; peut-être en sont-ce d'autres qui s'y sont produits.

Car il y en a de differentes sortes qui penetrent toute la substance de la Lacque qui s'y logent & y déposent leurs œufs en quantité, comme il arrive quelques-fois aux Ruches des Abeilles : c'est ce qu'il est aisé de remarquer à une soye qui passe en dehors, par une ouverture que le Ver y a faite en y entrant, & sous laquelle on découvre son enveloppe, qu'on appelle Nimphe, Crisalide ou Aurelia, & qui est ordinairement assés grosse.

On voit tout auprès de cette dépouille un tas d'œufs ronds, plats, transparents & aussi rouges étant écrasés que les petits corps qui sont renfermés dans les alveoles.

Cette soye dont le bout paroît exterieurement, sert à envelopper la Crisalide, & quelques-fois de soûtient aux œufs.

Le Ver n'a pû se loger ainsi sans détruire un grand nombre d'alveoles & consommer ce qu'il a trouvé : c'est à cela principalement qu'il s'attache, n'endommageant ni le bois qui porte la Lacque ni la couche superieure de cette

même Lacque, où l'on ne remarque qu'un trou assés grand par où il est entré, & sorti après sa métamorphose.

Toutes ces observations me portent à conclure que ce que l'on appelle Gomme Lacque n'est point précisément du genre des Gommes ni des resines, mais une sorte de Cire reciiillie & formée par certains insectes en maniere de Ruches dont les alveoles sont remplies de leur essain, & que les rayes blanches que j'ai observées dans les alveoles peuvent être un reste d'une matiere propre à nourrir ces petits insectes lorsqu'ils commencent à éclore.

Mais ce qui me confirme davantage dans cette opinion que la Lacque est une veritable Ruche, c'est l'examen que j'ai fait de celle qui vient de l'Isle de Madagascar, car celle-là ne differe presque point de la Cire, elle en a la couleur & l'odeur. Les naturels du Païs l'appellent *Lit-in-bitsic.* Flacourt dans sa description de l'Isle de Madagascar est le seul qui en ait fait mention. Les morceaux en sont plus épais que ceux de la Lacque ordinaire. Sa couleur tire sur celle d'Ambre ou de Karabé blanc transparent. Elle est formée comme celle des Indes autour des branches d'arbres, & est pareillement disposée en alveoles remplies d'especes de Crisalides plus grosses, dont la figure répond à celle de la Lacque ordinaire, mais la couleur en est grise.

Ce sont ces membranes qu'on pourroit plustôt prendre pour des aîles de Fourmis à cause de la couleur qui peut tromper, au lieu que les membranes ou Crisalides de nôtre Lacque sont si rouges qu'elles paroissent noires. Au reste, cette Lacque de Madagascar n'est point employée comme celle du Pegu, étant inutile pour les teintures aussi-bien que pour la Cire à cacheter, ce qui fait qu'elle est aussi-bien moins connuë.

Par toutes les experiences que j'ai faites sur cette Lacque, je ne l'ai point trouvée differente de la Cire des Ruches de nos Abeilles, ce qui donneroit lieu de soupçonner que cette matiere pourroit aussi être l'ouvrage de quelques sortes d'Abeilles, si la figure & la disposition des alveoles

me paroissoit visiblement la même que dans la Lacque. Les especes de Crisalides ont toutes la même figure à la couleur près, & le dessus & le dessous des alveoles portent les rayes blanches que j'ai observées dans notre Lacque.

La conformité que je remarque entre ces deux differentes Lacques doit lever tout le soupçon qu'on peut avoir sur la Lacque en bâtons; ensorte qu'il est hors de doute que ces deux matieres ne sont point produites par les arbres sur lesquels on les trouve, mais qu'elles y sont apportées d'ailleurs par des insectes qui selon la Relation qu'en a eu le P. Tachard sont des Fourmis qui la ramassent comme nos Abeilles font la Cire. Or l'on sçait que nos Abeilles ne font point la Cire, mais seulement qu'elles la recüeillent sur des fleurs comme l'a fort bien remarqué M. Maraldy dans sa Dissertation sur les Mouches à Miel, ensorte que sans les Mouches nous n'aurions point de Cire, & quoi-que l'on sçache où on la recüeille, toute l'industrie imaginable des hommes n'en pourroit pas ramasser avec bien de la peine en beaucoup de tems gros comme deux petites lentilles qui est la charge ordinaire de l'Abeille.

Je puis donc comparer la Lacque qui est sur les bâtons chargés d'alveoles à la Cire de nos Mouches, & dire que sans les Fourmis il n'y auroit point de Lacque, car ce sont elles qui prennent soin de la ramasser, de la préparer & de la travailler pendant huit mois de l'année pour leur usage particulier qui est la production & la conservation de leurs petits, & que les hommes ont aussi mis à profit en l'employant pour la belle teinture d'écarlatte qui s'en fait au Levant, pour la Cire à cacheter dont nous nous servons, & pour les Vernix.

Je ne prétends point pour cela détruire entierement l'opinion de ceux qui disent qu'il y a de la Gomme Lacque Ray. qui découle des feüilles de certains arbres, puisqu'il se pourroit faire que les Fourmis qui suivant la Relation du Hist. de P. Tachard, la recüeillent ordinairement sur differentes Acad. fol. fleurs, la trouvassent aussi en abondance sur quelques ar- 41. an. 1710.

bres d'où on pourroit la ramaſſer ſans leur ſecours. Ceux qui ſont de cette opinion croyent que c'eſt la Lacque qu'on nous apporte en maſſe; & l'on ne découvre ni les alveoles ni les petits corps rouges que l'on voit dans l'autre. Mais il y a plus d'apparence que toute cette matiere a été travaillée par les Fourmis, & que les maſſes ont été ainſi apportées par les Indiens, après en avoir tiré la teinture ou l'avoir purifié des ordures dont elle étoit mêlée. Ces changemens ne ſont pas ſans exemples, puiſque nous voyons que les ouvriers qui ſe ſervent de la Lacque en bâtons pour en tirer la teinture la métamorphoſent en une autre ſorte de Lacque que nous nommons Lacque en graine, parce qu'elle eſt par petits grains, & qui peut être encore employée à d'autres ouvrages pour leſquels même on la préfere à celle qui eſt en maſſe.

Voilà ce qu'on peut conjecturer de la Lacque en maſſe; car ce ſont des faits qu'il faudroit verifier ſur les lieux, ſi l'on n'aime mieux s'en rapporter à Tavernier, qui dit qu'au Pegu il y a une Lacque moins eſtimée qui eſt ordinairement mêlée de quantité d'ordure, & la raiſon qu'il en donne, eſt que les Fourmis la dépoſent à terre par monceaux, quelques-fois, dit-il, de la groſſeur d'un tonneau.

Il faut donc établir differentes ſortes de Lacques; premierement la Lacque en branche, dont je diſtingue deux eſpeces, une de couleur d'ambre jaune foncé qui porte des alveoles, mais qui n'a point reçû aſſés de chaleur pour prendre la couleur rouge des parties animales qui y ſont contenuës, ou pluſtôt parce que la Cire s'eſt trouvée trop abondante à proportion des parties animales qu'elles renferment.

La 2e. eſpece eſt d'une couleur plus obſcure à l'exterieure, mais entierement rouge lorſqu'on regarde la lumiere à travers. Cette belle couleur lui vient de ce que ces alveoles ſont bien remplies, & que les parties animales y étant en abondance, ont communiqué leur teinture à la Cire à l'aide de la chaleur du Soleil. On peut dire que c'eſt

c'eſt la Lacque dans ſa maturité, auſſi eſt-elle plus peſante, plus ſerrée & plus ſolide que la précedente.

La 3e. eſpece eſt une Lacque ſale en morceaux, mêlée de terre, de bois, & où à peine peut-on découvrir quelques alveoles; cette eſpece pourroit bien être celle dont Tavernier veut parler.

La 4e. eſpece eſt celle que j'ai décrite de l'Iſle de Madagaſcar, qui eſt, comme je l'ai fait remarquer, plus approchante de notre Cire que de la Lacque ordinaire.

La 5e. éſpece eſt celle qui eſt en graine détachée d'une couleur rougeâtre.

La 6e. eſt en groſſe maſſe ou pains, reſſemblans à un amas de petits grains réünis enſemble & de couleur brune. Cette derniere eſpece reviendroit aſſez à celle dont M. Ray a parlé, s'il eſt vrai, comme il le prétend, qu'il en découle naturellement des Arbres.

Après avoir montré que la Lacque en branche n'eſt autre choſe qu'une Ruche travaillée & formée avec autant de ſoin que les rayons de nos Abeilles, & pour le même uſage qui eſt la production de quelque nouvel eſſain de ces inſectes, je vais paſſer aux autres uſages qu'on a coûtume de faire de ces matieres.

La principale partie de la Lacque eſt, comme j'ai fait voir, celle qui ſe trouve renfermée dans les alveoles, & que j'ai nommées une ſorte de Criſalide.

Quoi-que ce ſoit en apparence ce qu'il y a de moins conſiderable, & en effet ce qu'il y a eu de moins obſervé, c'eſt de-là cependant que la Lacque tire cette couleur qui la rend remarquable, & qu'elle a parû propre aux premiers qui s'en ſont aviſez à donner cette belle teinture de Pourpre qui a toûjours été la plus eſtimée chez tous les Peuples. Cette eſpece de Criſalide tirée des alveoles & infuſée dans l'eau & dans l'Eſprit de Vin, donne à ces deux liqueurs une couleur rouge auſſi belle que la Cochenille qu'on employe aujourd'hui pour les plus belles teintures écarlattes.

La matiere des alveoles n'en peut au contraire communiquer aux differentes liqueurs qu'à proportion de ce qu'elle en a reçû des crisalides, comme je l'ai déja dit.

Une preuve de ce que j'avance est que les alveoles de la premiere espece de Lacque qui n'ont presque point de couleur, n'en donnent que très-peu, ou même point du tout dans les essais differens.

La Lacque la plus estimée pour les teintures, est celle qui est en branche, parce qu'elle est plus garnie de parties animales. On la choisit ordinairement la plus rouge.

Au rapport de Tavernier celle du Royaume de Bengale est plus chere sur les lieux que celle qui vient du Royaume de Pegu, parce que les Habitans de Bengale s'en servent & en tirent la belle couleur d'écarlatte dont ils teignent leurs toiles; c'est aussi celle qu'on transporte en Perse pour les teintures.

Il nous apprend encore que celle du Pegu est la moins estimée, parce c'est celle du Païs où les Fourmis sont plus négligentes, puisqu'elles la déposent à terre & par monceaux.

Pour tirer la teinture rouge de la Lacque, au rapport du P. Tachard, on la sépare des branches, on la pile dans un mortier, on la jette dans de l'eau boüillante, & quand l'eau est bien teinte, on en remet d'autre jusqu'à ce qu'elle ne teigne plus. On fait évaporer au Soleil la plus grande partie de l'eau. On met ensuite cette teinture épaissie dans un linge clair, on l'approche du feu, & on l'exprime au travers du linge. Celle qui a passé la premiere est en gouttes transparantes, & c'est la plus belle Lacque. Celle qui sort ensuite par une plus forte expression, & qu'on est obligé de racler avec un coûteau est plus brune & d'un moindre prix. Voilà la préparation de la Lacque la plus simple, qui n'est qu'un extrait de la couleur rouge que donnent les parties animales.

Cette matiere ainsi extraite conserve le nom de Lacque, & c'est de cette premiere préparation dont les autres, qui

ſe ſont introduites depuis par le ſecours de l'art, ont pris leur nom.

De-là viennent toutes les Lacques employées dans la Peinture, qui ſont des pâtes ſéches auſquelles on a donné en premier lieu la couleur de la Lacque ſelon les differens degrés neceſſaires pour la gradation des teintes. Depuis ce mot s'eſt étendu à un grand nombre de pâtes ſéches, ou des poudres de differentes couleurs & teintes avec des matieres bien differentes.

Nous voyons mêmes que de toutes les Poudres rouges qui s'employent aujourd'hui, nous n'avons que la Lacque de la Cochenille qui ait changé de nom pour prendre celui de *Carmin*, encore n'eſt-ce point ſon veritable nom, puiſqu'il l'a emprunté du Kermes.

L'on fait une préparation de Lacque plus compoſée pour teindre en rouge les peaux de Maroquin.

Il y a apparence que les plus beaux Maroquins de Levant ſont preparés avec cette matiere, quoi-qu'aucune Relation ne nous en ait encore rien appris.

Ce qu'il y a de certain, c'eſt que ceux qui les préparent en France & qui ont imité d'aſſez près la fabrique du Levant, ſe ſervent pour cela de la Lacque; ſoit qu'ils y ayent été portés par conjectures ou par quelque connoiſſance ſecrette qu'ils en ont eu, car ils en font encore un ſecret. Voilà ce que j'en ai pû apprendre.

On choiſit la Lacque en bâtons, la plus haute en couleur, on en ſépare les bâtons, on la réduit en poudre, on la jette dans l'eau boüillante avec de la Noix de gales épineuſe & legere, de l'Alun & un peu de Cochenille. Lorſque la teinture eſt faite, on y paſſe les peaux de Chevres qui ont été aprêtées auparavant d'une maniere particuliere, qu'ils nomment le *confis*. C'eſt de faire tremper ces peaux pour les corroyer dans un bain fait avec de la fiente de chiens, parce que ces excremens ſont apparemment plus propres à exalter la teinture que le tan ou les autres drogues ſemblables. Ces peaux étant bien lavées & couſuës

en double pour que la couleur ne prenne que d'un côté, sont passées à cette teinture jusqu'à ce qu'elles soient assez colorées, aprés quoi on les seiche & on les lustre avec de l'huile de Lin.

Il n'en est pas de même des peaux de Moutons rouges qui se fabriquent à Limoges. On ne se sert plus pour leur teinture que d'une Lacque commune tirée de Bresil où il n'entre point de Lacque en bâtons.

La matiere qui reste après la teinture pour les Maroquins est en masses legeres, boursouflées de differentes figures, de couleur rouge plus ou moins foncées, ce que les ouvriers nomment *gravois*. On les employe avec d'autres matieres pour la Cire d'Espagne commune.

La préparation que l'on fait de la partie de la Lacque qui forme les alveoles, sert à fabriquer la Lacque platte, qui est une Lacque fonduë & jettée en feüilles plattes, minces & transparentes. Il s'en est vû en petits morceaux plats, ronds d'un côté & creux de l'autre, que l'on a nommé *Lacque à oreille*, à cause de sa figure.

Toutes ces Lacques s'employent dans les Vernix, mais sur-tout la Lacque en bâtons & la platte.

Analise. L'analise de la Lacque sert encore à confirmer la comparaison que j'en ai faite avec la Cire de nos Ruches, car on en tire à peu-près les mêmes principes, sçavoir un esprit acide & un beurre, comme M. l'Emery l'avoit remarqué. Mais comme les parties animales contenuës dans la Lacque doivent fournir quelque chose de particulier, & qu'il n'est pas aisé d'en faire l'analise séparément, je me suis trouvé obligé, pour venir à mon but, de prendre une sorte de Lacque qui ayant été réduite en grains après avoir servi aux teintures, se trouve absolument dépoüillé de tout ce qu'elle pourroit contenir d'animal, & j'ai remarqué par l'analise entre cette Lacque en grains & la Lacque en bâtons une difference qui justifie mes conjectures sur les petits animaux renfermés dans ces alveoles; car l'esprit acide qu'on tire de celle-ci est mêlé avec un esprit volatil que la

ſeule partie animale peut fournir, comme on le reconnoît aiſément par le precipité blanc qui reſulte de ſon mêlange avec la ſolution du ſublimé corroſif, ce que ne fait point l'eſprit acide tiré de la Lacque en graine, parce qu'elle ne contient aucune de ces parties animales.

En obſervant les parties des animaux qui étoient contenuës dans les deux eſpeces de Lacques, j'ai été obligé de les comparer avec les autres matieres animales dont on tire la teinture de pourpre. Une de celles-là qui a été longtems fort en uſage, eſt le Kermes, que je puis ranger au nombre des eſpeces de Galles, parce que c'eſt une excroiſſance produite ſur un Arbre par la picqûre d'un inſecte. *Kermes* eſt un mot Arabe qui ſignifie *Vermiſſeau*, & quoiqu'on ne puiſſe revoquer en doute que le Kermes n'ait été connu des Anciens & en uſage parmi eux, cependant nous ſçavons confuſément qu'il y a eu nombre de differentes matieres qui croiſſent en divers Pays & ſur pluſieurs ſortes d'Arbres ou de Plantes, qui ont toutes ſervi aux teintures d'écarlattes; mais de toutes ces matieres le Kermes eſt le ſeul qui ſoit encore un peu employé dans nos teintures. Ce ſont de petites veſſies groſſes & rondes comme des poix attachées ſur *Lilex acculeata cocci glandifera*. C. B. P. 425. L'on obſerve au Printemps ſur les feüilles & les jeunes pouſſes de cet Arbriſſeau une petite veſſie qui n'eſt d'abord pas plus groſſe qu'un grain de Millet, elle eſt cauſée par la picqûre d'un inſecte qui y dépoſe ſes œufs, elle groſſit inſenſiblement & devient d'une couleur griſe cendrée à ſa ſuperficie : cette couleur n'eſt qu'une eſpece de fleur pareille à celle que nous voyons ſur les fruits & qui en cache la couleur rouge. Les Grecs ont nommé ce grain *Coccos Baphichæ*, & les Arabes *Kermes alkermes*, les Latins *Coccus* ou *Vermiculus*, d'où nous eſt venu le nom de *Vermillon*. Celui d'écarlatte, qui eſt le plus en uſage, lui vient, à ce que l'on croit de l'ancien Celtique. Quand cette galle eſt parfaitement meure, on la cüeille, on en tire le ſuc ou la pulpe en l'écraſant, ou bien

Coccus Baphica, Coccus Infectoria, Grana infectoria.

on l'arrose de vinaigre pour tuer les insectes qui sont renfermés au-dedans. Sans cette précaution ces petits animaux venant a éclore, laisseroient les coquilles vuides. Ils en sortent comme autant de petits Moucherons pareils à ceux que l'on voit se venir noyer sur le vinaigre & sur toutes les autres liqueurs odorantes qu'on laisse exposées à l'air. Aprés avoir bien examiné ces coques étant séches, j'ai observé qu'il y en avoit beaucoup de vuides, & que celles-là avoient un trou à l'endroit par où elles adherent à la feüille de l'Arbre. Cette espece de galle est fort legere, assez fragile, d'un rouge vif, luisante; elle est couverte d'une pellicule fort deliée, cassante, membraneuse, excepté l'endroit par où elle tient à la feüille, car de ce côté elle est un peu applattie, & l'on apperçoit une matiere ronde, blanche, charnuë, qui sert comme de pedicule à la baie, & en même temps de couvercle pour empêcher l'air d'y penetrer. La peau de la baie fait à la jonction du pedicule un espece de bourlet qui est enchassé dans le pedicule comme dans une feüillure : au dessous de cette premiere cocque il s'en trouve une autre plus tendre, quoi-que plus épaisse, d'une couleur rouge & qui est apparemment le suc desseché & le paranchime qui soûtenoit les insectes qui y sont contenus.

Cette seconde coque renferme deux ou trois cavités qui varient comme celles de certains fruits ou baïes. La plus grande est remplie d'une poussiere semblable à une vermoulure : on y observe facilement deux couleurs, le blanc & le rouge, c'est ce qu'on nomme communement *Pastel d'écarlatte*, que les Teinturiers employent.

Ayant mis de cette poudre au Microscope, les parties blanches m'ont parû figurées en cornets fort deliés, qui, selon toutes les apparences, ont servi d'enveloppes aux insectes qui en sont sortis.

Pour avoir une plus grande connoissance des principes du Kermes j'en ai fait l'analise.

Outre du flegme qui avoit l'odeur du Kermes, mais

qui n'a répondu à aucuns essais, j'ai tiré plusieurs portions de liqueurs urineuses & volatiles qui n'ont point alteré la teinture du Tournesol, mais qui ont verdi celle des Violettes & des Roses.

Ce qu'il y a de particulier, c'est que d'une livre de Kermes que j'avois mis dans la Cornuë, j'ai tiré demie once d'un beau Sel volatil cristalisé, & la valeur d'une dragme ou deux mêlangé avec une huile citrine. L'huile fœtide a été très-abondante sans être noire, elle étoit d'un jaune foncé & épaisse comme du beurre. Je ne puis mieux comparer les principes que j'en ai tiré qu'à ceux de la soye platte dont l'analise a été faite par feu M. Tournefort.

Le Kermes est donc une matiere qui tient plus de l'animal que du vegetal, ou pour mieux dire qui a été entierement transformé par l'insecte en une substance animale, comme l'analise le démontre, puisqu'il fournit une très grande quantité de sel volatil & de Soufre trè-pur.

Pour ce qui est de l'usage du Kermes dans les teintures, il est peu considerable, & sans celui qu'on en fait en Medecine, peut-être auroit-on negligé sa recolte, & nous pourrions dès-à-present ne le plus connoître que sur le rapport de ceux qui l'auroient vû recüeillir en Languedoc, de même que nous avons perdu l'usage des autres coques ou vers qui se sont employés autrefois, & que nous ne connoissons à present que sur le recit des Sçavans qui les ont observés ; c'est ce qui est arrivé à bien d'autres matieres animales qui servoient aussi à la teinture de Pourpre, tels sont la Pourpre des anciens, celle que M. de Reaumur a observée & décrite, comme aussi les insectes de la racine de la Pimpinelle, ceux du Lentisque, de la Parietaire, du plantin, ceux du Knavel qui se trouve en grande quantité en Pologne qui m'ont parû meriter quelque attention.

Cette matiere est un peu plus connuë, parce qu'elle a été encore observée de nos jours. Quelques-uns même la nomment *Cochenille de Pologne* ; c'est une coque qui se trouve à la racine de cette Plante, qui est une espece d'*Al-*

chimilla gramineo folio. Les Païsans la vont ramasser au mois de Juin ; il se trouve dans cette coque un Ver rouge & dont le sang donne une belle teinture, ce que les habitans ont souvent reconnu aux excremens rouges des Poules qui en avoient mangé.

On ramassoit autrefois ces insectes avec soin, & on les étouffoit dans l'eau fraîche & quelquefois dans l'huile.

Les Ephemerides d'Allemagne disent que les Hollandois en employent encore dans les teintures avec la Cochenille, & qu'on les ramasse sans faire tort aux Plantes. Cette recolte se fait avec une espece de Truelle creuse, faite exprés pour cet usage, mais cet insecte n'est plus connu des Teinturiers.

La Cochenille par la beauté de sa couleur & la grande quantité qui nous en vient d'Amerique, a rendu presque inutile toutes les autres matieres dont on se servoit auparavant.

Il m'a donc parû à propos d'entrer dans quelque détail touchant la nature & l'usage de la Cochenille.

Toute commune qu'elle est, les Auteurs qui en ont traité, se sont trouvés partagés sur ce sujet. Les uns ont dit que c'étoit un Insecte, & d'autres au contraire ont soûtenu que c'étoit une Graine.

Cette diversité d'opinions se remarque dans les premiers Auteurs qui en ont traité. Il est vrai que nous avons eu en dernier lieu le témoignage du P. Plumier Minime, très habile Botaniste, qui étoit d'un grand poids pour nous persuader que la Cochenille qu'on appelle *Mesteque*, n'est autre chose qu'un petit animal semblable à une Punaise, que l'on recüeille sur une Plante de l'Amerique nommée *Opuntia major validissimis aculeis munita.* Inst. R.H, & que nous appellons *Cardasse*, *Raquette* & *Figuier d'Inde.* Mais d'autre part, Pomet dans son Histoire des Drogues prétendoit que ce Pere s'étoit mépris, citoit pour cela les lettres d'un de ses amis actuellement sur les lieux, qui assuroit que la Cochenille étoit une Graine.

Quoi

Quoi-que cette opinion n'ait pas été depuis fort ſuivie, je ne ſçache pourtant perſonne qui l'ait refutée expreſſement & qui ait levé le doute que cette contrarieté pouvoit laiſſer.

Il ſemble que la ſeule inſpection de la Cochenille ſuffiſoit pour terminer le different, mais étant ſéchée comme on nous l'apporte, on n'y découvre rien qui faſſe plus pencher pour un ſentiment que pour l'autre.

Voulant donc en être mieux éclairci, j'en ai mis dans de l'eau où elle s'eſt renflée, & a repris une ſoupleſſe & une forme qui ne peut convenir qu'à un Inſecte. On y diſtingue à la ſimple veûë la tête, l'anus, les eſpeces d'anneaux, les places des pattes, & on les découvre ſenſiblement avec le ſecours du Microſcope. J'en ai preparé de la ſorte où on voit les pattes bien articulées, trois de chaque côté; mais je n'y ai apperçû aucuns veſtiges d'aîles, comme l'ont prétendu quelques-uns, qui veulent que la Cochenille ſoit une ſorte de Scarabées. En ayant ouvert quelques-unes des plus groſſes, il en eſt ſorti une liqueur rouge avec une eſpece de grappe attachée à un canal creux, garni de petits grains qui, vûs au Microſcope, ſemblent de petites Cochenilles.

Cette configuration tant interne qu'externe des parties de la Cochenille, fait aſſez voir que c'eſt veritablement un Inſecte, comme le dit le P. Plumier, qui a aſſez bien comparé la Cochenille à une Punaiſe; elle n'eſt cependant pas ſi platte, & je crois qu'elle a encore plus de reſſemblance par ſa rondeur à ces ſortes d'Inſectes qui s'attachent aux Chiens.

Ce qu'il y a d'étonnant dans la Cochenille, c'eſt qu'elle puiſe le beau rouge qu'elle fournit ſur des feüilles qui ſont d'un vert pâle, car le P. Plumier remarque que ces Inſectes naiſſent ſur diverſes ſortes d'Arbres, mais qu'ils ne donnent cette belle couleur d'écarlatte que quand ils ont été élevés ſur les feuilles de l'Opuntia. Comment ces feüilles ſont-elles capables de donner la couleur qu'elles n'ont

point? Pour refoudre cette queftion, il eft bon d'obferver que la Figue d'Inde, qui eft le fruit de l'Opuntia, eft d'une couleur rouge fi forte qu'elle teint même l'urine de ceux qui en mangent, ce qui a quelquefois effrayé ceux qui n'en fçachant pas la caufe, croyoient rendre le fang tout pur.

On peut donc conjecturer que la fubftance de cette Plante fouffre en paffant dans le corps du petit Infecte la même alteration que celle qui caufe dans fon fruit la même couleur.

Je puis apporter ici un exemple d'un fait affez particulier.

J'ai remarqué qu'il s'attache aux rofes rouges un petit Ver blanc de la longueur d'environ quatre à cinq lignes qui a la tête rouffe : fon aliment qui eft la rofe même, perd prefque fa couleur dans fon eftomach, ce qui eft aifé à voir, parce qu'il eft tranfparent. On n'y apperçoit qu'une couleur bleüâtre. En écrafant ces Vers fur du papier ils y laiffent une couleur verte, comme il doit arriver, parce que les parties volatiles & les fucs alkalis des animaux ont coutume de verdir le fuc des Rofes, mais ce fuc recevant une nouvelle alteration à l'extremité de l'inteftin, fait que les excremens de ces Vers, que l'on trouve en petits grains comme de la menuë poudre à tirer, ont une couleur rouge, femblable à celles des Rofes, & qui donnent, par le moyen de l'Efprit de Vin aidé de quelques liqueurs acides, la même teinture que les Rofes, & fouffre tous les mêmes changemens, comme de verdir par les alkalis & de rougir avec les acides.

Si les obfervations que je viens de rapporter ne fuffifoient pas pour prouver que la Cochenille eft un Infecte, l'analife que j'en ai faite le démontreroit affez toute feule; car on en tire précifement les mêmes principes que les parties des animaux ont coutume de fournir : un flegme de même odeur que celui qui fort dans la diftillation de la Corne de Cerf, de l'Efprit & du Sel volatil à peu-près dans

la même proportion qu'on en tire de quelques Insectes, comme des Cloportes; & une huile foetide d'un rouge oncé & assez épaisse.

Outre l'usage que l'on fait de la Cochenille pour toutes les belles teintures rouges, elle est encore employée pour le Carmin qu'on faisoit auparavant avec le Kermes, & qui se prépare à present avec la Cochenille, l'Alun, le Choüan & l'Autour que l'on fait boüillir dans l'eau dont on ramasse la feüille rouge qui est le beau Carmin, le reste de la masse qui a encore beaucoup de couleur, sert pour faire la Lacque des Peintres; elle sert aussi aux teintures d'écarlatte qu'on tiroit de ce même Kermes, mais c'est en exaltant. Sa couleur qui naturellement est purpurine par le moyen d'une dissolution d'Etain fin, dans l'eau forte regalisée par le Sel ammoniac.

L'Etain en cette occasion fait un effet bien different de celui qu'il fait avec la teinture ou dissolution de l'Or, puisqu'une goutte de dissolution d'Etain jetté sur une certaine quantité de dissolution d'Or, lui donne une belle couleur de pourpre, au lieu qu'ici il étend la couleur de pourpre, qu'a naturellement la Cochenille, pour en faire un rouge fort vif.

Nous voyons par ce que nous avons de connoissance des matieres qui ont été employées de tout temps à cette precieuse teinture, qu'elles ont toûjours été tirées du regne animal. Celles que fournissent la Garence, le Safranc bâtard, le bois de Bresil & les autres matieres végétales, n'en ont jamais approché pour la beauté.

La premiere qui ait été en usage chez les Anciens, se tiroit d'un Poisson à coquille nommé *Murex* : le hazard seul la fit connoître aux Tyriens, s'il est vrai, comme nous l'apprenons des anciens Auteurs, que ce fut un Chien, qui ayant devoré un de ces Poissons sur le bord de la Mer, en eut tout le tour de la geule teint d'une si belle couleur, qu'elle donna de l'admiration à ceux qui la virent, & fit naître l'envie de s'en servir.

Cette teinture plus precieuse que l'Or même, quelque rare qu'il fût pour lors, a été long tems en usage, jusqu'à ce que l'on ait découvert, je ne sçai par quel hazard, le Kermes, ensuite la Lacque, & enfin la Cochenille; toutes matieres animales, les seules qui ayent été reconnuës par l'experience de tant de siecles, propres à donner aux Etoffes précieuses leur plus grand éclat.

DESCRIPTION DU PLACENTA.

AVEC

DE NOUVELLES OBSERVATIONS.

Par M. ROUHAULT.

1. Aoust. 1714. Fig. I. *a*. Fig. II. *1*.

LE Placenta *a* ressemble à une espece de chair d'une couleur rouge foncée du côté qu'il est attaché à la matrice; du côté qu'il regarde l'enfant *1*, il est d'une couleur livide, sa figure est presque ronde comme un gâteau, ce qui lui a fait donner le nom de *Placenta*.

Le Placenta est plus ou moins grand, & plus ou moins épais, selon que le fœtus à qui il appartient est plus ou moins gros: cependant il arrive quelquefois que de petits enfans ont de grands Placentas, & que de gros enfans n'en ont que de mediocres.

Lorsque l'on écrase le Placenta, il ressemble en quelque façon à un Foye écrasé, & si après l'avoir fait tremper quelque-temps, on le laisse un peu secher; & que l'on le déchire ou que l'on le coupe, il paroît comme un morceau d'Eponge que l'on auroit déchiré ou coupé. *

Fig. I. *

Fig. I. *a*. Fig. II. *1*. Fig. I. *a*.

Nous avons dit ci-dessus que le Placenta avoit deux surfaces, une qui regarde la matrice *a*, & l'autre le fœtus *1*.

Fig. I. *b b b b b b*. Fig I. *c c c c c*.

La surface qui regarde la matrice *a*, & qui y est attachée, est inégale, elle a des éminences *b* & de petits creux en maniere de scillons *c* qui entourent ces éminences.

Ces ſcillons ſont pour l'ordinaire très ſuperficiels & quelquefois ſi profonds, qu'ils penetrent juſques à la membrane du côté oppoſé, lorſque le placenta a été tiré avec trop d'effort.

Pluſieurs Auteurs ont dit que cette ſurface étoit revêtuë de membrane *d*, mais s'ils avoient fait attention qu'il paſſe à travers cette prétenduë membrane une infinité de vaiſſeaux ſanguins capillaires qui ſortent du Placenta pour aller à la matrice ou pour venir au Fœtus, ils l'auroient regardé comme un raiſeau & non comme une membrane. Ce qui a pû les tromper, c'eſt que ſi l'on fait une petite inciſion à ce raiſeau, que l'on introduiſe dans l'ouverture un chalumeau, & qu'on y pouſſe de l'air, il s'éleve comme feroit une membrane, ce qui a pû en impoſer à ceux qui n'ont pas examiné cette partie de plus près; car pour peu qu'ils euſſent preſſé legerement cette ſurface avec les doigts ils auroient vû ſortir le ſang ou la liqueur qu'ils auroient injecté dans les vaiſſeaux par une infinité de petits trous: que ſi non content de cette experience ils avoient examiné ce raiſeau avec le Microſcope, en le regardant obliquement, ils auroient vû que cette prétenduë membrane eſt percée obliquement d'un million de petits trous, leſquels dans l'état naturel ſont remplis d'autant de petits vaiſſeaux ſanguins capillaires, ce qui fait que lorſque l'on pouſſe de l'air entre ce raiſeau & le Placenta, les vaiſſeaux qui rempliſſent ces trous empêchent que l'air ne s'échappe; ou ſi une partie des vaiſſeaux ſont rompus, ce qui en reſte à l'ouverture eſt capable de les boucher. Hobokenus qui a donné un excellent ouvrage de la ſtructure du Placenta, refuſe le nom de membrane à cette partie; voici comme il s'explique pag. 203. de ſon anatomie réïterée du Placenta, *Ita Placentæ unâ alterâque parte inveſtiuntur quidem; ſed diſſimiliter adeo, ut quæ uterum reſpicientem ſuperficiem inveſtit, propter poroſitatem, & cum interiore contexturâ communionem ferè tunicæ nomen non mereatur.*

Fig. I. *d.*

Cet Anatomiſte fait aſſez connoître qu'une membrane

doit être d'un tiſſu ſerré, celle-ci ne l'eſt pas, puiſqu'elle donne paſſage à une ſi grande quantité de vaiſſeaux, & qu'elle eſt percée d'un ſi grand nombre de trous. Il eſt vrai qu'à la page 349. le même Auteur donne le nom de membrane à ce raiſeau, mais en même temps il fait remarquer qu'elle differe des autres membranes du corps: *Ipſam autem membranam pluſquam evidentiſſime peculiarem eſſe, & Placentæ huic ſuperficiei propriam: craſſam ſatis, & valdè poroſam laxamque.* Il paroît que cet Auteur a enlevé avec ce raiſeau quelques portions de vaiſſeaux du Placenta, comme il arrive quelquefois lorſque l'on ſe ſert d'un Placenta frais: s'il l'avoit fait tremper pendant trois ou quatre jours en Eté ou pendant ſept ou huit en Hiver, en le changeant d'eau, & qu'après cela il eut ſeparé ce raiſeau, il auroit connu qu'il eſt très fin, bien loin d'être épais.

FIG. II. *1.* A l'égard de la ſurface *1* du Placenta qui regarde le fœtus, elle eſt de couleur livide pour l'ordinaire, quelquefois elle eſt de couleur jaunâtre; on voit à cette ſurface pluFIG. II. 2 2 2 2. 3 3 3 3. ſieurs vaiſſeaux 2 & *3* qui font des éminences plus ou moins élevées ſelon que les vaiſſeaux qui y rampent ſont plus ou moins gros: on remarque entre ces vaiſſeaux des enfonceFIG. II. 4 4 4 4 4. mens *4* d'autant plus profonds & d'autant plus larges, que les vaiſſeaux 2 & *3* qui les environnent par leurs groſſeurs FIG. II. 2 2 2 2 2. ſont plus élevés, & par leurs éloignemens les uns des auFIG. II. 3 3 3 3 3. tres, laiſſent plus d'eſpaces entr'eux. Tous ces vaiſſeaux ſont des branches de veines *3* qu'autant de branches d'arteres 2 accompagnent tantôt en paſſant par-deſſus, tantôt en paſſant par-deſſous & tantôt à côté. Cette ſurface eſt couverte FIG. II. *6.* de deux membranes, dont l'une eſt *Lamnios 6* qui enveFIG. II. *9.* loppe l'enfant, le cordon *9* & les eaux, la ſeconde 7 FIG. II. 7. qui eſt à peu-près de même ſubſtance que Lamnios eſt forFIG. II. *5.* tement attachée au Placenta, & ne ſe peut ſeparer qu'à FIG. II. *8.* un travers de doigt de deſſus ſa circonference *5*. Par-deſſus FIG. II. 7. cette membrane eſt le chorion *8* avec laquelle la préceden FIG. II. *6.* te membrane 7 eſt plus adherante qu'avec Lamnios *6*.

Le Chorion *8* eſt une membrane qui paroît prendre ſon origine de la circonference du Placenta ; Cette membrane s'attache comme le Placenta à la matrice ; elle eſt quelquefois ſi peu adherante avec la précédente, qu'en faiſant une petite ouverture pour y paſſer un chalumeau, on l'en ſépare très facilement lorſque l'on y pouſſe de l'air, quelquefois elle eſt ſi adherante qu'il faut beaucoup de patience pour l'en ſéparer ; c'eſt ce qui eſt cauſe que pluſieurs Auteurs, avec Bartholin & Diemerbroeck, des deux membranes n'en ont fait qu'une. Je rapporterai ſeulement les termes de Diemerbroeck, parce qu'ils renferment ce que diſent les autres. Fig. II. 8.

Chorion eſt membrana exterior totum fœtum circumdans, eaque craſſa, gemina, interior levis, exterius non nihil inæqualis & aſpera. Si ces Anatomiſtes avoient examiné de près le Chorion, ils auroient remarqué facilement que ce ſont deux membranes diſtinctes, en ce que l'une eſt ſpongieuſe *8* & l'autre membraneuſe 7, que l'une eſt d'un tiſſu très lache *8* & l'autre d'un tiſſu très ſerré. 7 Fig. II. 8. Fig. II. 7.

On me dira peut-être qu'il n'y a point de membrane que l'on ne puiſſe diviſer pour peu qu'elle ait d'épaiſſeur ; j'en conviens, mais ces deux membranes ſeront ſemblables en ſubſtances ; d'ailleurs pour faire cette diviſion il faut toûjours un Scapel joint à la dexterité d'un Anatomiſte, & ici il ne faut quelquefois que de l'air avec un chalumeau pour les ſéparer, ou tout au plus un ſtilet avec un peu de patience.

Le hazard m'ayant fait découvrir cette membrane, j'ai cherché ſi quelqu'Auteur ne l'avoit point remarquée avant moi, & j'ai trouvé que Needham l'a connuë, mais il lui donne le nom de *Membrane urinaire* 7, nom qui ne lui convient point, puiſque dans l'homme il ne s'y rencontre point d'urine, cependant il la décrit très exactement en ces termes pag. 59. Fig. II. 7.

Ad Placentifera pergamus, quibus membrana urinaria prorſus alterius figuræ eſt, ut mutato nomine eandem hoc ge-

nerali vocabulo appellare ſatius ſit. Hiſce urinaria tunica diverſa facie conſpicitur pro animalis varietate. In muliere integrum fœtum complectitur. Le même Auteur pag. 197. décrit la maniere de ſéparer cette membrane. *Hâc circa funiculum relictâ* (c'eſt de Lamnios qu'il parle) *ad proximam membranam perge, quam ſi vel externe prope Placentam vulneraveris, vel ad extremas ſimbrias digitis laceraveris, videbis in duas facile dividi: quarum exterior poroſa eſt & ſpongia venuliſque ſcatet. Interior lubrica admodum eſt, & dura, ſummeque pellucida venis arteriis vacua, illam ego pro Chorio habeo, hanc pro tunicâ urinariâ;* & plus bas, *Formâ vero minime allantoïdes eſt, neque membrana illius figuræ in homine datur.* Hobokenus pag. 281. de ſon Traité qui a pour titre *Anatomia ſecundinæ humanæ repetita, aucta &c.* dit, *Tres obſervavi membranas Amnion 6. Chorion* FIG. II. 6, 7, 8, *8, ſtricte acceptam, & mediam tenuiſſimam* 7. Il me ſemble que l'autorité de ce ſçavant Anatomiſte, qui a travaillé cette partie avec autant de dexterité que d'exactitude, doit être preferée à l'autorité de quelques Anatomiſtes qui ſe copient les uns les autres, ou qui écrivent ſous la bonne foy d'autruy; Diemerbroeck en convient lui-même à la page 207. de ſon Anatomie; *Quid quid ſit de vero ſtatu allantoïdis adhuc dubii ſumus & rara occaſio ſecandi mulieres gravidas in cauſa eſt quod hæ tenebræ nondum perfecte ſint diſcuſſæ;* & plus bas à la même page, en parlant de l'allantoïde, *Hanc etiam ego fateor me defectu occaſionis ſecandi cadavera mulierum gravidarum hactenus cum attentione non vidiſſe.*

Cette membrane que nous appellons avec Hobokenus
FIG. II. 7. membrane moyenne 7 eſt mole, tranſparente & moins
FIG. II. 6. épaiſſe que Lamnios 6; elle eſt plus inégale à ſa partie ex-
FIG. II. 6. terne qu'à ſa partie interne; elle eſt attachée à Lamnios 6 qu'elle recouvre de toutes parts; on la peut ſéparer de deſſus la circonference du Placenta juſques à un travers
FIG. II. 5. de doigt 5, mais on ne peut la continuer plus loin, à cau-
FIG. III. 6. ſe qu'elle fournit une membrane en forme de guaine 6 à tous

tous les vaiſſeaux du Placenta *10*, ce qui n'a été démontré par aucun Anatomiſte que je ſçache. Fig. II. *10*.

L'Amnios *6* eſt une membrane trés-fine, tranſparente & molle ; elle eſt inégale par ſa partie externe, par ſa partie interne elle eſt liſſe & polie, elle renferme l'enfant, le cordon *9* & les eaux ; elle recouvre le Placenta *1* couché ſur la membrane moyenne *7*, & ſe termine au Cordon à peu-prés à l'endroit de la diviſion * des vaiſſeaux ; entre les deux membranes on trouve quelquefois un ſuc un peu épaiſſi, que Warthon appelle de la Gelée. Aprés avoir levé l'Amnios *6*, on voit ſur la ſurface *1* du Placenta du côté de l'enfant pluſieurs vaiſſeaux qui ſont des arteres 2 & des veines *3*. Fig. II. *6*. Fig. II. *9*. Fig. II. *1*. Fig. II. *7*. Fig. II. *. Fig. II. *6*. Fig. II. *1*. Fig. II. *22222*. *33333*.

Les veines ſortent du Placenta & de ſa circonférence par pluſieurs rameaux, qui ſe réuniſſant en trois ou quatre branches, ne forment au-deſſus de l'endroit où s'attache l'Amnios, qu'un ſeul tronc. Les arteres 2 viennent du Fœtus au Placenta par deux branches d'égal diametre, leſquelles aprés avoir paſſé l'endroit où s'attache l'Amnios, paſſent par deſſus les veines *3*, & aprés s'eſtre communiquées par une branche d'artere longue de quatre à cinq lignes (qui a un diametre égal à un des arteres) ſe diviſent chacune en deux branches, puis en rameaux. La plus grande partie de ces vaiſſeaux s'avance, avant que de ſe diviſer en pluſieurs branches, vers la partie antérieure de cette ſurface. J'entends par la partie antérieure du Placenta cette partie de la circonférence, la plus éloignée du cordon, & par la partie poſtérieure, la partie qui en eſt le plus prés. Dans les Placentas où le cordon eſt placé au centre, cette diviſion n'a pas de lieu, mais comme il s'en trouve fort peu de cette eſpece, j'eſpere que l'on me paſſera cette diviſion pour me rendre plus intelligible. Quoique les vaiſſeaux 2 & *3* qui ſont à la ſurface du Placenta du côté de l'enfant, & qui paſſent dans l'épaiſſeur de la membrane moyenne *10* qui recouvre cette ſurface, ne paroiſſent pas ſe diviſer beaucoup par rapport au volume du Placenta, ils Fig. II. 22222. Fig. II. *33333*. Fig. II. *22*. *33*. Fig. II. *10*.

ne laissent cependant pas de fournir une quantité considerable de rameaux 2 qui partent de dessous les vaisseaux qui se remarquent à cette surface, lesquels (après avoir reçû une enveloppe *1* en forme de gaîne de la membrane moyenne) entrent dans le Placenta. Lorsque ces rameaux ont fait dans le Placenta trois ou quatre lignes de chemin, en conservant à peu-près le même diametre qu'ils avoient en entrant, ils se divisent par leurs extrémitez en de plus petits rameaux, & ensuite en capillaires, dont une partie passe au travers de la membrane recticulaire *d* qui se trouve à la surface du Placenta du côté de la matrice, pour aller (aprés s'être dépouillez vraisemblablement des enveloppes qu'ils avoient reçûes de la membrane moyenne) dans la substance de la matrice.

Fig. III. 2. Fig. III. *1*. Fig. I. *d*.

Jusques à present les Auteurs ne sont point encore convenus de l'usage du Placenta. Fabricius Aquapendens, au rapport de Warthon * pag. 226. dit, *Que cette masse charnuë ne sert qu'à soûtenir les vaisseaux;* Harvé, au rapport du même Auteur, assûre *que cette partie prépare l'aliment pour la nourriture du Fœtus:* d'autres disent *que le Placenta prépare & dépure le sang en quelque façon, & pour cette raison l'ont nommé* hepar uterinum. *Aquapendens soutient son sentiment, parce qu'il croit que les vaisseaux du Fœtus fortifiez par cette masse charnuë, s'unissent aux vaisseaux de la matrice. Arantius nie le fait, parce qu'il prétend que les vaisseaux du Fœtus sont répandus dans le Placenta comme les racines des Arbres dans la terre.*

Quoique les vaisseaux du Fœtus ne s'anastomosent pas avec ceux de la matrice; Arantius n'a pas dû borner les vaisseaux du Fœtus au milieu de la substance du Placenta, puisqu'ils la percent, & vont jusques dans la propre substance de la matrice.

Pag. 330. Warthon dit, *Que les arteres de la matrice versent le sang dans la moitié du Placenta qui regarde la matrice, &*

* Warthon dans son livre intitulé, *Adenographia, sive Glandularum totius corporis descriptio.*

que les nerfs de la matrice versent dans cette même moitié du Placenta un certain suc de differente nature.

Pour entendre ce sentiment, il faut sçavoir que Warthon *a divisé le Placenta en deux parties égales qui* (selon lui) *sont separables selon son épaisseur, dont une qui regarde la matrice, en reçoit des vaisseaux qui ne passent pas cette moitié. L'autre moitié qui regarde l'enfant, reçoit les vaisseaux ombilicaux qui se terminent dans cette partie sans passer dans la moitié qui regarde la matrice.* *Pag. 227.* *Pag. 228.*

Si cet Auteur avoit suivi les vaisseaux ombilicaux, il auroit vû qu'une partie de ces vaisseaux traverse toute l'épaisseur du Placenta pour aller à la matrice, & que l'autre partie se termine dans son épaisseur. Il est facile de juger que les consequences que les Auteurs peuvent tirer d'une partie dont ils ignorent la structure, doivent être fausses & pleines de suppositions, comme nous le verrons par la suite.

Pour ce qui regarde, dit Warthon, *le sang qui vient à cette partie, il est très-doux & semblable au chyle, & est de même nature que le sang qui coule aux mammelles des Nourrices, l'un & l'autre contient un suc un peu alteré par le sang. Car aussi-tost que le chyle est dans la souclaviere, il ne se convertit pas en sang parfait; & comme dans toutes les parties il y a une semblable attraction (comme l'a prouvé Glisson dans l'anatomie du Foye) les mammelles & le Placenta étant des parties semblables au chyle & au lait, il s'ensuit que ces parties ne peuvent tirer à elles que la partie du sang qui ressemble très-fort au lait; ainsi je dis que la partie la plus douce du sang se separe de la plus acre dans le Placenta comme dans les mammelles, & que la plus acre retourne par les veines de la matrice à la mere, & que la plus douce est reservée dans la glande, comme le lait dans les mammelles, pour l'usage du Fœtus. La moitié de cette glande est blanche, molle, spongieuse, de même substance que celle des mammelles, & par consequent il est croyable qu'elle fait le même office.* *Pag. 330.*

Cet Auteur ne s'est pas ressouvenu qu'il a dit à la page

217. *Que le Placenta est une substance de son genre, qui differe des muscles, des visceres & des* glandes *trés proprement dites.*

Le Placenta n'est pas une Glande, les mammelles le sont, il y a donc de la difference entre ces deux corps, par consequent l'usage doit être different.

Pag. 213. Il divise le *Placenta en deux parties selon son épaisseur, une qui regarde la matrice, qui selon lui est blanche, molle & spongieuse.*

Sans doute que cet Auteur a examiné le Placenta aprés l'avoir laissé tremper dans l'eau : s'il l'avoit examiné sortant de la matrice, il auroit remarqué qu'il est d'une même couleur dans toute son épaisseur. Cette difference de couleur ne vient que parce que la partie du Placenta qui regarde la

Fig. I. d. matrice n'est recouverte que d'un raiseau *d* ou membrane percée par une infinité de vaisseaux, qui ont laissé entrer l'eau jusques à une certaine distance dans le Placenta ; que cette eau a emporté le sang qui lui donnoit une couleur rouge, au lieu que l'eau n'ayant pû pénetrer le côté du Placenta qui regarde l'enfant, parce qu'il est recouvert de

Fig. II. 7. la membrane moyenne 7 qui est d'un tissu très-serré, le sang y est resté. Cet Auteur adjoûte, *Que cette partie du Placenta qui regarde la matrice, est molle, spongieuse, de même substance que celle des mammelles, par consequent il est croyable qu'elle fait le même office.*

La partie du Placenta qui regarde la matrice, ne differe en rien de l'autre, elle est d'une même substance continuë, ainsi l'une & l'autre partie du Placenta doit avoir le même usage, qui doit estre different de celui des mammelles, puisque la substance du Placenta est trés-differente de celle des mammelles.

Le même Auteur dit, *La partie la plus douce du sang se separe de la plus acre dans le Placenta, comme dans les mammelles, & la plus acre retourne par les veines de la matrice.*

Dans les mammelles il y a des vaisseaux qui reçoivent

le lait de la glande, & ici l'Auteur n'a pas ſongé à en mettre; il eſt vrai qu'il y ſuppoſe des vaiſſeaux lymphatiques, mais il les employe à reporter un autre ſuc qui lui vient des nerfs, comme nous l'allons voir.

A l'egard de cet autre ſuc porté par les nerfs, il eſt de même nature que le ſuc nourricier des parties ſpermatiques, & eſt ſemblable au blanc des œufs; & de même que le ſuc du jaune de l'œuf nourrit le ſang du Fœtus, de même le blanc nourrit les parties ſpermatiques. Il faut ſçavoir, continuë cet Auteur, *que le premier ſuc porté par les arteres au Placenta, ſi on le conſidere ſéparement, eſt moins fort que le lait des mammelles, parce que le lait des mammelles contient non-ſeulement le ſuc chyleux des arteres, mais encore le ſpermatique qui lui eſt rapporté par les nerfs; que ſi vous conſiderez ces deux ſucs du Placenta mis enſemble, ils égalent le lait des mammelles; cette matiere lactée tranſude d'un côté du Placenta à l'autre, parce qu'il ne s'y trouve point de membrane qui les ſépare: ce ſuc laiteux étant paſſé dans la moitié du Placenta qui regarde l'enfant, eſt repris en partie par les racines des veines & des vaiſſeaux lymphatiques.*

L'Auteur met ici des vaiſſeaux lymphatiques, parce qu'il a ſuppoſé qu'il entroit des nerfs de la matrice dans le Placenta. Voici comme il s'explique pag. 224.

Les nerfs de la matrice dans le temps de la groſſeſſe, augmentent beaucoup, & jettent pluſieurs capillaires dans la moitié du Placenta qui eſt attaché à la matrice, comme il paroît par le ſentiment & le mouvement du Placenta dans les femmes groſſes.

Je voudrois ſçavoir comment cet Auteur a connu que les nerfs de la matrice venoient dans cette prétenduë moitié du Placenta, & comment il a remarqué qu'il avoit du ſentiment & du mouvement. *Il paroît,* continuë-t'il, *que ces nerfs ne ſont point formez pour l'uſage de la matrice, mais pour celui de l'enfant, parce qu'ils ſont emportez avec la moitié du Placenta, & que le reſte ſe fond & ſort avec les vuidanges; de ſorte qu'un mois aprés il n'en paroît aucun.*

vestige. Je demande à quel usage ces nerfs capillaires se formeroient de nouveau dans les femmes grosses, s'ils ne portoient point de liqueur dans le Placenta ; si vous convenez qu'ils y portent quelque chose, il faut qu'il y ait des vaisseaux lymphatiques, ou quelque chose qui en tienne lieu, pour reprendre & reporter comme dans les autres parties, la liqueur que les nerfs ont versée pour l'utilité, non pas de la matrice, mais pour celle du Fœtus pour laquelle ils ont esté formez. En verité les nerfs de la matrice ont un grand avantage sur les autres nerfs du corps humain, où ils ne servent que pour le sentiment & le mouvement, mais ceux de la matrice servent non seulement au sentiment & au mouvement du Placenta, comme il vient d'estre dit, mais encore pour la nourriture des parties spermatiques. Je crois pouvoir dire, sans trop avancer, que l'Auteur a eu plustôt dessein de faire une fable, que la description de cette partie.

Les nerfs portent la nourriture aux parties spermatiques, & le residu est repris par les vaisseaux lymphatiques ou par quelque chose qui en tient lieu.

Quand il viendroit au Placenta des nerfs de la matrice, ce que je nie, ils ne porteroient point de suc pour la nourriture de l'enfant. On sçait qu'il n'y a que les arteres qui portent la nourriture aux parties, & que les nerfs ne servent que pour porter les esprits animaux pour le sentiment & le mouvement. *Ce suc laiteux étant passé dans la moitié du Placenta du côté de l'enfant, est repris en partie par les racines des veines & des vaisseaux lymphatiques. Les veines ne reportent pas seulement le sang que les arteres versent dans le Placenta, mais encore elles reportent la partie la plus spiritueuse de ce suc qui a plus de rapport au sang, ou qui répond au jaune de l'œuf.*

Si la chose étoit ainsi, au lieu de sang que l'on trouve à la surface du Placenta, l'on y trouveroit du chyle, & dans l'accouchement aussi bien que dans les pertes qui arrivent aux femmes pendant leurs grossesses, il ne sortiroit que ce suc laiteux.

Les vaiſſeaux lymphatiques, ou pluſtôt cette gelée qui en fait l'office, porte au cordon ombilical le ſuc ſemblable au blanc de l'œuf, où il diſtille par une infinité de petits tuyaux dans la cavité de l'Amnios 6. Le Fœtus avale ce ſuc, puis il eſt conduit dans l'eſtomac, d'où aprés avoir reçû quelques préparations, il ſort pour entrer dans les veines lactées, d'où la partie la plus pure ſort pour la nourriture & l'accroiſſement des parties ſpermatiques. Partant nous avons de deux ſortes d'aliments pour la nourriture du Fœtus, un qui répond au jaune & l'autre au blanc de l'œuf, & deux genres de vaiſſeaux, par le moyen deſquels ces deux ſucs ſont conduits au Fœtus. FIG. II. 6.

L'Auteur dit, page 221. que perſonne n'a remarqué de vaiſſeaux lymphatiques en cette partie; je crois qu'il n'en a pas remarqué non plus, puiſqu'il veut faire paſſer une humeur pour des canaux. En parlant du cordon, je ferai voir que cette gelée ne peut pas faire l'office de vaiſſeaux lymphatiques, puiſque c'eſt un ſuc épaiſſi. La liqueur contenuë dans l'Amnios n'eſt guére propre à nourrir le Fœtus, puiſqu'elle reſſemble fort à l'urine; d'ailleurs, quand elle ſeroit propre à nourrir, le Fœtus ne pourroit l'avaler, puiſque pour avaler il faut reſpirer, & que l'enfant ne reſpire pas dans le ſein de ſa mere : de plus, la grande quantité de ce ſuc pourroit ſuffoquer l'enfant. L'on me dira que l'on trouve dans la bouche, dans l'œſophage & dans l'eſtomac du Fœtus, une humeur à peu prés ſemblable à celle que l'on trouve, non pas dans l'Amnios 6, comme dit l'Auteur, FIG. II. 6. mais quelquefois entre l'Amnios 6 & ſa membrane moyenne 7. FIG. II. 7. Il faut ſçavoir qu'entre l'Amnios 6 & la membrane FIG. II. 7. moyenne 7, on trouve aſſez ſouvent une eſpece de gelée, mais dans l'Amnios 6 on ne trouve toûjours qu'une eau FIG. II. 6. claire ſemblable à l'urine, fort differente de l'humeur que l'on trouve dans la bouche & dans l'eſtomac du Fœtus.

Partant, dit cet Auteur, *nous avons de deux ſortes d'aliments, l'un qui reſſemble au blanc & l'autre au jaune de l'œuf.*

Voilà les fruits de l'Anatomie comparée : les Fœtus des animaux vivent de tels ſucs, par conſequent les Fœtus humains en doivent vivre auſſi, & afin de ne rien obmettre de ce qui peut favoriſer l'opinion de ceux qui prétendent qu'il ne paſſe point de ſang de la mere à l'enfant pour ſa nourriture, je rapporterai le ſentiment de Blancard. *Nous croyons*, dit cet Auteur, *que ce n'eſt pas le ſang, mais une certaine humeur lactée qui va de la matrice à l'enfant, parce que dans les animaux qui ont des glandes pour la nourriture de leurs Fœtus, & le Placenta dans ceux qui ont des Placentas, peuvent eſtre ſeparez de la matrice, ſans qu'il en ſorte une ſeule goutte de ſang : au contraire ſi on les preſſe, on voit ſortir une certaine humeur lactée, que nous croyons être ſéparée du ſang de la mere, de même que le lait dans les mamelles ; & comme l'enfant reçoit l'un par la bouche, l'autre eſt repris par les racines des vaiſſeaux ombilicaux, ou par les glandes, pour être portée au Fœtus ; car l'extremité des arteres eſt formée en glande qui reçoit le ſuc laiteux de la matrice pour le porter dans l'extrémité des veines, ou par des conduits particuliers qui entrent dans le cordon pour être verſé dans l'Amnios, afin que l'enfant le prenne par la bouche pour ſa nourriture.*

Blancard pag. 588.

Page 207.

Il manque à cette deſcription l'aveu que Diemerbroeck fait de n'avoir pû examiner le Placenta, car de l'habileté dont eſt cet Anatomiſte, il ne nous auroit pas donné des faits & une deſcription de parties qui ne ſe rencontrent point dans le Placenta. Je vais examiner ces faits en peu de mots. Premierement cet Auteur dit, *Que les glandes dans les animaux qui ont des glandes pour la nourriture de leurs Fœtus, ou les Placenta dans ceux qui ont des Placentas pour la nourriture de leurs Fœtus, peuvent eſtre ſeparez de la matrice ſans qu'il en ſorte une ſeule goutte de ſang.*

Dans un cas extraordinaire il pourroit peut-être arriver, ce que je ne crois pas, qu'en tirant le Placenta il n'en ſortiroit point de ſang, non plus que de la matrice dont on l'auroit tiré ; mais de dire qu'en preſſant le Placenta il en

ſorte

sorte une humeur lactée, Blancard me permettera d'en croire plûtôt mes yeux que son opinion sur un tel fait. J'ai accouché un grand nombre de femmes, & j'ai été mandé à l'accouchement de plusieurs, & j'ai toûjours vû sortir du sang de la matrice & du Placenta.

L'humeur lactée est reprise par les racines des vaisseaux ombilicaux ou par les glandes pour être portée au fœtus: car l'extremité des arteres est formée en glandes qui reçoivent le suc laiteux de la matrice pour le porter dans l'extremité des veines.

Ce n'est pas assez en Anatomie de décrire des parties, il faut les démontrer, c'est pourquoi Blancard nous dispensera de croire que l'extremité des arteres est formé en glandes jusqu'à ce qu'il nous les ait démontrées avec un vaisseau excreteur pour recevoir le suc laiteux, car il n'y a point de veines dans le corps humain, si vous en exceptés les veines lactées & les vaisseaux lymphatiques qui reprennent autre chose par leurs extremitez que du sang.

Afin que l'enfant le prenne par la bouche.

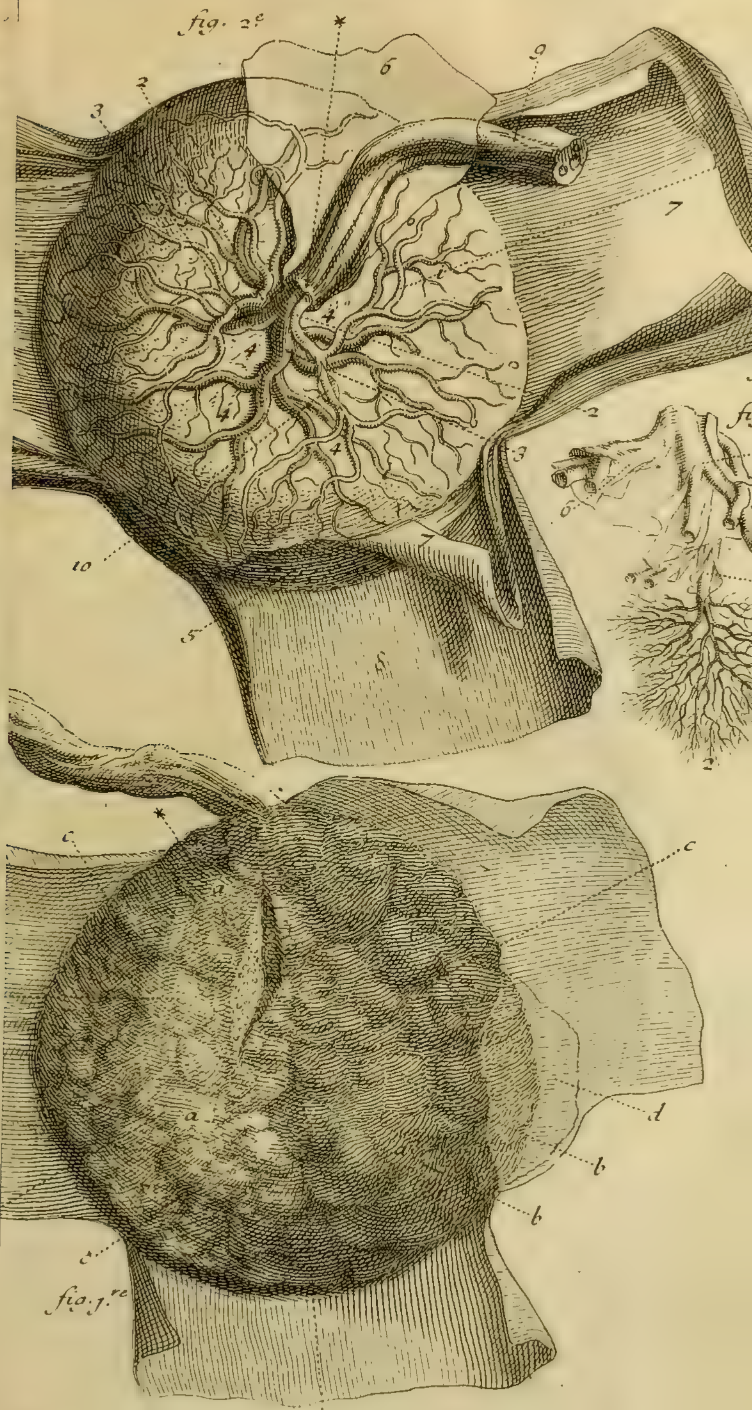
Blancard pour prouver que l'enfant avale de ce suc, dit à la pag. 584. *Que l'on trouve dans la bouche, l'œsophage & les intestins une humeur semblable à celle de Lamnios, sinon qu'elle est plus èpaise, que dans le duodenum elle est plus verte à cause du mêlange de la bille, & que plus elle avance dans les intestins, plus elle perd de sa couleur blanche.*

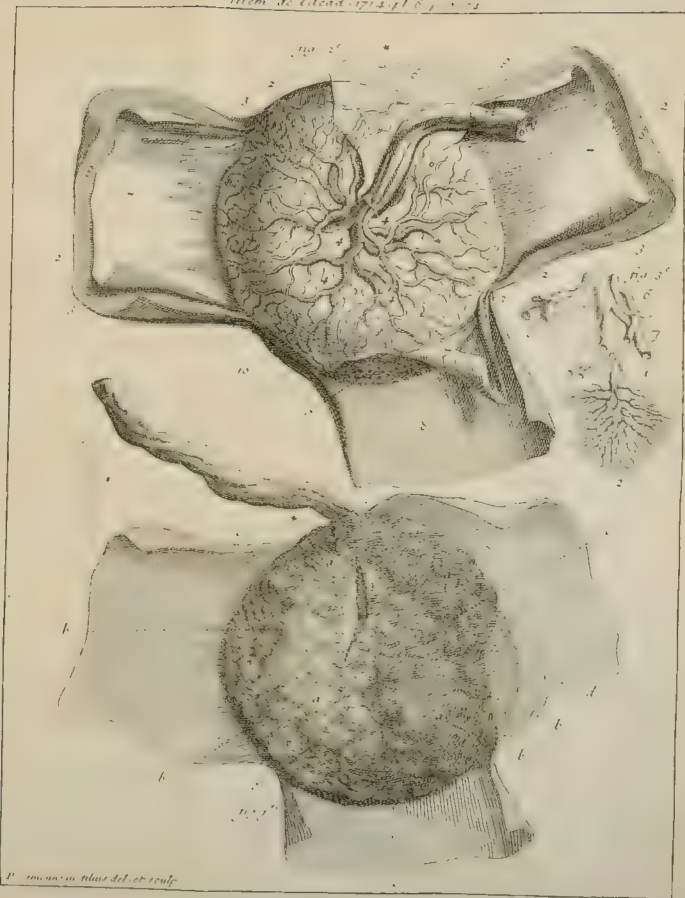
Cet Auteur a pris une humeur filtrée par les glandes de la bouche, de l'œsophage, de l'estomac & des intestins pour une humeur contenuë dans Lamnios, que l'enfant auroit avalé. Comme les consequences que les Auteurs ont tiré ne sont fausses que parce qu'ils ont supposé dans le Placenta des parties qui ne s'y rencontrent pas. Je vais tâcher d'en donner l'usage conformément aux parties que j'y ai remarqué. Je commencerai par les enveloppes du Fœtus, qui sont trois; sçavoir, le Chorion, la Membrane moyenne & Lamnios. Le Chorion tapisse toute la matrice interieurement à laquelle il est adherant par sa surface externe, &

par sa surface interne il est attaché à la membrane moyenne, & la membrane moyenne est attachée à Lamnios. Ces attaches se font par le moyen des vaisseaux qui du Chorion vont porter à la membrane moyenne & à Lamnios du sang pour leur nourriture. Les attaches de ces membranes ne sont pas également fortes & également nombreuses; la quantité de vaisseaux qui va du Chorion à la membrane moyenne est plus nombreuse que la quantité de vaisseaux qui va en passant au travers la membrane moyenne à Lamnios, pour y porter la nourriture, quoique Lamnios soit plus épaisse que la membrane moyenne. Toutes ces membranes sont couchées les unes sur les autres de telle sorte, que les trois membranes n'en paroissent qu'une, ce qui sert à les fortifier, & par leur union avec le Chorion à empêcher que le poids des eaux & de l'enfant renfermé dans ses membranes ne fasse un tiraillement au Placenta & ne le détache, ce qui arriveroit au moindre mouvement que feroit la mere, si ces membranes étoïent flotantes dans la matrice.

Quoi-que j'aye dit que le Chorion est fortement attaché à la membrane moyenne, cela n'empêche pas cependant qu'il ne s'en separe quelquefois en délivrant la mere une portion qui reste attachée à la matrice, ce qui produit souvent les mêmes accidents que s'il étoit resté quelque portion du Placenta. A l'égard des eaux qui sont renfermées dans Lamnios, outre que j'ai fait voir qu'il est impossible à l'enfant de les avaler faute de respiration; elles sont trop claires & trop semblables à l'urine pour lui servir de nourriture, elles empêchent que le poids du Fœtus & les inégalités de son corps dans la situation qu'il a dans la matrice ne se fassent trop sentir sur le col de la matrice, que le Fœtus dans ces mouvemens ne la blesse, enfin que le Fœtus lui-même ne s'attache à Lamnios.

Comme le Fœtus ne peut recevoir dans la matrice de nourriture par la bouche, tant parce qu'il ne s'en trouve point dans Lamnios dans lequel il est renfermé que parce


fig. 2e
fig. 1re


del. et sculp.

qu'il ne peut avaler faute de reſpiration, ſi neceſſaire à la déglutition, & que d'ailleurs il n'auroit pû digerer ce prétendu ſuc, tant vanté par les Auteurs, à cauſe de la trop grande délicateſſe de ſes parties, particulierement dans les premiers temps de ſa formation; il étoit neceſſaire que la nature diſpoſât des organes par leſquels le Fœtus pût recevoir un aliment capable de le nourrir ſans avoir beſoin d'aucune préparation de ſa part; c'eſt ce qu'elle a fait en lui envoyant du ſang qui contient en ſoy la matiere de la nourriture la plus digerée. Car outre que le chyle a reçû dans les premieres voyes de la mere toutes les préparations que ces parties étoient capables de lui donner, il en a encore reçû de nouvelles en circulant avec le ſang.

Les organes dont la nature ſe ſert ſont les vaiſſeaux ombilicaux, qui ſont deux arteres & une veine; mais comme ces vaiſſeaux pour la ſureté de la vie de la mere devoient ſe diviſer en capillaires pour éviter l'hemorragie, qui n'auroit pas manqué d'arriver en la delivrant, ſi ces vaiſſeaux étoient entrés dans la matrice ſans ſe diviſer, & que d'ailleurs ces vaiſſeaux étant diviſés en capillaires, auroient pû ſe rompre au moindre mouvement, la nature les a fait paſſer dans l'épaiſſeur de la membrane moyenne qui leur ſert de guaîne à la ſurface du Placenta. Cette membrane par d'innombrables productions forme des guaînes qui accompagnent les vaiſſeaux juſqu'aux extremités capillaires qui ſe terminent non-ſeulement dans le Placenta, mais encore juſques aux extremités capillaires qui percent la membrane reticulaire qui ſe trouve à la ſurface du Placenta du côté de la matrice, où vrai-ſemblablement les vaiſſeaux capillaires abandonnent leurs guaînes pour entrer dans la ſubſtance de la matrice.



QUADRATURE D'UNE ZONE CIRCULAIRE.

Par M. SAULMON.

20. Juin 1714.

IL y a peu de Geometres qui n'ayent tenté de découvrir quelque chose sur la Quadrature du Cercle. Hypocrate a donné la Quadrature de sa Lunule, M. le Marquis de l'Hospital dans ses Memoires de 1701. a donné la Quadrature des sections de cette Lunule ; M. Varignon dans les Memoires de 1703. a donné la Quadrature d'un segment d'Anneau. La méthode dont je me sers ici porte les Quadratures dans l'indéfini. L'on peut y rapporter toutes les autres, & ce que je donnai dans le Memoire de 1713. sur les Polygones inscrits & circonscrits n'est qu'un corollaire du Principe dont je me sers ici.

PROBLEME.

Le rayon d'un Cercle étant donné, trouver la Quadrature d'une Zone, qui puisse approcher de la grandeur du Cercle plus près que d'une difference quelconque donnée : & en general un secteur quelconque ou un segment quelconque de Cercle étant donné, trouver la Quadrature d'un espace courbe ou mixte, qui puisse approcher aussi de la grandeur du secteur ou segment, plus près que d'une difference quelconque donnée.

Pour rendre la démonstration plus simple, je la ferai d'abord sur un secteur, & j'en déduirai le reste en Corollaires avec les autres suites.

Fig. 1. Soit un Secteur proposé BAC, dont l'angle au point A soit appellé p, le rayon $AB = AC = f$, a le sinus total. Je tire CM perpendiculaire à AC, & je fais au point C l'angle aigu MCS, que j'appelle q, & que je prends à dis-

cretion. Plus il sera petit, plus la partie quarrable du secteur sera grande, & soit l'inconnuë $CD = x$. Puis je dis, $q : p :: ff : xx = \frac{pff}{q}$; ce qui donne $x = \frac{f\sqrt{p}}{\sqrt{p}}$ que je prends sur CS, puis du point D je tire sur AC, la perpendiculaire DF infinie, & du même point D comme centre sur l'intervalle DC, je décris l'arc CF. Je dis que les secteurs BAC, CDF sont égaux, que le demi-segment $CF\varepsilon$ étant retranché du secteur BAC donne la Quadrature du reste du secteur, ou l'espace $ABHCF\varepsilon A$, égal au triangle rectiligne $C\varepsilon D$, & que cet espace peut approcher continuellement de la grandeur du secteur plus près que d'une difference quelconque donnée.

DÉMONSTRATION.

A cause des paralleles MC, DF, l'angle $CD\varepsilon$ ou CDF est égal à l'angle MCS, par la construction. Or quand les angles des secteurs sont égaux, les secteurs sont entr'eux comme les quarrés de leurs rayons, & quand les rayons des secteurs sont égaux, les secteurs sont entr'eux comme leurs angles, donc pour former des secteurs égaux, il faut que leurs angles soient en la raison renversée des quarrés de leurs rayons, l'on aura donc $q : p :: ff : xx$ & $x = \frac{f\sqrt{p}}{\sqrt{q}}$ $= \frac{f\sqrt{pq}}{q}$. Quand l'angle MCD devient nul, les points ε, F, se réünissent au point C, & par consequent le demi-segment $C\varepsilon F$ devient nul, mais il ne peut le devenir qu'en passant par l'infiniment petit qui précede le néant, donc il devient plus petit que toute grandeur donnée, & par consequent le triangle rectiligne $CD\varepsilon$ égal au reste du secteur BAC, approche continuellement de la grandeur de ce secteur, plus près que d'une difference quelconque donnée.

Pour trouver ce triangle, soit y le sinus de l'angle $CD\varepsilon$. L'on aura $a : y :: x$ où CD, est au côté $C\varepsilon$, qui sera $\frac{xy}{a}$; ce qui donne $D\varepsilon = \sqrt{\overline{DC}^2 - \overline{C\varepsilon}^2} = \frac{x\sqrt{aa - yy}}{a}$; &

$\frac{D\varepsilon \times C\varepsilon}{2} = \frac{xxy\sqrt{aa-yy}}{2aa} =$ au triangle $CD\varepsilon = \frac{ffpy\sqrt{aa-yy}}{2aaq}$ en mettant à la place de xx sa valeur $\frac{ffp}{q}$.

COROLLAIRE I.

Si l'on propose le Cercle entier *GBLK*, dont *A* est le centre, je fais le secteur *BAC* de la Fig. 1. égal à un quart du cercle, & ayant fait le secteur *CDF* égal au secteur *BAC*, je prends en la Fig. 1. la longueur $C\varepsilon$ que je porte en la Fig. 2. sur le diametre *KB* du cercle proposé, en faisant $AF = C\varepsilon = AD$, & des points *D* & *F* sur une ouverture $= CD$, je décris de part & d'autre de *DF* deux petits arcs qui se coupent aux points *M* & *N*, & des points *M* & *N* comme centres sur la même ouverture, je décris les arcs *DCF*, *DHF*. Il est clair que l'espace intercepté entre la concavité *GBLKG* de la circonference du Cercle proposé, & la convexité *CFHDC* des segmens sous la forme d'une Zone, est quadruple du triangle rectiligne $CD\varepsilon$ de la Fig. 1. & qu'elle est par consequent $= \frac{2ffpy\sqrt{aa-yy}}{aaq}$; or plus la petite ovale centrale formée par les deux segmens devient petite; plus la Zone approche de la figure circulaire & de la grandeur du Cercle, & supposé que l'ovale s'évanoüit, la Zone devient le Cercle même.

FIG. II.

COROLLAIRE II.

FIG. I.

Si du point *F* l'on tire une ligne droite au point *B* dans le secteur *BAC*, le triangle mixte *CFB*, terminé par les arcs *CF*, *CB*, & la droite *FB*, est donné. Car si l'on joint *A* & *F*, l'on formera les deux triangles rectilignes $A\varepsilon F$, *AFB*, or $A\varepsilon = AC - C\varepsilon$ est connu; & $\varepsilon F = DF - D\varepsilon$ est aussi connu, donc le côté *FA* & l'angle εAF sont connus; & cet angle étant retranché de l'angle connu εAB ou *BAC*, donne l'angle restant *FAB* connu. Donc les deux triangles $A\varepsilon F$, *AFB* sont connus, & retranchant leur somme de l'espace connu $CBA\varepsilon FC$, le reste sera le

triangle mixte *CFB*, qui sera par consequent connu.

COROLLAIRE III.

Si l'on avoit fait le secteur *CDF*, égal à la moitié du secteur proposé *BAC*, l'on auroit eu la Quadrature de l'espace *CBAQFOC* qui seroit égal au triangle rectiligne *CDQ*, double du triangle *CDε*. Si l'on joint les points *Q* & *B* par la droite *QB*, l'on formera un triangle mixte *BLCFQB*, terminé par les arcs *CLB*, *CFQ*, & la droite *QB*, connu. Car le rayon ou le côté *AB* & l'angle *BAE* ou *BAC* sont connus, & le côté $AQ = AC - CQ = AC - 2C\varepsilon$ l'est aussi; donc le triangle rectiligne *AQB* est donné, & le retranchant de l'espace courbe *CBAQFC*, dont on a la Quadrature, le reste sera le triangle mixte *BLCFQB*, dont on aura par consequent aussi la Quadrature. FIG. I.

COROLLAIRE IV.

Si l'on me propose le segment *PQR*, & qu'on me donne l'arc qui le termine, j'acheve le secteur *PQRA* terminé par le même arc *PQR*, en cherchant le centre du Cercle, puis je fais le secteur *BAC* de la Figure premiere égal à la moitié *QAR* du secteur *PQRA*, & ayant fait comme ci-dessus le secteur *CDF* égal au secteur *BAC* de telle sorte, que le point ε tombe au-dessus de *BK* perpendiculaire à *AC*, ce qui est toûjours possible, en faisant l'angle *MCS* de plus petit en plus petit, je retranche le segment *CFQC*, du segment proposé, en appliquant le point ε en *S*, milieu de la base *PR* du segment, & prenant $SF = SD, = C\varepsilon$, puis des points *D* & *F* en la Fig. 3. comme centres décrivant sur une ouverture égale à *CD* de la Figure premiere deux petits arcs qui se coupent au point *M*, & de ce point comme centre décrivant l'arc *DHF*, il est clair que l'on aura la Quadrature de l'espace courbe, intercepté entre la concavité de l'arc *PQR* & la convexité de l'arc *DHF*, & des droites *FR*, *DP*, car cet espace sera toûjours égal au double du triangle rectiligne *CDε* pris en la Figure pre- FIG. III.

miere, diminué du double du triangle ABE pris en la même Figure, où l'on ſuppoſe que BE eſt perpendiculaire à AC.

Fig. I. Si l'on appelle encore a le ſinus total, e le ſinus de l'angle BAC, l'on aura $a : e :: f : \frac{ef}{a} = BE$; d'où l'on tire $AE = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{BE}^2} = \frac{\sqrt{a^4 - eeff}}{a}$; ce qui donne le triangle $ABE = \frac{ef\sqrt{a^4 - eeff}}{2aa}$; en la Figure 1. & par conſequent l'eſpace $PQRFHDP$ (de la Fig. 3.) $= 2CD\varepsilon - 2ABE$ de la Fig. 1. ſera $\frac{\pm pffy\sqrt{aa - yy} - efq\sqrt{a^4 - eeff}}{aaq}$. Or comme le ſegment retranché $DHFSD$ peut devenir continuellement plus petit, il eſt clair que la partie quarrable du ſegment propoſé peut approcher continuellement de la grandeur de ce ſegment, plus près que d'une difference quelconque donnée.

COROLLAIRE V.

Fig. I. Je conçois que le Cercle propoſé eſt diviſé en un nombre quelconque g de ſecteurs égaux, que le ſecteur BAC en eſt un, & que l'angle BAC eſt encore $= p$, & diviſé en deux autres égaux entr'eux, & chacun de ceux-ci en deux autres égaux, & ainſi à l'infini, de telle ſorte que l'angle de la derniere diviſion ſoit encore appellé q, & que le nombre de tous les angles à la fin de chaque diviſion ſoit déſigné par l'indéterminée n en un même ſecteur, l'on aura $q = \frac{p}{n}$ pour l'expreſſion indéterminée de l'angle MCS égal à chacun des angles HAC, HAL, &c. de la derniere diviſion; je conçois auſſi $f = a$, rayon du cercle qui ſert à former les ſinus, & ſubſtituant a à la place de f; & $\frac{p}{n}$ à la place de q dans la valeur du triangle $CD\varepsilon$ du corol. 1. il devient $\frac{ny\sqrt{aa - yy}}{2}$, je le muliplie par g, & le produit $\frac{gny\sqrt{aa - yy}}{2}$ eſt la partie quarrable indéterminée du Cercle,

ou

ou n eſt du même ordre que y, j'appelle Q cette partie. J'aurai auſſi $xx = \frac{ffp}{q} = aap \times \frac{n}{p} = aan$.

COROLLAIRE VI.

Si des deux extremitez L & C des deux ſecteurs voiſins LAH, HAC, l'on tire ſur le côté commun AH les perpendiculaires LR, CR, elles ſeront les ſinus de ces angles, & elles formeront la corde $LC = 2y$. Si l'on fait la même choſe par tout le ſecteur BAC aux angles de la derniere diviſion, l'on y formera une portion de polygone regulier, où le nombre des côtés qui ſoûtiennent les arcs, ſera égal à la moitié $\frac{n}{2}$ du nombre n des angles de la derniere diviſion; & puiſque le Cercle entier eſt au ſecteur BAC, comme g eſt à 1, par la conſtruction, il eſt clair que ſi dans chaque autre partie du cercle, égale au ſecteur BAC, l'on fait une portion de Polygone égale & ſemblable à celle du ſecteur BAC, il ſe formera dans le Cercle un Polygone regulier où le nombre des côtés ſera $\frac{gn}{2}$, & où le nombre des triangles égaux au triangle CAR, ſera gn. Donc l'aire de ce Polygone ſera au triangle CAR, comme gn eſt à 1. Mais à cauſe des triangles ſemblables $CD\varepsilon$, CAR, (car ils ſont rectangles par la conſtruction, & l'angle MCS ou $CD\varepsilon$ eſt toûjours égal à l'angle de la derniere diviſion, que j'appelle ici CAR par la conſtruction auſſi) le triangle $CD\varepsilon$ eſt au triangle CAR comme $\overline{CD}^2$ à $\overline{AB}^2$, ou xx à ff, ou leurs valeurs aan à n, ou n à 1. Donc le triangle $CD\varepsilon$ multiplié par g, eſt au triangle CAR, comme gn eſt à 1; c'eſt-à-dire, comme le Polygone que l'on vient d'inſcrire au Cercle, eſt au même triangle CAR. Le triangle rectiligne $CD\varepsilon$ multiplié par g, qui eſt la partie quarrable Q du Cercle propoſé, eſt donc égal au Polygone que l'on vient d'inſcrire au Cercle, ce qui ſe verifie encore par le calcul, car ſi l'on appelle R un terme quelconque de la ſuite infinie a, A, B, C, &c. qui

FIG. I.

désigne les sinus des angles de chaque division, & y le terme qui est immediatement après R; ou, ce qui revient au même, si l'on appelle y un terme quelconque de cette suite, & R le terme qui le précede immediatement, l'on aura par la formule generale de la bisection continuë de l'angle du secteur proposé BAC, $y = \frac{\sqrt{2aa - 2a\sqrt{aa - RR}}}{2} = C\varepsilon$, & substituant cette valeur à la place de y en la valeur de Q du corol. 5. L'on trouve $Q = \frac{gnAR}{4}$, ou n est du même ordre que y; c'est la formule generale de l'aire des Polygones inscrits, que l'on avoit appellée P, & dont j'ai donné des déterminations dans le Memoire de l'année 1713.

COROLLAIRE VII.

Fig. I. Puisque le secteur CDF est égal au secteur BAC, & que le triangle rectiligne $CD\varepsilon$ est égal au Polygone inscrit $CLBA$, le demi-segment $CF\varepsilon$ est égal à la somme des segmens $CHLRC$, $LPBL$, c'est pourquoi si le secteur BAC est un quart du Cercle $GBLKG$ de la Fig. 2. proposé; il est clair que le petit espace $DCFHDA$ de la Fig. 2. est égal à la somme de tous les petits segmens interceptés entre la concavité de la circonference du même Cercle $CBLKG$ & la convexité du Polygone inscrit à ce Cercle, quelque soit le nombre des côtés du Polygone, soit qu'il soit fini, soit qu'il soit infini.

LEMME.

Fig. IV. *La division d'un angle donné* BAC *en des parties égales étant donnée & la somme de tous les segmens formés par les cordes & les arcs correspondans de la division étant égale au segment* CFGBC, *diviser le segment* CFGBC *en autant de parties égales que l'angle proposé est divisé.*

Je tire les cordes égales BG, GF, FE, &c. par toutes les divisions de l'angle proposé, & GH perpendiculaire sur BC. Puisque la division de l'angle est donnée, & que l'an-

gle l'eſt auſſi, il eſt clair que les cordes qui ſoûtiennent les arcs, & *GH* le ſont auſſi, & que tout le Polygone *ABGFEDCA*, puis le triangle *ABC* le ſont encore, & que par conſequent la difference de ce polygone & du triangle eſt donnée ; cela ſignifie que le polygone *BGFEDCB* inſcrit au ſegment *BFC* eſt donné. Je diviſe ce polygone par le nombre $\frac{n}{2}$ qui déſigne la diviſion de l'angle *BAC* propoſé ; le quotient eſt l'une des parties de ce même polygone, & elle ſera par conſequent connuë. Je la nomme d, je conçois l'inconnuë $BK=x$, que je multiplie par $GH=h$, je fais $\frac{hx}{2}=d$; d'où je tire $x=\frac{2d}{h}$. Je joints les points *K* & *G*, il eſt clair que l'eſpace mixte *BKG* eſt l'une des parties du ſegment. Des points *K* & *F* je tire les perpendiculaires $KM=m$, ſur *FG*, & $FN=e$ ſur *BC*, puis je joins les points *K*, *F*, & ſoit $l=GF$, l'un des côtés du polygone, il eſt clair que le triangle $KFG=\frac{ml}{2}$ eſt donné ; & que *FN* l'eſt auſſi. De d, je retranche le triangle *GKF*, & il reſte $d-\frac{ml}{2}=\frac{2d-ml}{2}$. Je conçois la longueur inconnuë $KI=z$, que je multiplie par la perpendiculaire *FN*, la moitié $\frac{ez}{2}$ eſt le triangle *FKL*, que j'égale au reſte $\frac{2d-ml}{2}$, & je trouve $z=\frac{2d-ml}{e}$, & ayant pris *KL* égale à cette valeur, je tire la droite *LF*. L'eſpace mixte *KLFGK* eſt la ſeconde partie du ſegment. On trouvera ſemblablement les autres parties ; où l'on peut remarquer que quand le nombre des parties que doit contenir le ſegment eſt impair, il ſuffit d'en chercher la moindre moitié, & que quand ce nombre eſt pair, il ſuffit d'en chercher la moitié diminuée de l'unité.

COROLLAIRE VIII.

Si le ſegment *CFQ du Corol. III.* eſt diviſé en autant de parties égales, que le ſecteur propoſé *BAC* contient d'angles égaux à l'angle *HAC*, & que l'on tire les droites *iR*, FIG. I.

cL, NT, l'on aura le triangle mixte *Civ* égal au triangle mixte *CRH*, & les ajoutant chacun au triangle rectiligne *CRi*, l'on aura l'eſpace rectiligne *CviR* connu égal à l'eſpace mixte *CiRH*; de même l'on aura le quadrilatere mixte *ivϖo* égal au triangle mixte *HRL*, & les ajoûtant chacun à l'eſpace mixte *iRLo*, l'on aura l'eſpace rectiligne *vϖolRiv* connu, égal à l'eſpace mixte *iolHRi*, & ajoûtant celui ci avec l'eſpace mixte *CHR* connu, l'on aura le triangle mixte *CHLOiC* connu; l'on trouvera ſemblablement la Quadrature des autres eſpaces qui ſuivent.

COROLLAIRE IX.

FIG. II. Si l'on diviſe la circonference *GKB* du Cercle propoſé, & le circuit *CDHFC* de l'ovale centrale, en autant de parties égales que le polygone inſcrit au Cercle contient de côtés, c'eſt-à-dire, chacun dans le nombre $\frac{n}{2}$, & que l'on tire les droites *To*, *iP*, *VQ*, *SR*, l'on aura la Quadrature des eſpaces mixtes *KDTO*, *OTCG*, & des autres ſemblables qui ſuivent; car ſi l'on diviſe l'ovale centrale dans le même nombre $\frac{n}{2}$ de parties égales, par le Lemme, & que l'on tire des cordes aux arcs formés par la diviſion de la circonference du Cercle propoſé, il eſt clair que chacune des parties de l'ovale, comme *TCAZ*, eſt égale au ſegment correſpondant *OXGyO*: c'eſt pourquoi ſi de l'eſpace mixte *TCGyOT*, l'on retranche le ſegment *oxGyo*, & qu'au reſte l'on ajoûte l'eſpace *TCAZ*, l'on aura l'eſpace rectiligne *OXGCAZTO* connu, égal à l'eſpace mixte *TCGyOT*; l'on aura ſemblablement la Quadrature des autres eſpaces mixtes du même ordre, qui ſuivent.

COROLLAIRE X.

FIG. V. VI. Si l'on conçoit une poſition quelconque de l'ovale ou de ſa moitié dans le plan du Cercle ou du demi-cercle, l'on trouvera ſemblablement les Quadratures des eſpaces interceptés entre les filets du Cercle & de l'ovale, ou du demi-Cercle & de la demi-ovale, pourvû que chacune des

grandeurs qui ont un ſegment dans le Cercle ſans pouvoir en avoir dans l'ovale, ſoit jointe avec une autre grandeur qui n'a point de ſegment dans le Cercle & peut en avoir dans l'ovale, & qu'on les regarde alors comme ſi elles ne formoient qu'une même grandeur ; tel que ſont dans le Cercle les deux eſpaces mixtes *BFQ, HLν:* car ſi l'on tire une corde de *B* en *Q*, & que du premier eſpace mixte *BFQ* l'on retranche le ſegment *BQ*, & que le petit ſegment φ ſon égal, pris dans l'ovale, ſoit ajoûté au ſecond eſpace *HLν*, l'on formera une ſomme d'eſpaces rectilignes égale à celle des deux eſpaces mixtes propoſés, & dont par conſequent la Quadrature ſera donnée. De même dans le demi-Cercle *RGPM*, les deux eſpaces mixtes *SRH, KDTCG* doivent être regardés comme s'ils ne formoient qu'une ſeule grandeur ; il en eſt de même des deux autres eſpaces mixtes *HRν, GCiP ;* car l'on peut toûjours par ce moyen ajoûter d'une part la valeur du ſegment que l'on retranche de l'autre part pour former un eſpace rectiligne égal à la ſomme des deux eſpaces mixtes propoſés, & qui ſera par conſequent connuë.

Plus l'ovale devient petite, plus les filets ſont nombreux, & lorſqu'elle devient d'une extreme petiteſſe, leur nombre eſt immenſe ; cette varieté de Quadratures a quelque choſe de ſingulier, lors même qu'elle eſt regardée avec des yeux ordinaires & communs à tous les hommes ; mais ſi on la conſidere avec ceux de la Geometrie quand l'intervalle des filets ou des rameaux devient comme indiviſible, & que l'ovale diminuant continuellement, ſemble comme ſe plonger dans un abîme infini, alors l'on apperçoit quelque choſe qui ſurprend & qui étonne. FIG. VI.

COROLLAIRE XI.

Une des plus belles proprietés du Cercle, eſt que l'angle à la circonference ſoit la moitié de l'angle au centre appuyé ſur le même arc. Voici une Quadrature qui a la même univerſalité. Soit un angle central quelconque *BAC* FIG. X.

qui n'excede pas l'angle droit *DAG* ; d'un point quelconque *Z* pris ſur l'un des arcs *BD* ou *CG*, je tire par les points *B* & *C* deux droites infinies, & prenant *ZS* égale à la diſtance interceptée entre les points *G* & *D*, du point *Z* comme centre, je décris l'arc *SH*. Je dis que l'on aura toûjours la Quadrature de l'eſpace mixte *SHBC* ; car comme l'angle central *BAC* eſt toûjours double de l'angle *CZB* à la circonference, & que le quarré de *ZS* égale à l'hypothenuſe de l'angle droit *GAD* eſt toûjours double auſſi du quarré de *BA* rayon du Cercle qui contient le ſecteur propoſé *BAC*, il ſuit que le ſecteur nouveau *SZH* ſera toûjours égal au ſecteur propoſé *BAC* ; c'eſt pourquoi ſi l'on en retranche l'eſpace commun *BMC*, le triangle rectiligne reſtant *ABM* ſera toûjours égal à la ſomme de l'eſpace mixte *BSHC*, & du triangle rectiligne *CMZ*, & ſi l'on retranche le triangle *CMZ* du triangle *ABM*, le reſte ſera un eſpace rectiligne connu & égal à l'eſpace mixte *BSHC*, dont on aura par conſequent la Quadrature.

COROLLAIRE XII.

FIG. XI. Si le point Z devient le point *C*, alors la droite Z*B* devient *CB* corde connuë de l'angle propoſé & donné *BAC* ; & ſi l'on conçoit que l'angle *BAC* devient continuellement plus petit, comme en raiſon ſous-double, il eſt clair que les nouveaux angles *BAC* & leurs cordes *CB* ſeront continuellement des grandeurs données; c'eſt pourquoi ſi du point *C* comme centre, & que ſur *CB* ou *Ci* partie quelconque connuë de *CS* priſe à diſcretion, & qui ne ſoit pas moindre que *CB* l'on forme un ſecteur égal au ſecteur propoſé *BAC*, il eſt clair que ce ſecteur nouveau ne ſera pas toûjours un ſecteur ſimple, mais qu'il pourra être un compoſé de pluſieurs Cercles entiers décrits ſur le rayon *Ci*, tels qu'eſt le Cercle *V*, & de plus, du ſecteur *cio*, à cauſe que la corde *CB* devient continuellement plus petite ; c'eſt pourquoi ſi du ſecteur propoſé *BAC* & du ſecteur *Cio*, l'on retranche le petit ſegment commun

CB, formé par la droite *CB*, & par l'arc *CB*, il reſtera d'une part le triangle rectiligne *BAC*, & de l'autre un eſpace mixte terminé par les droites *CO*, *Bi* & par les arcs *CB* & *iMO*; ſi l'on ajoûte cet eſpace à la ſomme de tous les Cercles tels que *V*, la ſomme qui en reſultera ſera égale au triangle rectiligne *BAC*, formé par les rayons *AB*, *AC*, & la corde *CB*, qui eſt connu.

Pour en faire une conſtruction poſſible, je fais $AC = a$ $CB = b$ données ; & l'inconnuë $Ci = Z$. Soit *n* un nombre quelconque donné ou pris à diſcretion, *d* égal à un angle droit ; je veux que l'angle *ico* ſoit droit ; que le nombre des Cercles décrits ſur le rayon *Ci*, tels que ſont les Cercles *V*, ſoit *n*, & que la ſomme de tous ces Cercles avec le quart *ico*, ſoit égale au ſecteur *BAC*, dont l'angle *BAC* eſt *p* donné ; j'appelle *q* l'angle du ſecteur nouveau. Il eſt clair que l'angle formé par la circonference entiere de chacun des Cercles *V*, eſt égal à $4d$; c'eſt pourquoi l'angle total formé par la ſomme de tous les Cercles ſera $4nd$, & lui ajoûtant l'angle droit *iCO*, la ſomme qui en reſulte ſera $4nd + d = q$. Cela poſé je fais cette proportion. $q : p :: aa : ZZ = \frac{aap}{q}$; ce qui donne $Z = \frac{a\sqrt{p}}{\sqrt{q}} = Ci$ rayon du Cercle inconnu ; & s'il n'eſt pas moindre que *CB*, j'ai ce qu'il falloit ; que s'il eſt moindre, je diminuë ou l'angle *BAC*, ou le nombre *n* des cercles *V*, & l'on pourra toûjours trouver ainſi un rayon *Ci* qui ne ſoit pas moindre que *CB*, ce qui donnera le requis.

COROLLAIRE XIII.

Si le point *Z* devenoit le point *G*, alors la partie quarrable eſt le triangle mixte *BKCH*. FIG. VII.

Si l'angle *BAC* devient droit, alors les points *Z* & *C* deviennent le point *G*, & le point *S* devient le point *B*, & *CF* eſt une tangente au point *C*, & la partie quarrable eſt le triangle mixte formé par les arcs *BKC* & *BF*, FIG. VIII.

& par la droite *CF*, & cet eſpace ſera égal au triangle rectiligne *BAC*.

Si au lieu de prendre la corde entiere *BC* pour rayon, l'on n'en prenoit qu'une partie, il eſt évident par le corol. 12. que l'angle du ſecteur nouveau égal au ſecteur propoſé *BAC* ſeroit plus grand que l'angle *BAC* en la même proportion que le quarré de la partie de *CB* que l'on a priſe pour rayon du nouveau ſecteur inconnu, ſeroit moindre que le quarré du rayon *AB*. C'eſt pourquoi ſi l'on veut prendre la moitié de la corde *BC* pour rayon, il eſt clair que ſi *AB* eſt a, la corde *CB* ſera $a\sqrt{2}$, & que ſa moitié ſera $\frac{a\sqrt{2}}{2}$, dont le quarré $\frac{aa}{2}$ eſt la moitié de aa quarré de *AB*; d'où il ſuit que l'angle du ſecteur nouveau ſera double de l'angle droit *BAC*. C'eſt pourquoi je diviſe *BC* en deux parties égales au point *i*, & de ce point comme centre ſur le rayon *iB*, je décris le demi-cercle *BGC*, il eſt clair qu'il eſt égal au ſecteur *BAC*, & ſi l'on retranche de chacun le ſegment commun *BKCiB*, l'on aura d'une part le triangle rectiligne *BAC* égal à l'eſpace curviligne *BHGLCKB* en forme de croiſſant, qui eſt la Lunule d'Hypocrate ; & qui eſt par conſequent égale auſſi au triangle mixte terminé par les arcs *BKC* & *BF*, & par la droite *CF*; & ſi l'on retranche de ce triangle & de la Lunule l'eſpace commun *BHGCKB*, les reſtes qui ſont le ſegment *GCL*, & l'eſpace *GHBF* ſeront égaux. Et comme l'angle *BCF* eſt un angle à la circonference du Cercle décrit ſur le rayon *AB*, & auſſi du Cercle décrit ſur le rayon *iB*, & que l'angle *BAC* eſt droit, il eſt clair que l'angle *BCF* eſt un demi-droit ; que l'arc *BHG* eſt un quart de la circonference du Cercle décrit ſur le rayon *iB*; que l'angle *CGB* au demi-cercle eſt droit ; & qu'ainſi le demi-ſegment rectangle *BGF* eſt diviſé en deux parties égales par l'arc *BHG*.

Je prolonge *CG* infiniment, & du point *G* comme centre ſur le rayon $GB = AC$, je décris l'arc *BM*, & je tire l'infinie *MP* perpendiculaire à *CGM*; puis du point *M* comme

comme centre & ſur la longueur *MB* priſe comme rayon, je décris l'arc *BP*, & je tire *BV* perpendiculaire à *MP* ; il eſt évident que le triangle rectiligne *BMV* moins le ſegment *BOMEB*, plus le demi-ſegment rectangle *BVP* égal au ſegment même *BOMEB* eſt égal à l'eſpace mixte *MOBP*, c'eſt-à-dire, à la demi-lunule *MOBF* qui eſt égale auſſi à la lunule entiere précedente *BHGLCKB*, d'où je tire cette conſtruction.

Soit un Cercle quelconque propoſé *PNZQ*, dont le centre ſoit *M*, & *NQ* un diametre infiniment prolongé de part & d'autre, je diviſe le Cercle en quatre parties égales, & chacun des quarts *PQ*, *PN*, de circonference en deux parties égales aux points *B* & *D* ; & prenant les longueurs *BC*, *DH* chacunes égales au rayon *BM*, des points *C* & *H* comme centres, je décris par les points *B* & *D* les arcs *BOF*, *DSE* qui forment avec les arcs *BPD*, *FZE* un quadrilatere curviligne en forme de Cercle échancré, il eſt évident par la conſtruction même ou par ce qui précede, que l'on en a la quadrature, & qu'il eſt égal au quarré de *CM* ou de *BF* ſon égale, double de *BG*, ſinus de l'arc *BQ* ou de l'angle *BMQ* de 45. degrés $= \frac{a\sqrt{2}}{2}$, ſi le rayon *BM* du Cercle eſt *a*. C'eſt-à-dire que ce Quadrilatere eſt égal à la moitié $2aa$ du quarré du diametre du Cercle, ou à l'aire du quarré inſcrit au même Cercle. Il eſt encore évident que les arcs qui le terminent ſont des arcs d'un même Cercle, & chacun de 90. degrés, & qu'ainſi le circuit du Quadrilatere eſt égal à la circonference même du Cercle propoſé. FIG. IX.

Des points *G* & *T* comme centres ſur les rayons *GB*, *TD*, je décris les demi-cercles *BMF*, *DME*, leurs ſommets ſe touchent au point *M* centre du Cercle propoſé, & leurs demi-circonferences *BMF*, *DME*, vers les arcs *BOF*, *DSE* forment deux Lunules d'Hypocrate égales entr'elles, & chacunes égales auſſi à chacun des deux triangles curvilignes reſtans *BMD*, *FME*, en forme de tran-

chets, c'eſt-à-dire, que chacune de ces quatre grandeurs eſt $\frac{aa}{2}$.

COROLLAIRE XIV.

Je diviſe chacun des quarts *BOF*, *DSE*, *BPD*, *FZE* de la circonference du grand Cercle, & chacun des quarts *MD*, *ME*, de la circonference du petit en un même nombre quelconque de parties égales. Sur l'un des quarts des petits Cercles, je prends deux de ces petits arcs quelconques *lb*, *bi*, que je regarde comme un ſeul, & de ſes extremités *l*, *i*, je tire deux droites aux extremités de l'un des petits arcs *Rp*, ou *ϖq*, pris en l'un des quarts du grand Cercle, qui tourne la convexité vers la concavité du petit, ou ſa concavité vers la convexité du même. Je fais la même choſe en l'eſpace *st*, *vx*; je dis que l'on aura la Quadrature des eſpaces mixtes interceptés *sxtv*, *Rpli*, *ϖqli*, ou du total *ϖlRpiq*, car les quarts de circonference de Cercles étant des arcs ſemblables & diviſés en un même nombre de parties égales, les petits arcs iſſus de la diviſion ſoutiendront des angles égaux : mais ſi des arcs ſoutiennent des angles égaux, & qu'on en tire les cordes, les ſegmens qui en reſultent ſont comme les quarrés des rayons des Cercles qui contiennent les arcs, & le quarré du rayon du grand Cercle eſt double du quarré du rayon du petit, ce qu'il eſt aiſé de démontrer par la conſtruction qu'on a employée; donc un ſegment du grand Cercle eſt double d'un ſegment des petits. Or ſi l'on tire les cordes *Rp*, *lb*, *bi*, en l'eſpace mixte terminé par les arcs *Rp*, *li*, & par les droites *lR*, *pi*, l'on forme un eſpace rectiligne, en retranchant de l'eſpace mixte deux petits ſegmens, & en en ajoutant un grand leur égal. Donc l'eſpace rectiligne eſt égal à l'eſpace mixte. On aura ſemblablement la Quadrature des autres eſpaces moyens des Lunules & des tranchets, & de ceux qui peuvent ſe former ſemblablement avec les autres arcs.

M. le Marquis de l'Hôpital dans les Memoires de 1701. a donné auſſi la Quadrature d'un autre tranchet, dont les

arcs sont d'un même Cercle, & il a donné la Quadrature de ses espaces moyens, puis celle des espaces moyens de la Lunule d'Hypocrate, en employant les angles & une courbe particuliere formée de leurs sinus : le tranchet dont je donne ici la Quadrature a la singularité d'être égal à cette Lunule même, & de former avec elle une autre portion de Cercle. La méthode dont je me sers ici n'employe que les angles ; elle n'est qu'une suite legere d'un principe propre à conduire à toutes les Quadratures déterminables dans le Cercle, dont la figure, toute simple & commune qu'elle paroisse aux yeux du vulgaire, a toûjours fait l'admiration des plus illustres sçavans de tous les siecles.

COROLLAIRE XV.

L'on peut aussi par le moyen de la Zone circulaire déterminer les cubatures de diverses portions de Sphere en cette sorte.

Soit encore comme ci-devant a le rayon d'un Cercle proposé ; c, la circonference de ce Cercle. La Sphere décrite sur ce rayon sera $\frac{2aac}{3}$.

Soit Z le rayon de la base d'un cylindre droit, dont la hauteur soit égale au diametre $2a$ de la Sphere ; j'aurai $a : c :: Z : \frac{Zc}{a}$ circonference de la base du cylindre ; & $\frac{Zc}{a} \times \frac{Z}{2} = \frac{ZZc}{2a} =$ à la base, qui étant multipliée par la hauteur $2a$, donne ZZc pour la valeur du cylindre. Je fais cette valeur égale à la Sphere, & j'ai $ZZc = \frac{2aac}{3}$; ce qui donne $Z = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Soit S le rayon de la base d'un cône droit, dont la hauteur est aussi égale au diametre $2a$ de la Sphere ; j'aurai $a : c :: S : \frac{Sc}{a} =$ à la circonference de la base du cône ; & $\frac{cS}{a} \times \frac{S}{2} = \frac{cSS}{2a} =$ à la surface de la base, je la multiplie

par un tiers de la hauteur $2a$ du même cône, & j'ai $\frac{cSS}{2a} \times \frac{2a}{3} = \frac{cSS}{3} =$ au cône que j'égale encore à la même Sphere $\frac{2aac}{3}$; & j'ai $\frac{2aac}{3} = \frac{cSS}{3}$ & $2aa = SS$; & $S = a\sqrt{2}$.

Je conçois un second cylindre droit, dont la hauteur soit h, prise à discretion, mais d'une petitesse quelconque, & que le rayon de sa base soit l'indeterminée T; j'aurai $a : c :: T : \frac{cT}{a} =$ à la circonference de la base du nouveau cylindre; & $\frac{Tc}{a} \times \frac{T}{2} = \frac{TTc}{2a} =$ à la base de ce cylindre, & $\frac{TTc}{2a} \times h = \frac{TTch}{2a} =$ à ce cylindre, que je conçois encore égal au premier cylindre ou à la Sphere $\frac{2aac}{3}$, & j'ai $\frac{TTch}{2a} = \frac{2aac}{3}$; d'où je tire $T = \frac{2a\sqrt{a}}{\sqrt{3h}} = \frac{2a\sqrt{3ah}}{3h}$ que j'appelle A rayon du Cercle qui forme la base du second cylindre; si j'en veux retrancher par le Corol. 1. un noyau qui donne la Quadrature du reste de ce Cercle, & que j'appelle X le rayon du secteur qui doit servir à trouver ce noyau, j'aurai par le Corollaire V. $X = A\sqrt{n}$, en appellant encore $q = \frac{p}{n}$ l'angle du secteur décrit sur le rayon X; p, l'angle du secteur décrit sur le rayon A; & n le nombre des angles en quoi cet angle p est divisé.

Si le Cercle qui forme la base du cylindre, dont la hauteur est h, est mû le long de cette hauteur, en demeurant toujours perpendiculaire à cette même hauteur, le plan du Cercle formera le cylindre, & le plan du noyau formera un petit prisme courbe, dont l'axe sera le même que celui de ce cylindre, si ce prisme est retranché de ce cylindre, il est clair que le reste sera donné, & que l'on en aura par consequent la cubature. Or comme la base de ce prisme peut devenir d'une petitesse quelconque, comme il a été démontré, & que son axe h, peut aussi être pris d'une petitesse quelconque par la generation, il est évident

que ce prisme peut devenir d'une petitesse quelconque, & qu'il peut par consequent être retranché du premier cylindre & du cône, & de la sphere, qui sont chacun égaux au second cylindre, & que les restes seront égaux, & que l'on en aura aussi la cubature.

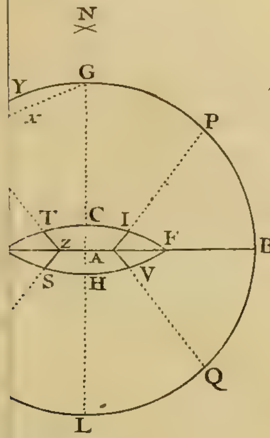
Une sphere peut être divisée en autant de pyramides spheriques dont le sommet soit au centre de la sphere, & la base en la surface de la sphere, que les corps reguliers qui peuvent lui être inscrits contiennent des faces; & par consequent elle peut être divisée en quatre pyramides spheriques par le tetraëdre; en six, par l'hexaëdre; en huit, par l'octaëdre; en douze, par le dodecaëdre; & en vingt, par l'icosaëdre. La base de chacune de ces pyramides peut être divisée en deux parties égales, & chacune de ces parties en deux autres égales, & ainsi de suite, & par consequent la pyramide spherique peut être divisée en autant de nouvelles pyramides spheriques égales entre elles. Le noyau du cylindre, dont l'axe est *h*, peut être divisé en autant de parties égales que le plan de la base de ce noyau, & par le Lemme ce plan peut être divisé en autant de parties égales que son circuit peut l'être. Or son circuit peut être divisé en deux parties égales, ou en 4. ou en 8. & ainsi de suite par la bisection de l'angle; ce même circuit peut être divisé en six parties égales ou en douze par la trisection de l'angle : donc le noyau du second cylindre peut être divisé semblablement en un pareil nombre de parties égales, & chacune de ces parties peut être divisée en deux autres égales, & ainsi de suite. Si le noyau, la sphere, le cône & les cylindres sont divisés en un pareil nombre de parties égales, & que de l'une des parties de la sphere, ou du cône ou des cylindres, l'on retranche une partie du noyau selon le même ordre de division, le reste sera donné, & l'on en aura la cubature.

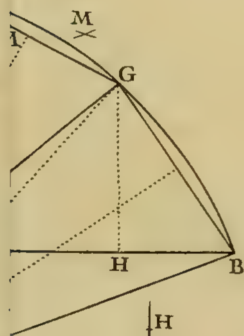
Je divise le noyau du second cylindre en un nombre quelconque de parties égales, pris à discretion. Je divise un diametre de la sphere en un pareil nombre de parties

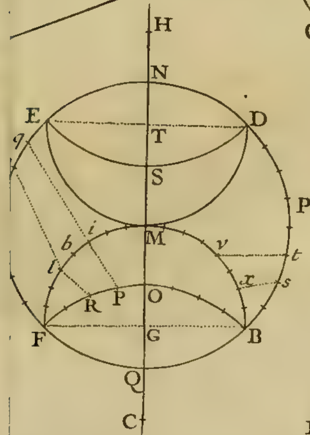
égales auſſi ; & par tous les points de diviſion je conçois des plans perpendiculaires à ce diametre, formant des ſections en la ſurface de la ſphere, ces ſections de la ſurface ſpherique ſeront autant de bandes circulaires égales. Je conçois un rayon dont une extremité ſoit fixe au centre de la ſphere, & dont l'autre extremité parcoure la circonference de chaque Cercle qui termine chacune de ces bandes ; ce rayon par ſon mouvement partagera la ſphere en autant de parties égales qu'il y aura de bandes, c'eſt-à-dire, en autant de parties égales qu'il y en aura dans le diametre de la ſphere, ou dans le noyau du ſecond cylindre. Si de chacune de ces parties de la ſphere l'on retranche une des parties du noyau du ſecond cylindre, priſe ſelon le même ordre de diviſion ; le reſte ſera donné, & l'on en aura par conſequent encore la cubature.

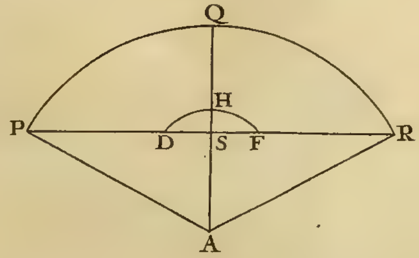
Si l'angle BAC *de la premiere Figure eut été diviſé en ſeize angles égaux, & que l'angle* MCg *eut été égal à l'un d'eux, il auroit fallu prendre ſur la droite* Cg *infiniment prolongée, une longueur* Cgd *quadruple du rayon* CA, *pour rayon du ſecteur nouveau égal au ſecteur propoſé* BAC ; *alors la Figure ſeroit réguliere, mais ſon exceſſive grandeur & la trop grande petiteſſe qu'auroient euë les parties du ſegment* CFtC, *m'ont fait ſupprimer cette régularité.*

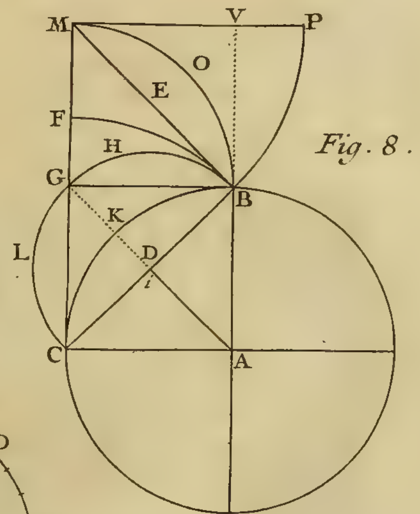


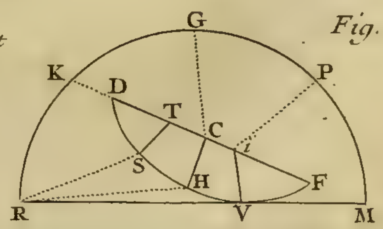

N
G
Y
x
P
T
C
I
F
B
z
A
S
H
V
Q
L

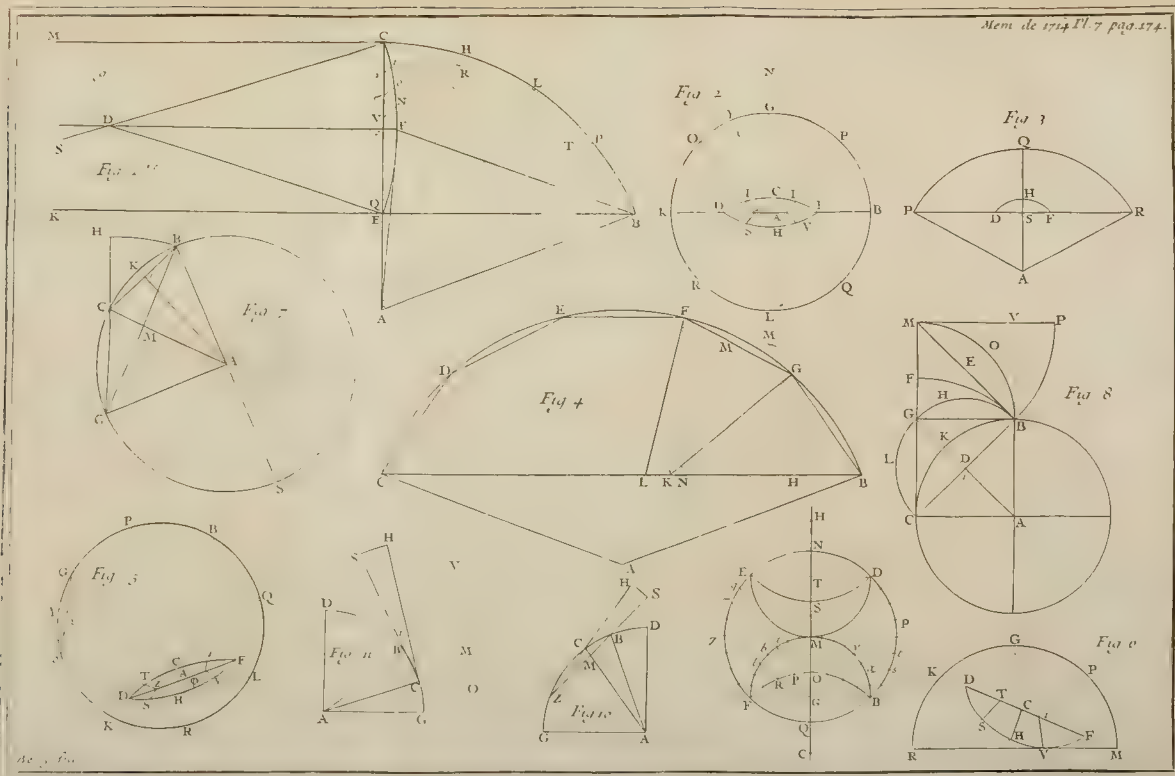

M
G
H
B


H
N
E
D
T
S
P
M
v
t
b
i
x
s
l
R
P
O
F
G
B
Q
C


Fig. 3
Q
H
P
D
S
F
R
A


M
V
P
O
E
F
H
Fig. 8.
G
B
K
L
D
i
C
A


G
Fig. 6.
K
D
P
T
C
i
S
H
F
R
V
M


Mem. de 1714. Pl. 7. pag. 174.
Fig. 2
Fig. 3
Fig. 4
Fig. 5
Fig. 7
Fig. 8
Fig. 10

JUSTIFICATION DES MESURES DES ANCIENS EN MATIERE DE GEOGRAPHIE.

Par M. DELISLE.

QUAND les Mesures des Pays, telles quelles font rapportées par les Anciens, feroient fort éloignées des veritables, il feroit toûjours très curieux de les connoître; mais j'entreprends de prouver aujourd'hui que cette recherche eft très utile & très neceffaire, & que ces mefures étant conformes à la verité, elles doivent fervir à corriger en plufieurs points effentiels les mefures des Geographes modernes. 11. Avril 1714.

J'établirai l'exactitude des Mefures anciennes par la conformité qu'elles ont avec les Obfervations de l'Academie. Il paroîtra fans doute furprenant que les Anciens ayent fi fort approché de la verité, & que les Geographes modernes au contraire s'en foient fi fort éloignés, mais j'efpere indiquer la fource de l'erreur des uns, & les facilités que les autres ont eu à parler plus jufte de la fituation & de l'étenduë des Pays qu'ils ont décrits.

Ce que j'avance ne regarde pas les endroits de la Terre, que les Romains ne connoiffoient qu'imparfaitement, mais feulement les Pays qui leur ont été connus, comme l'Italie.

Pour faire voir à l'œil la difference qu'il y a entre les Anciens & les Modernes touchant ce Pays-là, j'en ai fait ici une double reprefentation, dans l'une defquelles marquée de traits legers, je reprefente l'Italie fuivant l'opinion de la plûpart de nos Modernes, & dans l'autre marquée de traits plus forts, je la reprefente fuivant les Mefures

des Anciens conformes, comme je l'ai déja dit, aux Observations Astronomiques, & particulierement à celles de l'Academie.

J'ai crû que pour faire mieux voir les differences qu'il y a entre les deux opinions, il falloit choisir un point par rapport auquel ont pût comparer aisément les deux hypotheses. Il n'étoit pas difficile de se déterminer dans le choix de ce point, & l'on ne peut en prendre un plus favorable que la Ville même de Rome, où l'on se rendoit de tous les endroits de l'Empire Romain, & d'où l'on partoit pour aller dans toutes ses Provinces; car c'étoit à Rome que commençoient ces belles Voyes militaires que les Romains avoient fait faire avec tant de soin & tant de dépense, & sur lesquelles ils avoient marqué leurs mesures ce qui en facilitera la comparaison avec les Observations.

Ce qui est resté jusqu'aujourd'hui de ces anciennes routes, nous fait connoitre qu'elles étoient generalement parlant fort droites, comme est la Voye Appienne que l'on voit encore presque toute entiere entre Rome & Capouë, quoique construite plus de 300. ans avant l'Ere Chrétienne.

Elle traversoit en ligne droite les Marais Pontins que l'on avoit comblé en cet endroit; en d'autres Routes l'on avoit percé des Montagnes comme l'on voit encore au lieu nommé autrefois *Intercisa*, & aujourd'hui *Sasso Forato* où la Voye Flamienne traversoit le Mont Apennin.

C'est un grand préjugé en faveur des Anciens, car ces Routes étant droites sont plus propres à déterminer les veritables distances d'un lieu à l'autre que ne sont celles d'aujourd'hui. D'ailleurs l'on sçait que les Romains avoient mesuré leurs chemins & qu'ils y avoient élevé des pierres de mille pas en mille pas; & comme ces pas étoient de 5. pieds Romains chacun, ils avoient par-là une mesure uniforme par toute l'étenduë de leur domination, au lieu qu'aujourd'hui les milles sont de differente longueur en differens endroits de l'Italie.

Cette

Cette uniformité de mesures marquées sur des Routes qui approchoient fort de la ligne droite, ne m'a pas permis de balancer dans la préference que j'ai donnée aux Anciens, mais avant que de faire usage de ces mesures, il faut s'assurer de leur valeur par rapport à quelque grandeur qui nous soit connuë.

Les Modernes ont supposé que le Mille ancien étoit égal à une minute de latitude, comme l'est aujourd'hui le mille commun d'Italie, dont 60. font un degré.

Mais ayant comparé les distances rapportées en milles par les Anciens entre plusieurs Villes dont on sçait le nom moderne avec celles de ces mêmes Villes déterminées en toises par les voyes de la Geometrie les plus exactes. Ces comparaisons jointes à la mesure de la Terre de l'Academie, donnent toûjours pour chaque degré de latitude 75. de ces milles anciens, au lieu de 60. comme j'espere le faire voir plus en détail, en rapportant ces opérations Geometriques.

Il s'en suit de-là que le mille ancien étoit plus petit que celui d'aujourd'hui, & que quand même ce dernier seroit uniforme par toute l'Italie, ce qui n'est pas, les distances des Villes rapportées par les Anciens ne pourroient pas être les mêmes que celles qui sont aujourd'hui autorisées par l'usage : & c'est ce qui a fait tomber en erreur la plûspart de nos Modernes, qui ne connoissant pas assez la veritable grandeur des Milles anciens, ont voulu mal à propos corriger une mesure exacte & uniforme par une autre fort inégale & fort incertaine. Cluverius entr'autres un de nos plus celebres Geographes qui a donné un ouvrage si ample & si détaillé sur l'ancienne Italie, sur lequel Holstenius & Cellarius n'ont presque pas pû encherir, Cluverius, dis-je, n'a pas fait de difficulté de reprendre en plusieurs endroits les Anciens, & de vouloir regler leurs distances sur celles d'aujourd'hui.

Les Observations de l'Academie faites à Rome & à Florence, nous ont donné la veritable situation de ces deux

Villes, tant en longitude qu'en latitude. Cette situation est très differente de celle que les Modernes supposoient. La difference des Meridiens entre ces deux Villes, se trouve plus petite de 45. minutes qu'ils ne l'ont crû, & leur difference en latitude se trouve au contraire plus grande de 20. minutes; cependant l'éloignement entre ces deux Villes dans ces deux hypotheses, ne laisse pas d'être le même, mais comme les Modernes supposent que le degré contenoit 60. milles anciens, au lieu de 75. ils ne peuvent y accorder les distances de la Route nommée *Via Cassia* qui conduisoit de Rome à Florence. Ils sont donc obligés d'en alterer les distances, & lorsque Strabon liv. 5, dit que la Ville d'Arezzo est à mille stades ou six vingt mille pas de Rome tirant vers le Mont Apennin, Cluverius nous veut faire croire que cette distance se doit prendre du Mont Appenin, & non pas de la Ville même d'Arezzo, au lieu que par notre mesure des anciens Milles réduits à leur valeur, nous expliquons à la rigueur ce passage de Strabon, & les Itineraires anciens, ce qui fait voir leur exactitude & leur conformité avec les Observations de l'Academie.

Les Modernes n'ont pas mieux expliqué les Anciens dans la Description qu'ils ont faite de la celebre Voye Appienne que l'on dit avoir été continuée par Caïus Cesar depuis Capouë jusqu'à Brindes. Strabon dit que cette derniere Ville étoit éloignée de Rome par cette route de 360. mille pas. Ainsi quoique Cluverius mette entre ces deux Villes à peu-près la même difference en longitude qui resulte des Observations, cet Auteur ne pouvant accorder son hypothese sur les mesures avec cette distance rapportée par Strabon, ni avec celles des Itineraires anciens, il les a alterées d'un cinquiéme, c'est-à-dire, d'autant que sa mesure étoit éloignée de la veritable.

C'est sur ces mêmes principes que Cluverius qui, outre son érudition, a eu encore l'avantage de voir par lui-même les Pays dont nous parlons, ayant trouvé dans la Bourgade de Polla au Royaume de Naples, une Inscription qui

rapportoit les diſtances de cette branche de la Voye Appienne qui conduit à Regio, & trouvant ces diſtances opposées à l'idée qu'il s'étoit faite des Meſures des Anciens, a voulu rendre cette Inſcription ſuſpecte, quoi-qu'elle ait parû très autentique à Holſtenius qui l'a vûë auſſi-bien que lui : elle porte ces paroles, *Viam feci ab Regio ad Capuam, & in eâ viâ pontes omnes, milliarios, tabellarioſque poſivi, hincce ſunt Nuceriam millia quinquaginta unum, Capuam octoginta quatuor.* Et ainſi des autres lieux de cette route dont les diſtances ſont marquées; & ces diſtances dont la pluſpart ſont confirmées par l'Itineraire de l'Empereur Antonin, concourent à la ſituation de ce Païs, en réduiſant comme j'ai fait les Milles anciens à leur veritable valeur.

Non ſeulement les Modernes ſe ſont trompés lorſqu'ils ont voulu contredire les Anciens, mais ils les ont auſſi mal expliquez lorſqu'ils ont voulu les ſuivre. La Lombardie qui répond pour la plus grande partie au païs que les Anciens appelloient *Gallia Togata*, eſt traverſée en ligne droite par la celebre Voye Emilienne & par d'autres routes dont les diſtances ſont marquées non ſeulement dans la Table Theodoſienne, qui eſt la ſeule Carte Geographique qui nous ſoit reſtée de l'Antiquité, mais auſſi dans l'Itineraire d'Antonin & dans celui de Bourdeaux à Jeruſalem dont l'Auteur ne nous eſt pas connu. Les Modernes ont voulu ſuivre dans ces endroits les diſtances des Anciens, mais ils ſont tombez dans un autre inconvenient. Car réglant par ces diſtances les longitudes des Villes ſur la fauſſe idée qu'ils avoient des Meſures anciennes, ils ont donné trop d'étenduë à ce Païs par rapport à la circonference de la Terre, mettant 5. degrés 25. minutes en longitude de Nice à Bologne, au lieu que par les Obſervations faites en ces deux Villes par l'Academie, il ne ſe trouve que 4. degrés 13. minutes, c'eſt un cinquiéme de moins; & comme nous avons fait voir que le Mille ancien étoit d'un cinquiéme plus petit que les Modernes ne le ſuppoſent, il

eſt clair que cette correction importante de la longueur de la Lombardie fondée ſur les obſervations de l'Academie, revient parfaitement aux Meſures des Anciens contre l'opinion des Modernes.

Il ſuit de-là que l'étenduë du même Païs du Septemtrion au Midi, que les Modernes ont auſſi reglé à leur maniere ſur les Meſures anciennes, ſe doit trouver plus petite d'un cinquiéme par les Obſervations, s'il eſt vrai, comme je l'ai avancé, que ces Obſervations ſoient conformes aux Meſures des Anciens. M. Caſſini a obſervé la latitude de Genes de 44. degrés 25. minutes, & M. Petit celle de 46. degrés 10. minutes à Trahone dans la Valtelline, & le réſultat de ces deux Obſervations donne auſſi un cinquiéme de moins entre les paralleles de ces deux Villes, & c'eſt préciſément ce que les Modernes y ont mis de trop. On peut voir par la Carte que la ſituation de Genes donnée par les Obſervations eſt très éloignée de celle que les Modernes lui donnent, mais quelque extraordinaire que cette correction paroiſſe, il paroit encore plus ſurprenant que les Meſures des Anciens y reviennent, & que nos Auteurs modernes s'en ſoient ſi fort écartés.

La troiſiéme faute des Modernes eſt de n'avoir eu, ce ſemble, aucun égard en certains points aux Meſures des Anciens, & cette faute eſt telle, qu'au lieu que la précedente leur avoit fait trop étendre certains Païs, celle-ci au contraire leur en a fait trop étrecir d'autres. On peut voir par la Carte que la diſtance de Rome à la Mer Adriatique eſt beaucoup plus grande ſelon les Obſervations que ſelon les Modernes. L'Academie n'a pas eu occaſion d'obſerver au voiſinage de cette Mer, mais le P. Viva a obſervé la hauteur du Pole de Lorete de 43. degrés 42. minutes, & les Operations Geometriques du P. Riccioli rectifiées par les Obſervations de l'Academie nous donnent la longitude & la latitude de Ravenne, telle qu'elle eſt marquée dans ma Carte.

Les Romains avoient fait conſtruire trois belles Routes

qui conduisoient de Rome à cette Mer, la Voye Flaminiene dont la longueur étoit de 185. mille pas selon Antonin jusqu'à la Ville de Fano, nommée autrefois *Fanum Fortunæ*. La seconde Route étoit la Voye Salariene qui prenoit ce nom du Sel que l'on voituroit par-là. Cette Route après avoir passé à un lieu nommé alors *ad Centesimum*, à cause qu'il étoit à la centiéme pierre ou à 100. milles de Rome, se terminoit à 32. milles de-là à la Ville de Truentum sur la même Mer. Enfin la troisiéme Route étoit la Voye Valerienne sur laquelle Antonin compte 140 milles pas jusqu'à l'embouchure de la Riviere d'Aterne. Les distances qui reviennent fort bien au résultat des Observations rapportées ci-dessus, s'éloignent par tout d'environ 45. mille pas de celle que nos Modernes y mettent, & par consequent les convainquent d'erreur.

Les Observations favorisent encore un passage de Pline qu'on ne sçauroit expliquer dans l'hypothese des Geographes modernes. Cet Auteur en parlant des differentes largeurs de l'Italie d'une Mer à l'autre, dit que la Ville d'Ostie à l'embouchure du Tibre, est plus éloignée de la Mer Adriatique que ne l'est le port d'Alsium à la Côte de Toscane. Les Modernes supposent faussement que la Côte entre les bouches du Tibre & Alsium court à l'Oüest en s'éloignant ainsi de plus en plus de la Mer Adriatique. Mais en faisant courir cette Côte vers le Nord comme j'ai fait, le passage de Pline s'explique à la lettre. Et ce n'est pas au hazard que je l'ai remarqué ainsi, car elle se trouve de même dans l'Arpentage exact que l'on a fait à Rome des terres de l'Annône; & cette correction est encore confirmée en gros par une Observation que M. de Chazelles a faite à Civita-Vecchia qui est située sur la même Côte, car il a trouvé par cette Observation que cette Ville étoit plus Septentrionale que Rome de 13. minutes, au lieu que les Modernes la font plus Meridionale de 8. minutes que cette même Ville.

Je pourrois prouver par beaucoup d'autres exemples la

conformité entre les Obſervations de l'Academie & les Meſures des Anciens, & les juſtifier de pluſieurs autres erreurs qu'on leur attribuë mal à propos; mais comme cela m'engageroit dans un détail qui ne conviendroit pas à cette aſſemblée, je me contenterai d'ajoûter ici quelques exemples qui font voir qu'au défaut des Obſervations l'on peut ſe ſervir utilement des Meſures des Anciens.

La ſituation de Carthage ſera le premier de ces exemples, & il eſt d'autant plus conſiderable, qu'au lieu que les erreurs précedentes n'ont été au plus qu'à une vingtaine de lieuës ſur cent, celle-ci eſt de 100. lieuës ſur 220.

Les Auteurs modernes mettent 90. lieuës du Lilibée promontoire de Sicile à la Ville de Carthage, & 60. du Cap de Mercure en Afrique à ce même promontoire. Mais je trouve dans l'Itineraire d'Antonin que de l'Iſle nommée *Maritima* près du Lilibée juſqu'au Cap de Mercure la diſtance n'eſt que de 700. ſtades. Or cette diſtance eſt plus petite des deux tiers que celle que les Modernes ſuppoſent entre la Sicile & l'Afrique; & elle eſt confirmée en general par les Obſervations de l'Academie. Car quoi-qu'il n'y ait point d'Obſervation immediate en ces deux termes, celle du P. Feüillée à Tripoli de Barbarie, & celle de M. de Chazelles à Trapano près du Lilibée, font voir que les Côtes d'Afrique, & par conſequent la Ville de Carthage qui y étoit ſituée ſont plus Septentrionales de 3. degrés, & qu'elles ſont beaucoup plus proches de la Sicile que les Modernes ne le ſuppoſent.

D'ailleurs les Marins conviennent que du Cap *Bon* qui eſt le nom qu'on donne aujourd'hui au Cap de Mercure juſqu'au Lilibée, il n'y a que 19. ou 20. lieuës marines, ce qui revient aux 700. ſtades qu'Antonin met entre ces deux terres.

Cette exceſſive erreur des Modernes contre le ſentiment des Anciens dans la ſituation d'une Ville auſſi celebre que l'étoit Carthage eſt encore très viſible par la diſtance de l'Iſle de Sardagne juſqu'en Afrique, rapportée dans le mê-

me Itineraire d'Antonin. Il met de Cagliari, capitale de Sardagne jusqu'à Carthage 1500. stades seulement. Or cette distance évaluée en milles & en lieuës, est plus petite de la moitié que celles que supposent les Modernes; & cette preuve est d'autant plus concluante pour la situation de Carthage, que nous avons deux Observations du P. Feüillée à la Côte Meridionale de Sardagne où est située Cagliari, & que ces Observations en déterminent la latitude.

Strabon, Solin & Valere Maxime, rapportent qu'il y avoit un homme durant les Guerres Puniques, dont la vûë étoit si bonne & si longue, que de dessus une hauteur voisine du Cap Lilibée, il comptoit tous les vaisseaux qui faisoient voile du Port de Carthage, & en avertissoit les Habitans de la Ville de Lilibée.

Quand même on supposeroit, comme l'insinüent les Modernes, que cet homme ne voyoit ces Vaisseaux qu'au Cap de Mercure, qui est le plus voisin de la Sicile, ils ne pourroient expliquer ce passage; car comme ils supposent, ainsi que je l'ai déja dit, 60. lieuës entre le Cap Lilibée & le Cap de Mercure, non seulement il n'est pas vraisemblable qu'un homme pût distinguer à la vûë des Vaisseaux à une si grande distance; mais quand même la vûë de cet homme auroit eu cette portée, la rondeur de la Terre lui auroit caché ces objets.

Mais le fait rapporté par ces Auteurs de ce clairvoyant de Lilibée, ne paroît plus si incroyable par la réduction de cette distance de 60. lieuës à celle de 20. & l'on pourroit plus aisément admettre cette particularité, sur laquelle pourtant je n'appuye pas.

Voici une autre distance essentielle où les Modernes se sont également trompés, en s'éloignant des Anciens. Pline liv. 3. chap. 11. dit que la Ville d'Otrante n'est séparée de la Côte de Grece que par un Détroit de 50. mille pas de largeur, & que Pirrhus Roy d'Epire eut le dessein d'y faire construire un Pont pour passer en Italie lorsqu'il y

fut appellé par les Tarentins pour faire la guerre aux Romains, mais qu'il en fut détourné par d'autres soins.

Je ne pretends pas justifier la possibilité du dessein de ce Prince ambitieux & visionnaire. Je tâcherai seulement d'établir la largeur de ce Détroit suivant les Anciens, & de faire voir contre le sentiment des Modernes, que cette distance est la veritable.

L'Itineraire d'Antonin met 400. stades entre Otrante & l'Isle de Sasina sur la Côte de Grece. Ces 400. stades évaluées en milles, sont justement les 50. milles pas que Pline met entre ces deux terres.

Nous n'avons point d'Observations en ces endroits, mais à leur défaut j'ai eu recours aux Portulans, dont les distances sont d'autant plus exactes, qu'elles n'ont été marquées que sur le rapport d'une infinité de Pilotes. Ces Portulans conviennent de la distance de 12. lieuës marines entre la Ville d'Otrante & Sasina; & cette distance revient parfaitement à celle que Pline & Antonin marquent entre ces deux terres: cependant nos Modernes font cet intervalle une fois plus grand; ainsi il est vrai de dire que l'on peut se servir utilement des Mesures des Anciens pour perfectionner nos connoissances; d'autant plus que ces Mesures se rapportent avec ce que nous avons de meilleur & de plus certain. Je finirai par une comparaison de la partie Orientale & Meridionale d'Italie nommée par les Anciens la *Grande Grece*, avec la Grece particulierement prise.

Les Grecs avoient envoyé un si grand nombre de Colonies dans cette partie d'Italie, qu'elle en fut appellée Grece comme le Pays qui a porté ce nom de tout temps. Mais les Modernes comparant l'étenduë de ce Pays avec celle de la Grece proprement dite qui comprenoit l'Achaïe, le Peloponnese & la Thessalie, ils ont crû que le nom de Grande Grece auroit mieux convenu à cette ancienne Grece qui étoit plus grande que l'autre selon leurs hypotheses. Ces Modernes donc, Cellarius entr'autres, ne sçachant


Mem. de 1714. Pl. 8. pag. 18
Truentum
Aterne
erne
GRANDE GRECE
Capoue
Brindes
Sasina
Otrante
Sasina
Theßalonique
Theßalonique
GRECE
GRECE
Athenes
Lacedemone
Athe
Lacedemone
CILE
cile
Malte
Malte
Tripoly
Bercy


Mem. de 1714 Pl 8 pag 184
Valtelline
Valtelline
Genes
Nice
Ravenne
Bologne
Florence
Fano
Lorete
Truentum
Aterne
Alsium
ROME
GRANDE GRECE
Capoue
Brindes
Otrante
Corse
Sardagne
Cagliari
Lilibee
SICILE
Cap de Mercure
Carthage
Sicile
Malte
Thessalonique
GRECE
Athenes
Lacedemone
AFRIQUE
Cap de Mercure
Carthage
Tripoly
AFRIQUE
Tripoly
Berey sculp

sçachant comment expliquer les Anciens dans cet endroit, attribuent cette prétenduë erreur des Anciens à la vanité des Grecs, mais je ferai voir qu'ils sont justifiés par les Observations.

Le P. Feüillée de concert avec M^rs. de l'Observatoire, a observé les hauteurs du Pole & les longitudes de Thessalonique, de Milo & de Candie : j'ai recüeilli aussi les Observations de M^r. Vernon Anglois à Lacedemone, à Athenes, à Thebes, à Corinthe, à Chalcis & en d'autres endroits. Il resulte de toutes ces Observations, que la longueur que l'on donnoit ci-devant à la Grece proprement dite, aussi-bien que sa largeur excedoit de plusieurs degrés la veritable, ensorte que ce Pays se trouve plus petit de la moitié qu'on ne le supposoit, comme l'on peut voir par la Carte où ce Pays paroît selon les Observations plus petit que celui que l'on appelle la Grande Grece, conformément à l'idée que les Anciens nous en ont donnée.

Je pourrois aussi justifier par les Mesures des Anciens cette étenduë de l'ancienne Grece, si differente de celle qu'on lui a donnée jusqu'à present, & faire voir la conformité des mesures des Grecs avec les Observations, de même que j'ai prouvé le rapport de ces Observations avec les mesures des Romains, mais cette discution merite bien une Dissertation particuliere. Il me suffit ici d'avoir justifié l'idée que les Anciens Grecs nous ont donnée de cette partie de l'Italie où ils ont envoyé des Colonies, & que ce n'est point par vanité qu'ils lui ont donné le nom de Grande, mais que ce nom est fondé sur la verité.



MEMOIRE
Touchant la Volatilisation des Sels fixes des Plantes.
Par M. HOMBERG.

16. Mai. 1714.

LE Sel lixiviel ou l'alkali fixe de quelque plante, est une substance saline qui a perdu dans le grand feu la plûpart de ce que le végétal contenoit de parties volatiles, sçavoir son phlegme, son esprit acide, son esprit urineux, les huiles qu'on en peut distiller, & le Sel qui sent l'urine; sa figure est une espece d'éponge, dont les pores ouverts & vuides sont prêts à recevoir des matieres volatiles semblables à celles que le feu en a separées; l'art les y peut rejoindre, de maniere que sa fixité se perd entierement, & que le nouveau mêlange en devient tout-à-fait volatile.

Ces opérations se font en introduisant inséparablement dans le Sel lixiviel, l'une ou plusieurs des parties volatiles qui en ont été chassées, l'introduction desquelles dans le corps du Sel lixiviel ce fait à peu-près par les mêmes moyens, sçavoir par des cohobations souvent réïterées, jusqu'à ce que le volatile se soit uni de telle sorte au fixe, que le tout ou une partie en soit devenuë volatile.

Cependant comme toutes ces matieres volatiles sont des substances differentes, quoique tirées du même mixte, elles demandent aussi des manipulations differentes, pour faire que ces cohobations soient utiles, & qu'elles puissent donner la volatilité aux Sels fixes. Nous allons examiner toutes les parties que le feu peut chasser d'un végétal, nous prendrons le Tartre du Vin pour servir d'exemple sur toutes les autres matieres végétales, & nous exposerons ensuite les manieres d'y réintroduire les volatiles qu'il a perdu dans le feu, c'est-à-dire les moyens de

rendre volatile le Sel de Tartre, en diverses manieres, selon la nature du volatile qu'on y introduit de nouveau.

Mais comme le Sel de Tartre, & tout autre Sel lixiviel quelque bien calciné & quelque bien purifié qu'il soit par les differentes lixiviations & filtrations, ne laisse pas de contenir une très grande quantité de matieres terreuses, plus ou moins faciles à enlever par les differens volatiles dont on se sert, quelques-uns de ces volatiles en changeront beaucoup, les autres moins, & laisseront au fond du vaisseau une partie de la terre fixe & insipide, selon le plus ou le moins d'activité du volatile que l'on aura employé pour cet effet.

Le Sel lixiviel qui aura été volatilisé par une de ces opérations, quelques-fois se changera en une liqueur distillée salée, ou en un esprit acide, ou en un esprit urineux; quelquesfois il se changera aussi en un Sel volatile salé, ou en un Sel volatile âcre & fetide, ou enfin en un Sel volatile aromatique, selon les differentes opérations & les volatiles que l'on y aura employé.

La premiere matiere que le feu sépare du Tartre & de tout autre végétal, est son phlegme, qui d'abord ne paroît pas capable de changer une matiere aussi fixe que le Sel de Tartre en une matiere volatile; cependant quand on considere que l'humidité aqueuse, lorsqu'elle est mise en mouvement par le feu, est une des principales causes de tous les changemens qui arrivent aux végétaux & aux animaux, & peut-être à tout ce qui appartient à nôtre terre, nous ne ferons pas de difficulté de l'admettre ici pour l'un des agens qui contribuë à enlever dans le feu une partie du Sel de Tartre, & à le rendre volatile; mais comme l'humidité aqueuse est le moins actif de tous les principes que la distillation sépare des végétaux, c'est-à-dire, qu'elle agit plus lentement & moins sensiblement que les autres principes, l'opération dans laquelle on l'employe durera plus long-tems que si on avoit employé quelqu'un des autres principes. Nous allons voir comment par son

moyen une partie du Sel fixe lixiviel s'est sublimée en Sel volatile.

En Chimie il n'est pas hors de propos de communiquer l'histoire succinte des circonstances, quelquesfois duës au pur hazard, qui ont mené à une opération singuliere, elles peuvent servir d'occasion à un plus habile d'abreger ces opérations, ou de les perfectionner; je m'en vais donc donner la premiere de mes opérations sur la volatilisation du Sel lixiviel des plantes, avec toutes les circonstances qui l'ont accompagnée.

Les Savonettes dont je me servois pour me raser, n'étant pas à mon gré, je voulus en faire d'autres: je pris donc du Savon de Genes environ deux livres; je le coupai par tranches de l'épaisseur environ d'un écu, je le mis sécher à l'ombre pendant trois mois, pour en ôter la mauvaise odeur que le Savon a ordinairement, il l'a perdit en partie, & devint si sec que je pouvois le piler dans un mortier; pour le rehumecter, afin qu'on en put former des Savonettes, je versai dessus trois onces d'esprit de Vin, dans lequel j'avois mis un gros d'huile de Lavande & quelques gouttes d'essence d'Ambre pour leur donner quelque bonne odeur; j'incorporai bien cet Esprit de Vin avec mon Savon, en les pilant ensemble dans un mortier de marbre, mais il n'en fut pas assez humecté pour faire une pâte liée; je fus donc obligé d'y ajoûter encore environ trois onces d'Eau de Fleurs d'Oranges, le tout se mit en une pâte bien conditionnée, j'en formai des boules que je mis sécher à l'air, dans un tems froid & humide. Environ deux mois après, je fus fort étonné de trouver ces Savonettes herissées de pointes de sel, à peu-près comme le Salpêtre qui végéte sur les pierres, je voulus m'en servir, mais je m'apperçus que ce Savon ne faisoit point d'écumes, il s'amollissoit seulement dans l'eau chaude, on le faisoit étendre comme du beurre, & se colloit contre la chair sans mousser: la singularité du phénoméne me fit examiner avec soin le Sel qui avoit végeté sur ce Savon, je trouvai

qu'il avoit entierement perdu le goût de la Soude ou de Sel lixiviel, ayant à peu-près celui du Salpêtre, sans fuser néanmoins dans le feu, mais y jettant beaucoup de fumée, qui ne sentoit ni l'acide ni l'urine. Cette fumée me fit penser qu'elle pourroit bien être du Sel volatile, qui se sublimeroit à l'ordinaire dans les vaisseaux à ce convenables, je l'essaïai, mais je n'en fus pas tout-à-fait content; cependant un peu de matiere farineuse salée, qui s'étoit attachée aux parois du vaisseau, me fit esperer qu'on en pourroit venir à bout, en changeant un peu l'operation; je ramassai donc de nouveau tout ce que je pus avoir de ce Sel, & quand mes boules de Savon n'en végéterent plus, étant devenuës trop séches, je les fis porter à la cave, où quelque tems après elles en pousserent encore; à la fin je lavai ces boules dans de l'eau, pour en tirer encore un reste de Sel, qui étoit sur leurs surfaces, & qui rendoit leur croute dure; j'ai mis toutes ces eaux ensemble, j'y ai ajouté le Sel que j'avois amassé, je les ai distillées dans un alembic de verre à petit feu, j'ai cohobé cette eau bien cinquante fois ou plus sur ce qui restoit dans la cucurbite, & je me suis apperçû qu'à la fin des distillations il s'est attaché aux parois de la cucurbite & dans le chapiteau un peu de Sel volatile blanc & leger comme de la neige, à peu près comme est le Sel volatile narcotiqué de Vitriol, dont j'ai donné la description en 1702. J'ai continué ces cohobations jusqu'à ce qu'il ne se sublimât plus rien, & j'ai eu environ deux gros de Sel volatile concret, mais l'eau distillée en étoit chargée, car elle étoit salée. J'ai rectifié cette eau, j'en ai séparé les premieres portions, qui étoient insipides; j'en ai gardé deux onces environ, qui contenoit bien encore un gros de Sel. Ce sel a un goût approchant du Salpêtre sans aucune acrimonie, il fait une très legere ébullition, ou plûtôt un simple fremissement avec l'esprit de Sel, il rougit legerement la teinture de Tournesol, il se fond dans le moment qu'on en jette sur des charbons ardens & s'en va en fumée, sans fuser dans le feu comme le Salpêtre.

Le Sel volatile qui a été produit par cette operation ne ſçauroit provenir que d'une partie de la Soude qui eſt entrée dans la compoſition du Savon ; & comme le ſel de la Soude eſt un des plus grands alkalis lixiviels que nous ayons, & qui en cela ne cede en rien au Sel fixe de Tartre, j'ai crû que par la même opération je pourrois avoir un Sel volatil du Sel fixe de Tartre, que Paracelſe & Van-Helmont ont tant vanté. Pour y parvenir, j'en ai fait d'abord un Savon à la maniere ordinaire, c'eſt-à-dire, que j'ai fait une Leſſive très forte de parties égales de Tartre calciné & de Chaux vive ; car on employe de la Chaux pour faire du Savon, j'en ai fait enſuite du Savon avec de l'huile d'Olives ; ſçavoir de trois parties d'huile & une de ce Sel, ce qui a produit un Savon très ferme & très bon, j'ai traité ce Savon en tout de la même maniere que le Savon de la Soude dans l'operation précedente, j'en ai vû à peu près les mêmes effets, & j'en ai tiré la même quantité de Sel volatile.

J'ai obſervé dans ces operations, que ſans l'humidité aqueuſe le Sel volatile, quoi-que tout préparé, ne ſe ſéparoit pas de la maſſe ſavonneuſe, qui étoit au fond de la cucurbite, & dans laquelle il étoit pour ainſi dire enchaſſé ; dès que cette maſſe étoit deſſéchée, il ne ſe ſublimoit plus rien, & en la rehumectant ſimplement avec la même eau qui en avoit été diſtillée, on en faiſoit une ſeconde ſublimation, & ainſi de ſuite, en faiſant douze ou quinze fois la même operation, c'eſt-à-dire, juſqu'à ce que tout le Sel volatile en fût ſéparé. Il faut que l'humidité aqueuſe, en détrempant la maſſe ſavonneuſe & ſaline au fond de la cucurbite, s'uniſſe ſi bien au Sel volatile, qu'en s'évaporant elle en emporte à chaque fois une partie avec elle, qui ſe criſtaliſe contre les parois ſuperieurs de la cucurbite, & qui ſans cela reſteroit toûjours enveloppée dans la tête-morte ; de ſorte que l'on pourroit ſoupçonner que dans cette operation l'eau ſeule contribuë le plus à la volatiliſation des Sels fixes de Tartre & de la Soude, & qu'elle y pourroit

bien suffire toute seule, d'autant que nous avons une experience constante, qui confirme cette pensée, qui est que l'eau contracte une qualité salée & même acide, quand on la distille & cohobe souvent sur du Sel commun; j'ai voulu cependant m'en éclaircir, j'ai cohobé de l'eau de Riviere sur du Sel de Tartre bien cent fois, sans m'appercevoir de Sel volatile concret, il m'a paru seulement que l'eau étoit devenuë un peu salée, il y a apparence qu'avec le temps on en auroit eu quelque chose de plus, mais la longueur du travail m'a rebutté, je l'ai abandonné.

En examinant avec soin toutes les autres particularités des operations précédentes qui ont donné du Sel volatile, j'ai observé qu'il faut que les Sels fixes soient préparés; c'est-à-dire, qu'ils soient mis en Savon, pour pouvoir être volatilisés; nous en connoîtrons la verité dans les operations suivantes, qui prouveront en même temps, que l'eau a été le vehicule necessaire, pour enlever le Sel volatile tout préparé par la savonnation dans les opérations dont nous venons de parler, mais que l'on s'en peut passer absolument, & même qu'elle devient nuisible en certains cas. Je me suis donc imaginé non-seulement que la composition du Savon est necessaire pour volatiser les Sels fixes des Plantes, mais j'ai crû que l'operation réüssiroit mieux, & qu'elle produiroit plus de Sel volatile, en composant le Savon avec une huile distillée plûtôt qu'avec une huile simplement exprimée, comme est l'huile d'Olives, qui a été employée dans les operations précedentes, & qui demande un feu très violent pour devenir volatile, au lieu qu'une huile distillée étant déja toute volatile, selon les apparences, contribüera plus à la volatilisation des Sels fixes, qu'une huile non volatisée, j'en ai fait l'essai, qui a fort bien réüssi, comme nous l'allons voir dans l'opération suivante, dans laquelle je n'ai pas voulu joindre au Sel de Tartre une huile étrangere & qui ne fut pas tirée du Tartre même, afin que le Sel volatile qui en proviendroit fut avec plus de verité du Sel volatile de Tartre;

j'y ai donc employé de l'huile distillée de Tartre, mais comme elle est d'une puanteur insupportable, qui auroit infecté toute l'operation, & même le Sel volatile qui en seroit venu, si on l'avoit employée telle qu'elle est, j'ai été obligé de l'adoucir avant que de la joindre à son Sel fixe : ce que j'ai fait ainsi.

J'ai pris une livre d'huile fetide de Tartre que j'ai mêlée exactement avec deux livres de Chaux éteinte à l'air & distillée dans une cornuë de grais à feu nud ; l'huile qui en est venuë étoit liquide, rouge & moins puante, d'épaisse, noire & fort puante qu'elle étoit. Je l'ai mêlée une seconde fois avec deux livres de nouvelle Chaux éteinte & distillée comme devant, j'ai fait la même chose pour la troisiéme fois ; l'huile de Tartre est devenuë très fluide & claire comme une huile essentielle, de couleur d'ambre & d'une odeur fort supportable, qui dans la suite de l'opération a changé en une odeur agreable & aromatique.

L'huile étant ainsi préparée, il en faut faire d'abord du Savon, ce qui est la base de votre operation ; mais comme par ces distillations elle est devenuë extremement volatile, & que parconsequent elle ne peut pas supporter le grand feu que l'on employe ordinairement pour faire le Savon, l'on est obligé de le faire à froid ; ce qui se fait de cette maniere.

Il faut prendre une livre de Sel de Tartre bien blanc & bien sec, versés dessus de l'huile de Tartre préparée jusqu'à ce qu'elle surnage d'un doigt, dans un vaisseau plat de fayence ou de terre, couvert seulement ensorte qu'il ne tombe pas d'ordures dedans ; rémués ce mélange avec une spatule de bois deux ou trois fois par jour, jusqu'à ce que vous voyez que le Sel ait bû toute l'huile ; alors vous remettrez encore de l'huile comme on a déja dit, remuez le tout deux ou trois fois par jour, jusqu'à ce que le Sel ait bû l'huile, faites ceci pour la troisiéme fois, & quand la masse commencera à se sécher, vous y mêlerez de l'Esprit de Vin, jusqu'à la mettre en consistence de boüillie

boüillie fort claire, ainſi l'huile & le Sel ſe pénetreront & s'uniront ſi bien, qu'il ne paroîtra plus d'huile quand on en diſſoudra un peu dans l'eau.

Mettez cette boüillie dans une cucurbite, ou dans une grande cornuë de verre, diſtillez au ſable à très petit feu, il viendra d'abord un eſprit ardent, & enſuite un phlegme inutile & aqueux, que vous jetterez ; rectifiez l'eſprit & remettés-le ſur ce qui ſera au fond de la cucurbite, mêlez bien le tout, & le laiſſez dans un vaiſſeau de verre à l'air, juſqu'à ce qu'il ſoit ſec, alors le Savon eſt fait. Il faut le garder juſqu'à ce que les criſtaux ou les pointes de Sel en ſortent, comme nous l'avons obſervé dans nos premieres opérations, & quand vous verrez qu'il ne pouſſe plus de criſtaux, pilez la matiere, & imbibez-là peu-à-peu de la quantité d'huile qui y manque, juſqu'à ce que la livre de Sel de Tartre que vous y avez mis d'abord, ait abſorbé trois livres d'huile, & que toute la maſſe ſéche peſe quatre livres ; puis vous mettrez vôtre matiere dans une cucurbite, vous l'imbiberez d'Eſprit de Vin que vous cohoberez deſſus dix ou douze fois, en le diſtillant à chaque fois à fort petit feu, moyennant quoi la matiere achevera de ſe volatiliſer aſſez pour ſe ſublimer, & lorſqu'il ne montera plus rien, faute d'humidité, vous la réimbiberez du même eſprit qui en a été diſtillé, après l'avoir rectifié ; ainſi preſque la moitié du Sel fixe que vous aurez préparé, montera en Sel volatile.

Nous avons vû une difference très conſiderable dans l'effet de cette derniere opération, & dans celui des deux précédentes. Premierement elle a produit incomparablement plus de Sel volatile que les premieres, puis il n'a fallu que dix ou douze cohobations avec l'Eſprit de Vin dans celle-ci, au lieu qu'il en a fallu plus de cinquante avec l'eau commune dans les précédentes.

Nous ſçavons que les Sels s'accrochent aiſément aux matieres huileuſes, nous joignons ces deux matieres par le moyen de la ſavonnation, de maniere qu'elles ſe péne-

trent & qu'elles se lient aussi étroitement que les opérations le permettent; dans les premieres le Sel fixe lixiviel est joint à une huile non volatile, c'est-à-dire, difficile à être réduite en vapeurs, pour pouvoir ensuite être enlevée par la chaleur, mais dans cette derniere, l'huile ayant été volatilisée auparavant, elle a pû être enlevée fort aisément par la chaleur. Nous sçavons aussi que les Sels ne sont volatiles qu'à raison des matieres huileuses ausquelles ils sont joints, qui les entrainent avec elles quand elles sont poussées par le feu, comme je l'ai prouvé ailleurs par plusieurs faits constans, il est donc aisé de juger pourquoi la derniere opération a donné plus de Sel volatile que les premieres. Nous pourrons ajoûter à ceci que dans les premieres opérations le vehicule qui servoit aux cohobations étoit de l'eau simple, qui s'unit à la verité aisément aux Sels, dont elle est le dissolvant, mais elle s'accroche difficilement aux huiles, & par consequent elle ne peut enlever commodément dans le feu qu'une des parties qui composent le Sel volatile, la partie huileuse d'ailleurs non volatile restant toûjours en arriere, au lieu que dans nôtre derniere opération le vehicule dans les cohobations est l'Esprit de Vin qui s'unit aisément aux huiles distillées, & à nôtre Sel, puisqu'il est le dissolvant de l'un & de l'autre, & qui par consequent étant poussé par le feu, réduit nôtre Sel facilement en vapeurs, & l'enleve avec lui.

J'ai attribué à la savonnation la premiere & la principale cause de la volatilisation des Sels fixes des Plantes. Voici comment je conçois qu'elle y contribue: le Savon est un composé de Sel lixiviel & d'huile, le Sel lixiviel a perdu dans le feu la plus grande partie du Sel acide qu'il contenoit, ce qui le rend fixe, mais il reprend cet acide avec avidité par tout où il en peut rencontrer, & il en retrouve dans l'huile du Savon; une preuve de cela est que les huiles rendent toûjours de l'esprit acide, quand on en fait l'analise; cet acide du Savon en est absorbé peu à peu, & alors le Sel fixe change de nature & devient Sel moyen

qui eſt à demi volatile, & qui ſe manifeſte en végétant ſur les Savonnettes, comme nous l'avons remarqué dans nôtre premiere opération ; mais comme la partie acide de l'huile eſt fort étroitement liée, & pour ainſi dire enchaſſée dans le composé de l'huile, le Sel fixe ne ſçauroit l'abſorber pur & entierement détachée de ſon huile, ainſi une partie de l'huile même du Savon ſans aucune alteration, ſe loge avec l'acide dans les locules du Sel lixiviel, & par-là il devient un Sel moyen huileux ou ſulphureux. Or il eſt conſtant que les Sels volatiles ne ſont tels, que parce qu'ils contiennent inſéparablement une certaine quantité de matiere huileuſe, laquelle étant aiſément enlevée par la flamme dans le chapiteau du vaiſſeau ſublimatoire, entraîne avec elle auſſi la partie ſaline, & ainſi il devient Sel volatile proprement dit, qui paroît ſouvent en conſiſtance ſéche, ſans ſe réſoudre en liqueur aqueuſe, parce que les parties huileuſes qui l'accompagnent, le deffendent du contract immediat de l'humidité qui eſt dans l'air, & ſelon qu'il entre plus ou moins de parties huileuſes dans la compoſition du Sel volatile, il ſe réſout plus ou moins vîte en liqueur, par l'humidité de l'air.

Il faut obſerver ici que le Sel lixiviel ne reçoit pas toute la perfection du Sel volatile dans la ſavonnation, comme nous l'avons déja remarqué, il ne s'y en fait que le premier cranponnement neceſſaire, qui s'acheve enſuite dans les cohobations, parce que la conſiſtance viſqueuſe du Savon ne permet pas à l'acide de ſe détacher & de ſe joindre avec liberté au Sel lixiviel ; mais quand par une humidité étrangere les parties du Savon ont été renduës fluides, comme il arrive dans les cohobations, & qu'enſuite le feu qu'on y employe leur donne le mouvement dont elles ont beſoin pour ſe rencontrer, pour ſe pénétrer & pour s'unir étroitement, elles achevent le composé parfait du Sel volatile. Je donnerai la ſuite de ces opérations dans un autre Memoire.

OBSERVATIONS

Pour déterminer la difference des Meridiens entre Paris & Leyde, & entre Paris & Upſal.

Par M. MARALDI.

11. Juillet 1714.

MR. Sombac a fait à Leyde des Obſervations des Eclipſes des Satellites de Jupiter, qui étant comparées avec celles qui ont été faites en même temps à Paris, font connoître la difference des Meridiens entre ces deux Villes, & la hauteur meridienne du Cœur du Lion qu'il a obſervée ſert à déterminer la hauteur du Pole de Leyde.

Pour connoître l'heure veritable des Eclipſes des Satellites de Jupiter, M. Sombac a fait pluſieurs jours de ſuite avec une Pendule à ſecondes les Obſervations du paſſage du Cœur du Lion par le Meridien, leſquelles étant comparées enſemble, font voir que la Pendule étoit reglée au moyen mouvement. Les mêmes Obſervations jointes à l'aſcention droite du Cœur du Lion & à celle du Soleil de chaque jour, donnent l'état de l'Horloge par rapport à l'heure veritable.

Voici le détail des Obſervations que nous avons reçû. L'an 1707. le 3. d'Avril, le Cœur du Lion paſſa par le Meridien à $9^h\ 6'\ 52''$ de l'Horloge, ſa hauteur Meridienne étant de $51^\circ\ 14'40''$. M. Sombac remarque qu'après cette Obſervation il eſt arrivé quelque accident à l'éguille des ſecondes.

Le 4. Avril le Soleil arriva au Meridien, l'Horloge marquant $12^h\ 3'\ 16''$, & le ſoir du même jour le Cœur du Lion paſſa par le Meridien à $9^h\ 2'\ 58''$. Pour trouver l'heure veritable de ce paſſage, nous avons calculé l'aſcention droite du Soleil pour 9. heures à Leyde de $13^\circ\ 16'\ 50''$, qui étant comparée avec l'aſcention droite du Cœur

du Lion de 148° 11′ 35″, donnera la difference d'aſcention droite de 134° 55′ 5″; cette difference convertie en heures en raiſon de 15. degrés par heure, fait 8^h 59′ 40″, heure veritable du paſſage du Cœur du Lion par le Meridien. Cette heure étant comparée à l'obſervée, qui eſt 9^h 2′ 58″, on aura pour difference 3′ 18″, dont la Pendule anticipoit à l'égard de l'heure veritable; ce qui s'accorde avec l'Obſervation du Soleil faite au Meridien le même jour à Leyde par M. Sombac.

Le 5. Avril M. Sombac obſerva l'Emerſion du premier Satellite de Jupiter à 2^h 37′ 16″ du matin, auquel temps la Pendule acceleroit de 3′ 5″, à l'égard de l'heure veritable, qui étant ôtée de 2^h 37′ 16″, donne l'heure veritable de l'Emerſion à 2^h 34′ 11″. Cette Eclipſe n'ayant pû être obſervée à Paris, nous en comparerons deux autres qui ont été obſervées de part & d'autre.

Le 13. d'Avril à Leyde le Cœur du Lion paſſa par le Meridien à 8^h 27′ 22″. Par l'aſcention droite du Soleil comparée avec celle du Cœur du Lion, nous avons calculé l'heure de ce paſſage à 8^h 27′ 0″; donc l'Horloge anticipoit de 22″ à l'égard de l'heure veritable. Le même jour M. Sombac obſerva exactement l'Emerſion du premier Satellite de Jupiter à 10^h 57′ 20″. Le jour ſuivant 14. Avril il obſerva le Cœur du Lion au Meridien à 8^h 23′ 27″. Mais par le calcul Aſtronomique l'heure veritable de ce paſſage devoit être à 8^h 23′ 21″. Donc l'Horloge anticipoit de 6. ſecondes à l'égard du temps vrai. On a trouvé que le jour précedent 13. Avril l'anticipation de l'Horloge à l'égard du temps vrai, étoit de 22. ſecondes, donc l'Horloge retarde de 16. ſecondes par jour à l'égard du temps vrai, ce qui eſt en raiſon d'une ſeconde en une heure & demie. Depuis l'heure du paſſage du Cœur du Lion obſervé le 13. Avril juſqu'à l'heure de l'Emerſion, il y a 2^h 30′, dans lequel temps l'Horloge a retardé 2. ſecondes à l'égard de l'heure veritable; mais on a trouvé l'anticipation de l'Horloge de 22. ſecondes à l'heure du paſſage du

Cœur du Lion, donc à l'heure de l'Emersion l'anticipation de l'Horloge à l'égard de l'heure vraie étoit de 20″ qui étant ôtées de l'heure de l'Emersion observée le 13. à 10^h 57′ 20″, donne l'heure veritable de l'Emersion à Leyde pour 10^h 57′ 0″. Elle fut observée le même jour à Paris à 10^h 48′ 4″, la difference des Meridiens est 8′ 56″ de temps qui font 2^d 14′ dont Leyde est plus Oriental que Paris.

Le 29. Avril le passage du Cœur du Lion par le Meridien fut observé à 7^h 24′ 16″; & par le calcul il devoit être à 7^h 27′ 30″. Donc l'Horloge tardoit 3′ 14″ à l'égard de l'heure veritable, qui étant ajoûtées à l'heure de l'Emersion observée à Leyde le meme jour 29. Avril à 9^h 16′ 15″, donne l'heure de l'Emersion veritable à 9^h 19′ 29″; elle a été observée à Paris à 9^h 10′ 20″. La difference des Meridiens est 9′ 7″ qui font 2^d 17′ $\frac{1}{4}$, dont Leyde est plus Oriental que Paris. Par l'Observation précedente elle resulte de 2° 14′ à laquelle il faut se tenir, à cause que M. Sombac marque celle-ci plus exacte que la derniere.

La hauteur meridienne du Cœur du Lion a été observée à Leyde l'an 1706. de 51° 14′ 40″, refraction à ôter 48″; Donc hauteur veritable.

48″; Donc hauteur veritable.	51°	13	52
Déclinaison Septentrionale du Cœur du Lion à ôter pour 1706.	13	22	0
Reste la hauteur de l'Equinoctial à Leyde.	37	51	52
Et le complement à 90. degrés est la hauteur du Pole.	52	8	8
M. Sombac le marque de	52	10	0

Nous avons une Observation de l'Eclipse de Lune faite à Upsal le 21. Octobre de l'an 1706. Cette Ville est dans la Suede à 12. lieuës de Stokolm vers le Nord-oüest. L'Observation a été faite avec une Horloge à secondes reglée au midi du jour qui preceda l'Eclipse, durant laquelle le Ciel a toûjours été serein. Pour les Taches, l'Observateur, dont nous n'avons pû sçavoir le nom, s'est servi de la dénomination qui a été marquée par Hevelius,

& il a employé une Lunette de 3. pieds. Voici l'Observation telle que nous l'avons reçûë.

A 7^h	12	*Initium umbræ.*
7	20	*Sinus Porphirites immergitur.*
7	40	*Ætna mons.*
7	48	*Palus meotis.*
8	8	*Mare Ægiptium.*
9	4	*Ætna emergit.*
9	23	*Propontis Insula.*
9	38	*Totus pontus Euxinus.*
9	48	*Palus meotis emergit.*
9	50	*Finis umbræ.*

En comparant le commencement avec la fin de cette Eclipse, on a sa durée de 2^h 38′, & le milieu à 8^h 31′. On n'a pas pû faire l'Observation de cette Eclipse à Paris, à cause que le Ciel n'y a pas été favorable; nous n'avons point non plus d'Observation de son commencement fait aucune part, le Ciel ne s'étant découvert que vers la fin à Bologne & à Marseille, où l'on a observé une partie de cette Eclipse. Nous comparerons donc les Observations d'Upsal avec celles qui ont été faites à Marseille par M. Chazelles & par le P. Laval, qui sont rapportées dans les Memoires de l'Academie de 1706.

A 9^h 4′ à Upsal Ætna sort de l'Ombre; cette Tache est celle que Riccioli appelle *Copernic*: elle sortit entierement de l'Ombre à Marseille à 8^h 6′ 21″; donc la difference des Meridiens entre Upsal & Marseille est de 57′ 39″.

A 9^h 48′ à Upsal toute la Palud meotide sort de l'Ombre; cette Tache est celle qu'on appelle *Caspienne*. Par l'Observation de Marseille toute cette Tache sortoit de l'Ombre à 8^h 50′ 16″; donc difference des Meridiens entre Upsal & Marseille est de 57′ 44″; dont Upsal est plus Oriental que Marseille.

La fin de l'Eclipse fut observée à Upsal 9^h 50; à Marseille elle fut observée à 8^h 52′ 16″, la difference des Me-

ridiens est 57′ 44″, dont Upsal seroit plus Oriental que Marseille. Ces trois differentes comparaisons s'accordent à donner la même difference des Meridiens à 5. secondes près.

Par un grand nombre d'Observations on a trouvé la difference des Meridiens entre l'Observatoire & Marseille de 12′ 30″, laquelle étant ajoûtée à 57′ 44″, difference entre Marseille & Upsal, on aura 1^h 10′ 14″ pour difference des Meridiens entre Paris & Upsal, qui font 17. degrés 33′ 30″, dont Upsal est plus Oriental que Paris.

Cette Observation jointe aux autres qui ont été faites proche de la Mer Baltique, servira à déterminer une partie de ses differentes sinuosités.

SUR UNE HERNIE RARE.

Par M. LITTRE.

2. Juin 1714.

UNE Dame, que j'avois vûë malade d'une Hernie, en étant morte, je fis l'ouverture de son Cadavre. Quelques difficultés que j'avois euës pendant la maladie, m'engagerent à cette ouverture.

Cette Hernie avoit trois pouces & demi de grosseur; elle étoit située au côté gauche de la ligne blanche, quatre travers de doigt au dessus du nombril; elle avoit été occasionnée par un coup, que la malade avoit reçû en cette partie deux ans auparavant; & elle étoit une de ces Hernies, qu'on appelle *composées*, d'autant qu'elle étoit faite par une portion de l'épiploon & par une portion de l'intestin colon.

La portion de l'épiploon étoit exterieurement recouverte du peritoine, auquel elle étoit étroitement liée, & le peritoine l'étoit aux parties qui l'environnoient. Ces deux membranes formoient ensemble une poche qui contenoit dans sa cavité la portion de l'intestin colon. L'entrée de cette poche étoit de figure ronde; elle avoit environ

ron un demi-pouce de diamettre, & les bords en étoient épais & formoient une eſpece d'anneau.

La portion du colon contenuë dans la poche, y étoit ſimple & non double, comme il arrive d'ordinaire dans les Hernies faites par des inteſtins grêles, & elle n'y étoit pas enfermée dans toute ſa circonference; il en reſtoit encore de la largeur de quatre lignes dans la capacité du ventre. Cette portion du colon étoit fort adherante à la poche & principalement à l'endroit de ſon anneau. Il y avoit beaucoup d'inflammation, & elle étoit gangrenée en quelques endroits. L'ayant ouverte, je trouvai dans la cavité des matieres glaireuſes, viſqueuſes & puantes; & les parois de cet inteſtin étoient une fois plus épais qu'à l'ordinaire.

Dans cette Hernie le colon étoit accompagné de l'épiploon, parce que la partie de cet inteſtin, qui faiſoit l'Hernie, étant naturellement placée derriere l'épiploon & d'une maniere même aſſez ſtable, elle ne pouvoit s'échapper pardevant hors de la capacité du ventre, ſans pouſſer devant elle l'épiploon & faire conjointement avec lui une même Hernie. Par conſequent les Hernies faites par cette partie du colon doivent être accompagnées de l'épiploon. Au contraire les parties du colon, qui n'ont au devant d'elles ni épiploon ni d'autres parties, peuvent s'échapper ſeules de la capacité du ventre, s'engager entre ſes tegumens & produire des Hernies ſimples.

Aprés la diſſection de l'Hernie, je compris aiſément que ſes adherances avoient renduës inutiles toutes les tentatives, que le Chirurgien avoit faites pour la réduire; & que l'operation qu'on avoit voulu faire à cette Dame peu de temps avant ſa mort, auroit vrai-ſemblablement été infructueuſe.

Après la même diſſection, je n'eus pas beaucoup de peine à concevoir, pourquoi la malade, quoi-qu'on ne réduiſit pas ſon Hernie, ne laiſſoit pas d'aller d'elle-même à la ſelle; puiſqu'il reſtoit encore à la partie étranglée du boyau une iſſuë, qui établiſſoit une communication entre

elle & le reste des gros boyaux jusqu'au fondement.

A la verité cette évacuation par le fondement arrivoit tantôt plustôt & en plus grande quantité, & tantôt plus tard & en moindre quantité. Je remarquai plusieurs fois, que cette évacuation étoit plus frequente & plus abondante peu de temps après les saignées & lorsque la fievre étoit diminuée, que loin des saignées & pendant que la fievre étoit forte. Apparemment dans le premier cas l'anneau de l'Hernie & la partie du boyau étranglé, qui en étoit sur-tout proche, se relâchoient, soit par la diminution de la masse du sang, soit par la diminution de sa fermentation : car pour lors le diametre de l'issuë du boyau devenant plus grand il devoit s'en écouler plus de matiere. Par consequent les selles devoient être plus frequentes & plus abondantes. Dans le second cas au contraire la quantité de la masse du sang augmentant par la nouvelle nourriture que la malade prenoit, & d'ailleurs le sang acquerant plus de volume par le redoublement de la fievre, le diametre de la même issuë devoit devenir plus petit. Par consequent les selles devoient arriver plus rarement & être plus petites.

Enfin il est ordinaire de voir des Hernies faites par les intestins gréles, & rare d'en voir de faites par les gros. Les premiers sont d'un petit diamettre & libres dans la cavité du ventre. Par consequent ils peuvent facilement s'échapper de cette cavité, s'engager entre les tegumens qui la forment & produire une Hernie. Les derniers au contraire étant beaucoup plus gros & moins libres que les grêles, il est difficile, qu'ils s'échappent de la même cavité, qu'ils s'engagent entre les tegumens du ventre & qu'ils causent une Hernie.



OBSERVATIONS

Sur une petite Espece de Vers Aquatique assez singuliere.

Par M. DE REAUMUR

IL n'est pas surprenant que le Vers dont je veux parler ait échappé aux Observateurs de la Nature ; il est rare, assez petit, & à la premiere vûë n'offre rien de fort singulier ; cependant pour peu qu'on le contemple, il paroît bien meriter quelque attention. Les plus petits Insectes & les plus grands animaux partent tous de la même main ; ils portent également le caractere d'un grand ouvrier. 20. Juin 1714.

Notre Vers aquatique n'a guéres que 7. à 8. lignes de longueur, il semble cependant qu'il compose lui seul une classe, du moins ne connoissons nous point de classe d'animaux sous laquelle nous puissions le ranger. Les animaux terrestres vivent sur terre, les aquatiques dans l'eau, & les amphibies tantôt sur terre & tantôt dans l'eau. Celui-ci a les deux extremités de son corps aquatiques ; sa tête & sa queuë sont toûjours dans l'eau ; & le reste de son corps est toûjours sur terre. Pour concevoir comment cela se fait il faut connoître sa figure.

Comme plusieurs Insectes, il est composé de differens anneaux. Il en a onze entre la tête & la queuë ; ils sont tous à peu-près spheriques, ou ils ressemblent à des grains de Chapelets enfilés les uns auprès des autres. Cet Insecte est presque toûjours plié en deux comme un siphon, je veux dire qu'une de ses parties est plus longue que l'autre, & qu'elles sont toutes deux presque paralleles entr'elles ; de sorte que la tête & la queüe sont toûjours proches l'une de l'autre. La partie qui va depuis le recourbement jusques à la queüe est un peu plus longue que celle qui va depuis le même recourbement jusques à la tête. C'est ce-

pendant le sixiéme anneau qui pour l'ordinaire est au milieu du coude, ou de l'endroit où l'animal est plié. Mais les cinq anneaux qui sont du côté de la queüe sont plus grands que les cinq anneaux qui sont du côté de la tête.

Il n'y a que sa tête & sa queüe, & l'anneau le plus proche de sa queüe, qui soient constamment dans l'eau; les neuf autres anneaux, ou du moins sept des autres anneaux sont sur terre. Aussi cet Insecte se tient-il auprès du bord des eaux tranquilles, une eau agitée ne lui conviendroit pas; aussi-tôt que l'eau le couvre un peu plus que nous venons de dire, il est mal à son aise, il s'éloigne; si au contraire l'eau le couvre moins, il s'en approche dans l'instant.

Ce Vers n'ayant qu'environ 8. lignes de longueur, il ne seroit pas aisé de faire cette observation lorsqu'il est au bord d'une grande piece d'eau: c'est aussi en l'examinant dans des verres ou dans des tasses pleines d'eau que j'ai apperçû ce que je viens de rapporter. Je le voyois toûjours s'attacher contre les parois du vase, de façon que sa tête & sa queüe étoient dans l'eau, & le reste de son corps en étoit dehors. Si en inclinant le vase dans un sens, j'obligeois l'eau à le couvrir davantage, il s'éloignoit dans l'instant, & le plus vite qui lui étoit possible: si en inclinant le vase dans un sens contraire j'obligeois l'eau à l'abandonner, il alloit avec empressement chercher l'eau qui lui manquoit.

Au reste, c'est sa maniere de marcher ou de ramper qui m'a donné occasion de l'examiner de plus près; elle me parut meriter place parmi les mouvemens progressifs des animaux aquatiques dont j'ai parlé en differens Memoires *. Dans sa maniere naturelle de marcher, c'est le milieu de son corps qui avance le premier vers l'endroit dont l'animal s'approche, c'est-à-dire, que le 6e. anneau est le plus avancé, & qu'il semble conduire le reste du corps que comme la tête des animaux à quatre pieds, il marche le premier. En un mot pendant que ce Vers marche, il reste plié en siphon, & c'est l'anneau qui est au milieu du

* *Mem. de l'Acad. 1710. p. 439. & 1712. p. 115.*

coude qui va le premier. Ce n'eſt pas par un mouvement vermiculaire qu'il marche de la ſorte, il a des jambes, fort petites à la verité, & dont on ne ſçauroit bien voir la figure ſans le ſecours d'une Loupe : ces jambes ſont encore une de ſes ſingularités.

Elles ſont attachées à ſon dos, c'eſt-à-dire, au côté opposé à ſon ventre. Je prends ſon ventre du même côté où on le prend dans les Chenilles, les mille-pieds & les autres Inſectes qui ont quelque rapport avec celui-ci par leur figure, c'eſt le côté vers lequel ſont les ouvertures de l'anus & de la bouche, & vers lequel la tête eſt ordinairement inclinée, que l'on détermine pour le ventre. Or ſelon cette définition, c'eſt au dos de l'Inſecte que nous examinons que ſont attachées ſes jambes.

D'où il ſuit qu'il eſt continuellement couché ſur le dos comme les autres le ſont ſur le ventre, & que ſa bouche eſt tournée en haut. Cette derniere circonſtance ne lui eſt pas particuliere, nous connoiſſons des eſpeces de Mouches & d'Inſectes aquatiques qui nagent toûjours ſur le dos, & cela parce qu'ils ſe nourriſſent des Inſectes qui nagent ou qui marchent ſur la ſurface de l'eau. Nous verrons bien-tôt que par une ſemblable raiſon il étoit neceſſaire que notre Inſecte eut toujours la bouche tournée en haut.

Mais pour revenir à ſes jambes, il en a 10. poſées deux à deux ſur le même anneau. Entre le 6e anneau & la tête, il n'en a que quatre, auſſi ſont-elles plus groſſes que les 6. autres. Les deux premieres ſont vers la fin du 3e anneau, & les deux autres ſont vers la fin du 4e, ou ſur le commencement du 5e. La 3e paire eſt vers le commencement du 8e anneau, la 4e paire ſur le 9e, & la 5e ſur le 10e. Ces jambes ſont courtes, elles reſſemblent aſſez aux dernieres jambes des Chenilles ou à celles des Vers à Soye ; elles ont de même leur extremité garnie d'eſpeces de crochets ; elles ſont plattes.

Les quatres premieres jambes, c'eſt-à-dire, celles qui ſont

entre la tête & le 6ᵉ anneau, sont inclinées vers la tête; & les autres, c'est-à-dire, celles qui sont par-de-là le 6ᵉ anneau, sont au contraire inclinées vers la queüe. Or l'animal étant plié en deux, quoique ses jambes soient differemment inclinées par rapport à sa tête, elles sont tournées vers le même côté, & disposées d'une semblable maniere par rapport au 6ᵉ anneau; par consequent elles peuvent toutes concourir à faire avancer cette anneau vers un certain point, comme les jambes des autres animaux font avancer leur tête.

Enfin il est aisé de voir comment ces jambes, dont les extremités sont tournées vers la tête ou vers la queüe du Vers servent à le mouvoir. Il n'a qu'à porter ses jambes en arriere ou vers l'anneau du milieu, & se pousser ensuite par leur moyen, & il marchera directement : mais s'il veut aller à reculons, ou faire aller sa tête & sa queüe les premieres, ses jambes ne sçauroient lui servir; il n'a pour se mouvoir dans ce sens que son mouvement vermiculaire, aussi se meut-il de la sorte plus rarement & plus difficilement. Outre les mouvemens dont nous venons de parler, ce Vers en peut encore executer deux autres par le moyen de ses jambes; il peut se mouvoir de côté, parce qu'elles ne sont pas seulement mobiles de devant en arrieres, elles le sont aussi de gauche à droit, & de droit à gauche; il fait quelquefois usage de ces deux mouvemens lorsqu'il veut aller en des endroits peu éloignés de celui où il est. Il se meut parallelement à ses deux parties pliées.

Lorsqu'il est entierement plongé dans l'eau il s'y étend tout de son long, & nage comme les autres Vers, en se pliant à differentes reprises.

Après tout, il m'a parû qu'il ne va en grande eau que quand il y est contraint; il regagne vite les bords & s'y place ayant la bouche tournée en haut. Elle est entourée de 4. petits crochets, comme le sont celles des Insectes voraces; de son milieu sortent deux autres petites parties faites en maniere de houpe. L'animal agite continuelle-

ment ces deux petites houpes ; il les allonge, il les racourcit, il les meut de droit à gauche : cette petite agitation entretient un mouvement dans l'eau. Il paroît même outre cela qu'il attire un peu l'eau, comme s'il respiroit ; ce qui est de certain, c'est que pendant qu'il remuë de la sorte ces houpes, les petits corps qui nagent dans l'eau, viennent d'assez loin se rendre dans sa bouche, & c'est-là l'adresse dont il se sert pour se nourrir. Lorsqu'il a attiré quelque petit corps qui lui paroît un morceau convenable, il avance la tête, il le saisit avidemment, & l'avale : je lui ai vû prendre de la sorte des insectes d'un extrême petitesse qui nageoient sur l'eau ; ces Insectes étoient tels qu'on ne pouvoit les appercevoir qu'avec une excellente Loupe. Quoique tout ce qu'il prend de la sorte soit fort petit, il mange beaucoup proportionellement à sa grosseur, car continuellement il y a de petits corps qui entrent dans sa bouche. La plûpart peuvent bien n'être pas une nourriture convenable. Il jette aussi frequemment des excremens, du moins voit-t'on sortir d'une ouverture auprès de sa queüe de longs filamen s, & assez larges ; ces filamens ont de la consistance, ils sont d'un brun verdâtre. Son ventre est plus brun que son dos ; les anneaux qui y sont ont une marque circulaire entourée de poils, semblables à celles où sont les ouvertures des trachées dans quelques Insectes terrestres, & peut-être aussi respire-t'il l'air.

Les anneaux n'ont pas de pareille marque du côté du dos, ils sont blancs, transparens, & d'une matiere molle, ils laissent appercevoir plusieurs mouvemens qui se font dans son corps. On voit près de son anus un tuyau ou canal circulaire, qui comme un piston de seringue, s'éloigne & s'approche de temps en temps de l'anus. Lorsque le Vers, après s'être gonflé plus qu'à l'ordinaire, s'applatit, s'affaise, on voit sortir les excremens. Peut-être qu'ils sont amenés à l'anus par les mouvemens du canal dont nous avons parlé. J'aurois eu du penchant à croire que ce mouvement attiroit l'eau, mais je ne l'ai pû voir entrer,

& je l'aurois vû entrer par la bouche. On apperçevoit auſſi un pareil mouvement vers le troiſiéme anneau, dans un tuyau ou canal qui ſemble être le précedent continué : peut-être le cœur de l'animal eſt-il placé en cet endroit. Mais en voilà de reſte pour un ſi petit animal : c'eſt bien aſſez qu'il nous ait appris que la Nature a fait un Inſecte dont la queüe & la téte vivent dans l'eau, & dont le reſte du corps vit ſur terre ; qui a les jambes ſur le dos ; qui lorſqu'il marche naturellement, fait d'abord avancer le milieu de ſon corps comme les autres animaux font avancer leur tête.

NOUVELLE THEORIE

DU CENTRE D'OSCILLATION,

Contenant une Regle pour le déterminer dans les Pendules composés & balançans non-ſeulement dans le vuide, mais auſſi dans les liqueurs ; laquelle Regle eſt appuyée ſur un fondement plus ſûr qu'aucun qu'on ait publié juſqu'ici par rapport à cette matiere.

Par M. BERNOULLI Profeſſeur à Baſle.

8. Août 1714.

DANS la pag. 88. art. 23. des Actes de Leipſik de 1713. j'ai fait mention d'une nouvelle méthode pour déterminer les centres d'Oſcillation, laquelle m'étoit venuë par occaſion, en traitant des differens effets de la peſanteur, que j'ai publiés dans ces Actes. J'y promis de donner quelque jour cette méthode avec ſon fondement, que l'abondance de la matiere me fit reſerver pour un autre Memoire que j'aurois oublié ſans l'avis d'un habile Mathematicien qui m'a fait reſſouvenir de ma parole : le voici ce Memoire.

II. Il faut remarquer avant toutes choſes, que quoique j'employe ici la conſidération du Levier comme mon Frere

Frere a fait dans la pag. 317. des Actes de Leipsik de 1691. & dans la pag. 78. des Memoires de 1703. de l'Academie Royale des Sciences; il y a cependant une grande difference entre les manieres dont nous nous en servons l'un & l'autre: car mon Frere n'y considerant à l'ordinaire qu'une seule & même pesanteur qui n'en donne aux corps qu'à proportion de leurs masses, n'y a employé que des *momens* composés de deux raisons; sçavoir, de la raison des poids & de la raison de leurs distances perpendiculaires à l'axe d'Oscillation; & moi au contraire imaginant ici differentes sortes de pesanteurs capables de donner des accelerations toutes differentes à des masses égales, j'y employe des *momens* composés de trois raisons; sçavoir, de la raison des masses des corps, de la raison de leurs pesanteurs, & de la raison de leurs distances à l'axe d'Oscillation: de sorte que chez mon Frere la raison des poids n'est que celle de leurs masses; au lieu que je la prends en raison composée de celle de leurs masses, & de celle des differentes pesanteurs qui rendent ces masses pesantes.

III. Faute de cette consideration, mon Frere est tombé dans l'embarras de Calcul où on le voit à l'endroit cité des Mem. de 1703. plus grand qu'il n'étoit necessaire, & qu'il auroit pû éviter, s'il y eût introduit differentes sortes de pesanteurs capables d'accelerer plus ou moins les corps: puisque ces differentes pesanteurs ou forces rendant (comme on va voir) les Pendules facilement transmuables en d'autres plus longs ou plus courts sans en troubler l'isochronisme, permettent de considerer un Pendule composé comme en representant plusieurs simples qui balancent ensemble, desquels il faut choisir celui qui est (pour ainsi dire) animé de la pesanteur naturelle.

IV. Le mot d'*animer* ne signifie ici, & ne signifiera dans la suite que *solliciter* à descendre, de maniere que selon la differente pesanteur dont chaque corps sera ainsi animé ou sollicité, il en reçoive continuement des degrés infiniment petits d'acceleration (un à chaque instant) plus grands ou

plus petits que ceux qui lui feroient imprimés en pareil temps par une autre pefanteur plus petite en plus grande que la fienne.

V. De-là on voit que par le mot de *pefanteur*, je n'entends pas le poids d'aucun corps, mais ce qui le fait pefer & le rend poids : par ce mot j'entends la force acceleratrice qui par fon action continuelle fur les corps qu'on appelle *pefants*, peut leur donner telle ou telle viteffe pendant tel ou tel temps. D'où l'on voit auffi que fi l'on appelle C la quantité de matiere ou la maffe de chacun de ces corps ; G, fa force acceleratrice ou fa pefanteur ; P, fon poids ; D, la diftance perpendiculaire de l'appui du Levier à la direction de ce poids dont je le fuppofe chargé ; & M, le *moment* de ce même poids : l'on aura $M = D \times P = D \times C \times G$. Le mot d'*Imaginaire* dans la fuite fignifiera *chofe feinte*, & non ce que les Geometres entendent d'ordinaire par ce mot.

LEMME I.

VI. *Les Pendules fimples dont les longueurs font en raifon des forces des Pefanteurs qui les animent, font ifochrones.*

J'ai donné la démonftration de ce Lemme dans les Actes de Leipfik de 1713. au mois de Fevrier, Th. 3. corol. 1. art. 6. pag. 79.

LEMME II.

VII. *Soit le corps* C *fait de parties quelconques* f, g, h, &c. *animées d'autant de pefanteurs differentes* p, q, r, &c. *en telle raifon qu'on voudra, chacune de chacune, en forte que leurs poids foient* fp, gq, hr, &c. *Le poids total de ce corps C, fera* = fp + gq + hr + &c.

Cela eft évident, puifque ce n'eft ici qu'un Tout égal à la fomme de toutes fes parties.

LEMME III.

VIII. *Toutes choſes demeurant les mêmes que dans le précedent Lem. 2. de quelque maniere que le corps* C *deſcende, ſoit en Pendule ou autrement ; la peſanteur en ſera la même que s'il n'étoit animé que d'une ſeule peſanteur qui fût* $=\frac{fp+gq+hr+\&c}{C}$.

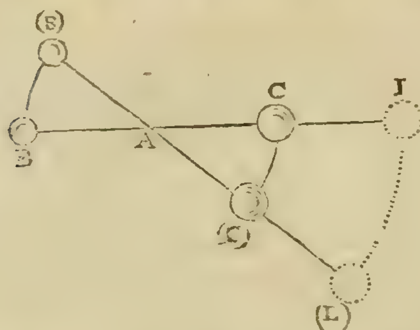
Car ſi l'on prend x pour la peſanteur totale qui réſultera à ce corps C du concours d'action de toutes ſes parties attachées enſemble ; l'on aura $C \times x$ pour ſon poids total (*Lem.* 2.) $= fp + gq + hr +$ &c. Donc la peſanteur totale x de ce corps C, ſera $=\frac{fp+gq+hr+\&c}{C}$.

IX. Tout cela étant ainſi, voici comment je ſuis arrivé à la détermination du centre d'Oſcillation, & l'ordre que j'y ai ſuivi. J'ai conſideré d'abord un Pendule rectiligne compoſé ſeulement de deux poids inégaux à diſtances égales de part & d'autre de l'axe d'Oſcillation. Cela m'a conduit à la conſideration d'un Pendule rectiligne compoſé d'un plus grand nombre de poids quelconques à diſtances auſſi quelconques de cet axe d'Oſcillation. Après cela j'ai enfin examiné cette queſtion dans ſa plus grande generalité, en conſiderant un Pendule compoſé de tant de poids quelconques qu'on voudra, & placés comme l'on voudra (en ligne droite ou non, en même ou en differens plans) par rapport à leur axe commun d'Oſcillation.

X. Quant à la premiere & à la plus ſimple de ces trois queſtions, dans leſquelles je vas appeller G la peſanteur naturelle des corps, qui la même dans tous, les fait peſer en raiſon de leurs maſſes, & en fait les poids ordinaires que nous allons ſuppoſer agités en Pendules : Soit BAC une ligne ou verge inflexible & ſans peſanteur, telle qu'on la ſuppoſe d'ordinaire, & que nous la ſuppoſerons toûjours dans la ſuite ; ſoit A un des points de ſon axe de rotation ou d'Oſcillation, à diſtances égales duquel ſoient deux poids inégaux B, C, attachés à cette verge, deſquels B ſoit

Voyez la Figure ſuivante.

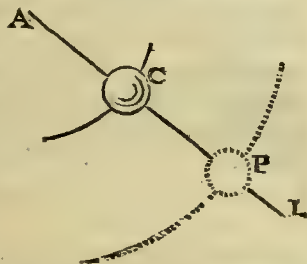
le moindre, & *C* le plus grand. Il eſt manifeſte qu'en ce cas le plus grand poids *C* l'emportera ſur le moindre *B*, & qu'il fera monter celui-ci de *B* en (*B*) pendant qu'il deſcendra lui de *C* en (*C*) en faiſant pancher de la ſituation horizontale *BC* à l'inclinée (*B*) (*C*) la verge à laquelle on les ſuppoſe attachés. Afin donc de trouver le centre d'Oſcillation de ce Pendule, c'eſt-à-dire, la longueur *AL* d'un Pendule ſimple qui deſcendit de *AL* en *A* (*L*) dans un temps égal à celui que le Pendule composé *BAC* mettra à paſſer en (*B*) *A* (*C*), ou (ce qui revient au même) qui fiſt l'angle d'Oſcillation *LA* (*L*) préciſément le même que celui *CA* (*C*) que le Pendule compoſé feroit, & en même tems que celui-ci: voici comment j'ai raiſonné.



XI. Les diſtances *AB*, *AC*, étant (*hyp.*) égales entr'elles, la peſanteur qui agit ſur le corps *B* oppoſé au corps *C*, produit le même effet par rapport au Pendule *BC*; que ſi ce corps *B*, au lieu d'être en *B*, étoit joint à l'autre en *C* avec une peſanteur négative égale à la poſitive *G* qu'il avoit en *B*, c'eſt-à-dire, avec une force acceleratrice de bas en haut, égale à celle *G* qui en *B* le preſſoit de haut en bas; ce qui, en retranchant *AB* du Pendule compoſé *BC*, le réduit à un ſimple *AC* qui porte en *C* un corps *C*+*B* fait des deux premiers *C*, *B*, deſquels le plus grand *C* eſt pouſſé de haut en bas par la peſanteur naturelle & poſitive +*G*, & l'autre de bas en haut directement en ſens contraire par une égale force ou peſanteur négative —*G*. Donc (*Lem. 3.*) la maſſe *C*+*B* fera les mêmes Oſcillations en *C*, que ſi elle étoit animée d'une peſan-

teur $= \frac{C \times G + B \times -G}{C+B} = \frac{C-B}{C+B} \times G$. La queſtion preſente ſe réduit donc à trouver la longueur *AL*, d'un Pendule ſimple, qui animé de la peſanteur naturelle *G* ſoit iſochrone à cet imaginaire-ci. Or ſuivant le Lem. 1. deux Pendules ſimples animés de peſanteurs proportionnelles à leurs longueurs, ſont iſochrones entr'eux. Donc ſi l'on prend $AL . AC :: G . \frac{C-B}{C+B} \times G :: C+B . C-B$. C'eſt-à-dire $AL = \frac{C+B}{C-B} \times AC$, cette longueur ſera celle d'un Pendule ſimple, qui animé de la peſanteur naturelle *G* ſera iſochrone au précedent imaginaire ſimple de longueur *AC*, qu'on vient de voir l'être auſſi au compoſé donné *BC*. Par conſequent *L* ſera le centre d'Oſcillation de celui-ci. *Ce qu'il falloit 1°. trouver.*

XII. Preſentement pour paſſer à la ſeconde queſtion qui eſt plus generale, c'eſt-à-dire, pour déterminer le Centre d'Oſcillation d'un Pendule droit compoſé de tant de poids quelconques qu'on voudra, placés à diſtances auſſi quelconques de l'axe d'Oſcillation. Soit la droite *AL* de longueur indéfinie, balançante autour de l'axe *A*. Premierement l'inflexibilité ſuppoſée de cette ligne, fait voir que tant la viteſſe que l'accroiſſement de viteſſe de chacun de ſes points *P*, doit toûjours être en raiſon de la diſtance *AP* de ce point à l'axe *A* d'Oſcillation. Secondement cette inflexibilité fait voir auſſi que la force ou l'action de la peſanteur *G* dont un corps quelconque *C* attaché en quelque point *C* que ce ſoit de cette verge *AP* ou *AL*, la fait tourner, & en accelere le tournoyement, ſe répand dans toute la longueur de cette même verge, de maniere que ce que chacun de ſes poids *P* en reſſent (pour ainſi dire) de force, eſt par la nature du Levier en raiſon reciproche des diſtances *AP*; c'eſt-à-dire, que cette force en *P* eſt à ce qu'elle eſt en *C*, comme *AC* à *AP*, enſorte que



le *moment* en eſt le même en C & en P. Ce *moment* qui ſe trouve auſſi le même dans tous les points de la verge indéfinie AL, s'appellera dans la ſuite la *force* ou la *vertu agitative* de cette verge.

XIII. On voit de-là que ſi on ôte le corps C, qu'on ſuppoſe animé de la peſanteur naturelle G, & qu'à ſon défaut on en ſubſtituë un autre en P, dont la peſanteur ſoit $= \frac{AP \times G}{AC}$, & la maſſe $= \frac{\overline{AC}^2 \times C}{\overline{AP}^2}$; il en reſultera à la ligne AL la même force agitative, & les mêmes accroiſſemens de viteſſe de rotation, qu'elle recevoit auparavant du poids ſuppoſé d'abord en C. Car puiſque ſuivant l'art. 2. & l'hypotheſe qu'on fait ici, le *moment* en P ſera $= AP \times \frac{\overline{AC}^2 \times C}{\overline{AP}^2} \times \frac{AP \times G}{AC} = AC \times C \times G =$ au *moment* que le poids du corps C cauſoit en C en vertu de ſa peſanteur naturelle G; & que de plus les peſanteurs G, $\frac{AP \times G}{AC}$, ſuppoſées en C, P, en raiſon de AC à AP, doivent produire en ces points C, T, des accroiſſemens de viteſſe en cette même raiſon de AC à AP: la force agitative de la ligne ou verge AL, & l'acceleration de ſa rotation autour de l'axe A, doivent être les mêmes, ſoit qu'elles ſoient cauſées par le poids imaginé en P de maſſe $\frac{\overline{AC}^2 \times C}{\overline{AP}^2}$, & de peſanteur $\frac{AP \times G}{AC}$, ou par le poids ſuppoſé en C de maſſe C, & de peſanteur naturelle G.

XIV. Ce qu'on voit (*art. 13.*) de ce poids $C \times G$ en C, ſe dira de même de tout ce qu'on en peut ſuppoſer d'autres pareillement naturels attachés au Pendule composé AL; & que tout ce qu'on peut leur en ſubſtituer ainſi d'imaginaires au même point P de cette verge, lui donneroit chacun par ſa peſanteur particuliere & par ſa maſſe la même force agitative & le même accroiſſement de viteſſe de rotation qu'elle recevoit de chacun de ces

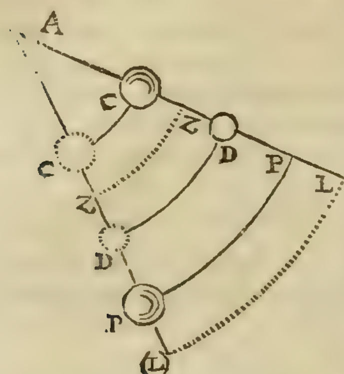
naturels, aufquels chacun de ces imaginaires feroit ainfi fubftitué en ce point commun *P*. D'où il fuit que le Pendule fimple *AP* fait de tous ces poids imaginaires réünis en fon point *P*, en recevroit une force agitative totale, & un accroiffement total de viteffe de rotation, précifément les mêmes que le compofé *AL* recevroit de tous les poids naturels fuppofés répandus en autant de fes points differens; & confequemment que ce Pendule fimple imaginaire *AP* feroit ifochrone à ce compofé naturel *AL*.

XV. Donc toute la queftion de trouver le centre d'Ofcillation de ce Pendule *AL* compofé de tant de poids qu'on voudra, de pefanteur naturelle *G*, répandus & attachés en tels de fes points qu'on voudra; fe réduit à trouver un Pendule fimple de pefanteur naturelle, lequel foit ifochrone au fimple imaginaire *AP* qu'on vient (*art. 14.*) de fubftituer à ce compofé *AL*, & qu'on vient de voir (*art. 14.*) lui devoir être ifochrone en vertu de pefanteurs toutes differentes entr'elles, & de la naturelle *G* de tous ces poids-là. Un Pendule fimple de pefanteur naturelle, ifochrone à cet imaginaire-ci, fe trouvera fans peine par le moyen des Lem. 1. 3.

XVI. Soit donc le Pendule droit *AL* compofé de tant de poids naturels quelconques *C*, *D*, &c. répandus à volonté dans toute fa longueur, tous lefquels enfemble le faffent paffer de fon état de repos *AL* en *A*(*L*). Imaginons qu'à l'inftant que ce Pendule compofé *AL* arrive en *A*(*L*), tous les poids naturels *C*, *D*, &c. foient anéantis, & qu'au lieu d'eux il lui en renaiffe alors autant d'autres réünis en *P*, defquels le premier foit de maffe $\frac{\overline{AC}^2 \times C}{\overline{AP}^2}$, & de pefanteur $\frac{AP \times G}{AC}$; le fecond de maffe $\frac{\overline{AD}^2 \times D}{\overline{AP}^2}$, & de

Voyez la Figure fuivante.

pesanteur $\frac{AP \times G}{AD}$; &c. Les art. 13. 14. font voir que cette



substitution ne changeroit rien dans la force agitative de la verge $A(L)$, ni dans l'acceleration instantanée de sa rotation autour de A; & consequemment que cette verge $A(L)$ continuë d'être agitée par ces nouveaux poids réünis en P, comme elle l'auroit été par les autres C, D, &c. s'ils lui fussent restés sans ceux-ci. Nous aurons donc ici un Pendule simple de longueur AP, isochrone au composé ACD. Mais parce que ce Pendule simple imaginaire AP est animé d'une pesanteur plus grande ou plus petite que la naturelle G dont ce composé ACD étoit animé, voyons quelle doit être la longueur AZ d'un autre Pendule simple de pesanteur naturelle G, pour être isochrone au simple imaginaire AP; Voici comment je m'y prends pour la trouver.

XVII. Suivant le Lem. 3. la pesanteur qui anime le corps P composé (*art. 16.*) de tous les précedens imaginaires $\frac{\overline{AC}^2 \times C}{\overline{AP}^2}$, $\frac{\overline{AD}^2 \times D}{\overline{AP}^2}$, &c. se trouve en divisant la somme des produits faits de chacune de ces masses & de chacune de leurs pesanteurs $\frac{AP \times G}{AC}$, $\frac{AP \times G}{AD}$, &c. par la somme de ces mêmes masses, c'est-à-dire, par le corps P. Or ces produits sont $\frac{\overline{AC}^2 \times C}{\overline{AP}^2} \times \frac{AP \times G}{AC} = \frac{AC \times C \times G}{AP}$, $\frac{\overline{AD}^2 \times D}{\overline{AP}^2} \times \frac{AP \times G}{AD} = \frac{AD \times D \times G}{AP}$, &c. Donc leur somme $\frac{AC \times C + AD \times D + \&c.}{AP} \times G$, divisée par le corps P, c'est-à-dire, par la somme $\frac{\overline{AC}^2 \times C + \overline{AD}^2 \times D + \&c.}{\overline{AP}^2}$ des partiaux dont il est fait, donnera

nera $\frac{AC \times C + AD \times D + \&c.}{\overline{AC}^2 \times C + \overline{AD}^2 \times D + \&c.} \times AP \times G$ pour la pesanteur qui doit animer le corps total *P*. Or suivant le Lem. 1. si l'on prend *AZ* à *AP* comme la pesanteur naturelle *G* est à cette pesanteur imaginaire, c'est-à-dire, $AZ . AP :: G . \frac{AC \times C + AD \times D + \&c.}{\overline{AC}^2 \times C + \overline{AD}^2 \times D + \&c.} \times AP \times G$. L'on aura $AZ = \frac{\overline{AC}^2 \times C + \overline{AD}^2 \times D + \&c.}{AC \times C + AD \times D + \&c.}$ pour la longueur d'un Pendule simple de pesanteur naturelle *G*, isochrone au simple imaginaire *AP*. Donc cet imaginaire venant d'être trouvé (*art. 16.*) isochrone au composé naturel *ACD* dont il est ici question, cette longueur $AZ = \frac{\overline{AC}^2 \times C + \overline{AD}^2 \times D + \&c.}{AC \times C + AD \times D + \&c.}$ sera aussi celle d'un Pendule simple naturel isochrone à ce composé *ACD*, lequel aura consequemment *Z* pour son centre d'Oscillation. *Ce qu'il falloit* 2°. *trouver.*

XVIII. C'est-là ce que la Regle ordinaire que M. Hughens a donnée dans son Traité *de Horologio Oscillatorio*, part. 4. prop. 5. enseigne pour les Pendules composés de poids en ligne droite, ou (ce qui revient au même) tous placés dans un plan, le long duquel leur axe d'Oscillation passât. Voici presentement par mon principe une démonstration sûre, & desirée jusqu'ici, de la validité de cette Regle de M. Hughens pour lorsque les poids du Pendule composé ne seroient pas dans un tel plan. En ce cas il est visible que ces poids seront tous dans le plan d'Oscillation, c'est-à-dire, dans un plan perpendiculaire à l'axe d'Oscillation; ou qu'ils pourront être considerés comme s'ils y étoient tous, sçavoir dans les points où ce plan seroit rencontré par les perpendiculaires menées de ces poids à lui.

XIX. Concevons donc un plan vertical *LMN* sans pesanteur, lequel soit mobile autour du point fixe *A*, & auquel tant de poids quelconques *C*, *D*, &c. qu'on voudra, soient fixement attachés, de maniere que dans le mouve- *Voyez la Figure suivante.*

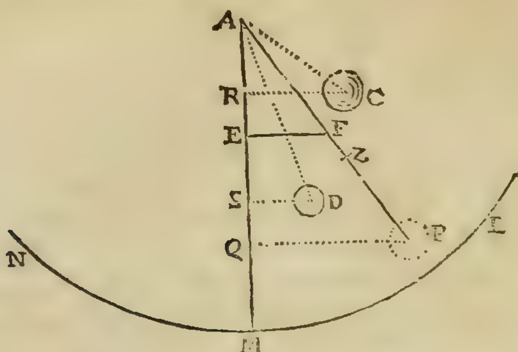
ment autour de l'axe *A*, qu'ils auront avec lui chargé d'eux, ils gardent toûjours la même ſituation & la même diſtance entr'eux. Cela poſé, il eſt manifeſte que ſi après avoir éloigné de la verticale *AM* le centre commun de gravité de tous les poids *C*, *D*, &c. on abandonne ce plan à lui-même, ou pluſtôt à leur action; ce centre de gravité retomberoit auſſi-tôt vers cette verticale *AM* avec une acceleration qui le feroit paſſer outre, & qui leur feroit faire & à ce plan des Oſcillations en Pendule, précisément les mêmes que ſi ces poids *C*, *D*, &c. étoient appliqués aux extrémités de bras *AC*, *AD*, &c. de quelque Levier mobile autour de *A*, qui les eût fixés entr'eux; ce qui repreſenteroit le Pendule composé fait de ces poids attachés au plan vertical *LMN*.

XX. Pour trouver le centre d'Oſcillation de ce plan vertical, c'eſt-à-dire, la longueur d'un Pendule ſimple d'Oſcillations iſochrones aux ſiennes, il eſt à remarquer touchant la ſituation de ce Pendule ſimple, que ç'a été gratuitement que mon Frere & d'autres l'ont ſuppoſé paſſer toûjours, comme *AF*, par le centre commun *F* de gravité de tous les poids *C*, *D*, &c. Quoi-que cela ſoit vrai, il n'eſt pourtant pas aſſez évident, pour qu'il ſoit permis de le ſuppoſer ſans preuve: Je le vas démontrer par ma méthode; ce qui fera voir (je croi) qu'elle eſt préferable aux autres.

XXI. Concevons notre plan d'Oſcillation *LMN* en mouvement, & arrivé dans la ſituation que la Figure repreſente ; imaginons comme ci-deſſus (*art. 16.*) que tous les poids dont nous l'avons ſuppoſé chargé, s'y anéantiſſent ſubitement, & qu'au lieu d'eux il en renaiſſe au même inſtant autant d'autres enſemble en quelque point *P* arbitrairement pris ſur ce plan, chacun deſquels équipole en vertu tant agitative qu'accelerative de rotation à celui des autres auquel il eſt ſubſtitué, c'eſt-à-dire, deſquels chacun ſoit de maſſe & de peſanteur propres à imprimer au plan balançant, à l'inſtant qu'on le ſubſtituë, la même quantité de force agitative & d'acceleration inſtantanée que le poids auquel on le ſubſtituë, alloit en imprimer à ce plan en ce même inſtant de ſon annihilation.

XXII. Cette ſubſtitution fait évidemment voir que du moins pendant cet inſtant ou temps infiniment petit, le plan balançant doit continuer ſon mouvement préciſément de la même maniere que s'il fût reſté chargé des poids *C, D*, &c. ſans aucun changement : je dis *pendant un temps infiniment petit*, parce qu'on va bien-tôt voir que dans les differentes ſituations de ce plan balançant les poids ſubſtitués en *P*, n'y doivent pas être de maſſes ni de peſanteurs invariables comme dans le cas du Pendule droit ; & qu'ainſi la maſſe totale *P* faite de toutes celles-là, n'y eſt pas d'une quantité invariable ni animée d'une peſanteur qui le ſoit pendant une Oſcillation entiere, excepté lorſque le poids *P* eſt dans la droite qui paſſe de *A* par le point qui étoit le centre commun de gravité des poids *C, D*, &c. avant leur anéantiſſement. Ce qui nous fait déja entrevoir la maniere de déterminer la ſituation & la longueur du Pendule ſimple que nous cherchons.

XXIII. Puiſque donc les points *P, C, D*, &c. ne ſont pas en ligne droite qui paſſe par *A* ; & qu'ainſi les directions des poids qui y ſont appliquées au bras *AP, AC, AD*, &c. de Levier, ne ſont pas des angles égaux avec ces bras ; la méchanique fait voir que pour exprimer les forces agi-



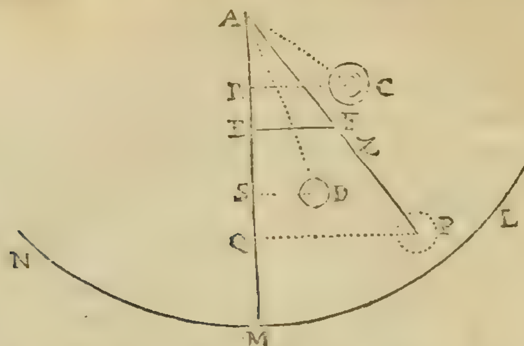
tatives de ces poids, c'eſt par leurs diſtances *PQ, CR, DS*, &c. à la verticale *AM*, & non pas par leurs diſtances au point *A*, qu'il les faut multiplier pour avoir leurs momens ; parce que ces autres diſtances *AP, AC, AD*, &c. ne ſont entr'elles en raiſon de *PQ, CR, DS*, &c. que lorſque *P, C, D*, &c. ſont en ligne droite qui paſſe par *A*, comme dans le cas du pendule rectiligne des art. 16. 17. dans leſquels au lieu des perpendiculaires *PQ, CR, DS*, &c. nous avons pris leurs proportionnelles *AP, AC, AD*, &c. Cependant (ce qui revient au même, & encore plus à nôtre deſſein) on peut ſe ſervir ici comme là des diſtances *AP, AC, AD*, &c. & des maſſes des corps *P, C, D*, &c. en reſolvant les forces de leurs peſanteurs en paralleles & en perpendiculaires aux bras *AP, AC, AD*, &c. de Levier, & en prenant les forces perpendiculaires en *C, D*, &c. exprimées pas $\frac{RC \times G}{AC}$, $\frac{SD \times G}{AD}$, &c. pour celles dont les poids placés en ces points, y agiſſent perpendiculairement ſur les bras *AC, AD*, &c. de Levier, auſquels on les conçoit appliqués.

XXIV. Cela poſé, on voit que les forces agitatives que les corps *C, D*, &c. impriment au plan *LMN*, ſont deſignées par les produits des diſtances de ces corps au point *A*, multipliées par les maſſes de ces mêmes corps, &c

par leurs forces dérivées de leur pesanteur naturelle G perpendiculairement à ces distances, c'est-à-dire, par $AC \times C \times \frac{RC \times G}{AC}$, $AD \times D \times \frac{SD \times G}{AD}$, &c. ou par $RC \times C \times G$, $SD \times D \times G$, &c. Voici presentement quelles doivent être les pesanteurs & les masses des corps qu'il faut concevoir naître en P à l'instant de l'anéantissement de ceux-là, pour imprimer chacun en cet instant au plan LMN la même force agitative & le même accroissement instantanée de vitesse de rotation qu'il auroit reçû de chacun de ces premiers corps C, D, &c. en ce même instant, s'ils n'y eussent pas été anéantis : je commence par les pesanteurs de ces corps à substituer en P pour un tel effet, lesquelles j'appelle M, N, &c. dont $\frac{QP \times M}{AP}$, $\frac{QP \times N}{AP}$, &c. expriment les forces dérivées en P perpendiculairement à AP.

XXV. Pour cet effet ces pesanteurs imaginaires M, N, &c. devant être telles que les accroissemens instantanées de vitesses, que leurs forces dérivées $\frac{QP \times M}{AP}$, $\frac{QP \times N}{AP}$, &c. imprimeroient au point P, soient en raison de AP à AC, AD, &c. à ce que les forces $\frac{RC \times G}{AC}$, $\frac{SD \times G}{AD}$, &c. dérivées (*art.* 23.) de la pesanteur naturelle G des corps C, D, &c. perpendiculairement à AC, AD, &c. en auroient imprimé aux points C, D, &c. si ces corps ne s'y fussent point anéantis ; il faudroit ici 1°. $\frac{QP \times M}{AP} . \frac{RC \times G}{AC} :: AP . AC$; 2°. $\frac{QP \times N}{AP} . \frac{SD \times G}{AD} :: AP . AD$; 3°. &c. Ce qui y donneroit $M = \frac{\overline{AP}^2 \times RC \times G}{\overline{AC}^2 \times QP}$, $N = \frac{\overline{AP}^2 \times SD \times G}{\overline{AD}^2 \times QP}$, &c. pour les pesanteurs requises aux corps à substituer en P à l'instant de l'anéantissement des donnés C, D, &c. pour imprimer en cet instant au plan LMN le même accroissement de vitesse que ces corps anéantis lui auroient alors donné s'ils ne l'eussent point été.

XXVI. Quant aux masses de ces corps à substituer



en P, lesquelles j'appelle T, V, &c. elles se déterminent par l'égalité qui doit être entre chaque force agitative que chacun des corps C, D, &c. auroit imprimée au plan LMN à l'instant de leur annihilation, & ce que chacun des corps T, V, qui leur sont alors (*hyp.*) substitués en P, en doit imprimer à ce plan en cet instant : puisque cette égalité donne (*art.* 24.) $RC \times C \times G = QP \times T \times M$, $SD \times D \times G = QP \times V \times N$, &c. & que de-là il resulte $T = \frac{RC \times C \times G}{QP \times M}$, $V = \frac{SD \times D \times G}{QP \times N}$, &c. ce qui en substituant les valeurs de M, N, &c. trouvées dans l'art. 25. donnera $T = \frac{\overline{AC}^2 \times C}{\overline{AP}^2}$, $V = \frac{\overline{AD}^2 \times D}{\overline{AP}^2}$, &c. pour les masses des corps T, V, &c. à substituer en P au lieu des anéantis C, D, &c.

XXVII. Ayant ainsi trouvé les masses T, V, &c. des corps partiaux dont la masse totale du corps à substituer en P, doit être faite, si on les multiplie chacune par chacune des pesanteurs correspondantes M, N, &c. qu'on a trouvé dans l'art. 25. leur être requises pour suppléer en P aux corps anéantis C, D, &c. la somme $T \times M + V \times N +$ &c. (*art.* 25. 26.) $= \frac{RC \times C + SD \times D + \&c}{QP} \times G$ de leurs produits, divisée par la somme $T + V +$ &c.

(*art.* 26.) $= \frac{\overline{AC}^2 \times C + \overline{AD}^2 \times D + \&c.}{\overline{AP}^2}$ de leurs maſſes, c'eſt-à-dire, par le corps total P, donnera (*Lem.* 3.) $\frac{T \times M + V \times N + \&c.}{T + V + \&c.} = \frac{RC \times C + SD \times D + \&c.}{\overline{AC}^2 \times C + \overline{AD}^2 \times D + \&c.} \times \frac{\overline{AP}^2 \times G}{QP}$ pour la peſanteur totale qui doit animer ce corps total à ſubſtituer en P au lieu des anéantis C, D, &c. pour faire dans le plan LMN un Pendule ſimple AP iſochrone au compoſé ACD qu'on y avoit ſuppoſé. Or ſuivant le Lem. 1, ſi l'on prend AZ à AP comme la peſanteur naturelle G eſt à cette peſanteur imaginaire, c'eſt-à-dire, $AZ . AP :: G . \frac{RC \times C + SD \times D + \&c.}{\overline{AC}^2 \times C + \overline{AD}^2 \times D + \&c.} \times \frac{\overline{AP}^2 \times G}{QP}$. L'on aura $AZ =$ $= \frac{\overline{AC}^2 \times C + \overline{AD}^2 \times D + \&c.}{RC \times C + SD \times D + \&c.} \times \frac{QP}{AP}$ pour la longueur d'un Pendule ſimple de peſanteur naturelle G iſochrone au ſimple imaginaire AP qu'on vient de trouver iſochrone au compoſé ACD. Donc cette longueur AZ ſera celle d'un Pendule ſimple naturel iſochrone à ce compoſé ACD.

XXVIII. Mais parce que cet Iſochroniſme ne dureroit (*art.* 22.) qu'un inſtant, ou temps infiniment petit, à moins que AP ne fût tellement placé entre AC, AD, &c. que cette longueur (*art.* 27.) $\frac{\overline{AC}^2 \times C + \overline{AD}^2 \times D + \&c.}{RC \times C + SD \times D + \&c.} \times \frac{QP}{AP}$ de AZ ne devinſt conſtante de variable qu'elle ſeroit autrement ſelon la varieté de l'angle MAP; voyons quelle doit être la poſition de AP entre AC, AD, &c. pour rendre conſtante cette valeur de AZ. Pour cela ſi l'on prend F pour le centre commun de gravité des corps C, D, &c. & qu'on mene FE perpendiculaire à AM; la ſtatique nous fera voir que $RC \times C + SD \times D + \&c. = \overline{C + D + \&c.} \times EF$; & qu'ainſi cette longueur de AZ (*art.* 27.) peut être exprimée par $\frac{\overline{AC}^2 \times C + \overline{AD}^2 \times D + \&c.}{\overline{C + D + \&c.} \times EF} \times \frac{QP}{AP}$; ce qui nous fait voir

qu'elle sera constante tant que $\frac{AP \times EF}{QP}$ le sera, tout le reste y étant constant. Or il est visible que cette derniere fraction sera constante tant que *AP* passera par le centre commun *F* de gravité des poids *C*, *D*, &c. puisque l'on aura pour lors la constante $AF = \frac{AP \times EF}{QP}$. Donc en substituant *AF* au lieu de $\frac{AP \times EF}{QP}$ dans la derniere valeur $\frac{\overline{AC}^2 \times C + \overline{AD}^2 \times D + \&c.}{C + D + \&c.} \times \frac{QP}{AP \times EF}$ de la longueur de *AZ*, l'on aura $AZ = \frac{\overline{AC}^2 \times C + \overline{AD}^2 \times D + \&c.}{C + D + \&c. \times AF}$ pour la longueur constante d'un Pendule simple naturel toûjours isochrone au composé naturel *ACD*. *Ce qu'il falloit 3°. trouver.*

XXIX. Telle est la Regle generale que M. Hughens a donnée pour trouver le centre d'Oscillation de toutes sortes de Pendules composés de tant de poids quelconques qu'on voudra, placés à volonté. C'est dans la prop. 5. part. 4. de son Traité *de Horologio Oscillatorio* qu'il énonce cette Regle en ces termes: *Dato Pendulo ex ponderibus quotlibet composito, si singula ducantur in quadrata distantiarum suarum ab axe Oscillationis, & summa productorum dividatur per id quod fit ducendo ponderum summam in distantiam centri gravitatis communis omnium ab eodem axe Oscillationis; orietur longitudo Penduli simplicis composito isochroni, sive distantia inter axem & centrum Oscillationis ipsius Penduli compositi.* Je laisse presentement aux Lecteurs intelligens en ces matieres, à juger si cette Regle n'est pas ici établie sur un fondement beaucoup plus sûr qu'elle ne l'avoit été jusqu'ici: puisque non seulement je n'y ay point eu besoin de l'hypothese gratuite où M. Hughens suppose (*part. 4. hyp. 1.*) *Si pondera quotlibet, vi gravitatis suæ, moveri incipiant; non posse centrum gravitatis ex ipsis compositæ altius, quam ubi incipiente motu reperiebatur, ascendere.* Mais aussi parce que je n'y ai point eu besoin non plus d'y supposer, comme mon Frere, que le centre d'Oscillation est toûjours dans la ligne droite (appellée par M. Hughens

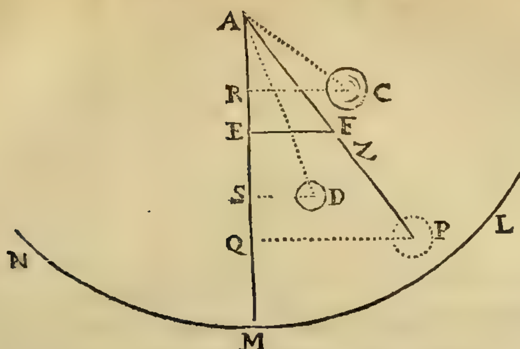
Hughens *linea centri*) qui passe par le point de suspension & par le centre commun de gravité de tous les poids: suppositions qu'ils ont prises pour des axiomes, & qui ne sont pas assurément assez évidentes pour cela.

XXX. De plus je remarque deux inconveniens dans la maniere dont mon Frere a démontré la Regle en question dans les Memoires de l'Academie Royale des Sciences de 1703. pag. 81. &c. de l'édition de Paris. Le premier est qu'il a employé un calcul analitique assez penible dans une chose où l'on voit que je n'ai presque eu besoin que de synthese telle que les démonstrations ordinaires la demandent. L'autre inconvenient est que mon Frere suppose les poids *C* & *D* (voyez sa Figure en l'endroit cité) qui composent la figure balançante, égaux entr'eux: ce qui fait que sa démonstration pour les figures qui balançent de côté, ne convient qu'à celles dont un diametre commun coupe les appliquées toutes par la moitié; & non à aucune autre, telle que sont la demie-parabole, la demie-hyperbole, &c. non plus qu'au cône ou au cylindre coupé par l'axe, à moins que d'y employer un nouveau calcul qui seroit sans doute beaucoup plus difficile que celui qu'il a employé pour les corps *C*, *D*, qu'il a supposé égaux aux extremitez d'une ligne soutenuë en son milieu sur le diamettre de la Figure. On voit que j'ai aussi évité cet autre inconvenient par la maniere generalissime dont je viens de résoudre cette question: & que ma méthode s'étend aussi aisément à tel nombre de poids quelconques qu'on voudra, & placez comme l'on voudra qu'à des égaux entr'eux deux à deux placez à la maniere de mon Frere. Je dois pourtant avertir que, de même que M. Hughens & mon Frere, je considere ici les poids *C*, *D*, &c. comme des points, ou plûtôt comme de petites masses chacune d'une étenduë infiniment petite par rapport à tout le Pendule.

XXXI. Voilà jusqu'ici pour trouver le Centre d'Oscillation de toutes sortes de Pendules considerez à l'ordi-

naire comme dans le vuide où leurs poids auroient les pesanteurs supposées. Je passe donc à la seconde partie de nôtre recherche, qui est de déterminer le centre d'Oscillation de tous ces Pendules, lorsqu'ils balancent dans des fluides ou dans des liqueurs. Pour cela je suppose des fluides parfaits, c'est-à-dire, composés de parties tellement destituées de tenacité entr'elles, qu'elles ne fassent de resistance au mouvement de ces Pendules que par la diminution de pesanteur que la leur causera à celle des poids dont ces Pendules seront faits. Cela posé, il est visible que cette diminution de pesanteur des poids d'un Pendule quelconque dans un fluide, y variera selon la differente densité de ces corps, les plus denses y en perdant moins que les plus rares ; & que ce qui leur en restera, y aura le même effet que dans le vuide, s'ils n'y avoient chacun de pesanteur absoluë que le reste auquel celle du fluide les réduit, lequel reste pour chacun est sa *pesanteur relative*, ou l'excès dont sa pesanteur naturelle surpasse celle d'un égal volume de ce fluide. D'où l'on voit aussi que ce corps avec de telles pesanteurs relatives dans un fluide parfait, y balanceront précisément de même que dans le vuide, s'ils n'y étoient animés que de pesanteurs égales chacune à chacune de ces relatives, & non de leur pesanteur naturelle G.

XXXII. Soient donc $m \times G$, $n \times G$, &c. les pesanteurs relatives qu'auroient les corps C, D, &c. dans un fluide qui ne leur resisteroit qu'en ce qui ne leur laisseroit plus que ces parties $m \times G$, $n \times G$, &c. de leur pesanteur naturelle G, desquelles m, n, &c. expriment des parties de l'unité. En ce cas les pesanteurs $M = \frac{\overline{AP}^2 \times RC \times G}{\overline{AC}^2 \times QP}$, $N = \frac{\overline{AP}^2 \times SD \times G}{\overline{AD}^2 \times QP}$ &c. trouvées dans l'art. 25. pour les requises aux masses T, V, &c. dans le vuide, seront ici $M = \frac{\overline{AP}^2 \times RC \times m \times G}{\overline{AC}^2 \times QP}$,



$N = \frac{\overline{AP}^2 \times SD \times n \times G}{\overline{AD}^2 \times QP}$, &c. De forte que ces masses T, V, &c. étant ici les mêmes que là, l'équation $T \times M + V \times N +$ &c. $= \frac{RC \times C \times G + SD \times D \times G + \&c.}{QP}$ trouvée dans l'art. 27. se changera pour ici en $T \times M + V \times N +$ &c. $= \frac{RC \times C \times m \times G + SD \times D \times n \times G + \&c.}{QP} = \frac{m \times RC \times C + n \times SD \times D + \&c.}{QP} \times G$; ce qui étant divisé par $T + V +$ &c. $= \frac{\overline{AC}^2 \times C + \overline{AD}^2 \times D + \&c.}{\overline{AP}^2}$ comme dans l'art. 27. donnera

$$\frac{T \times M + V \times N + \&c.}{T + V + \&c.} = \frac{m \times RC \times C + n \times SD \times D + \&c.}{\overline{AC}^2 \times C + \overline{AD}^2 \times D + \&c.} \times \frac{\overline{AP}^2 \times G}{QP}$$

pour la pesanteur totale qui doit ici animer le corps total P. Donc si l'on prend $AZ . AP :: G . \frac{m \times RC \times C + n \times SD \times D + \&c.}{\overline{AC}^2 \times C + \overline{AD}^2 \times D + \&c.} \times \frac{\overline{AP}^2 \times G}{QP}$. Le Lem. 1. donnera ici comme dans l'art. 27. $AZ = \frac{\overline{AC}^2 \times C + \overline{AD}^2 \times D + \&c.}{m \times RC \times C + n \times SD \times D + \&c.} \times \frac{QP}{AP}$ pour la longueur d'un Pendule simple de pesanteur naturelle G, qui balançant dans le vuide, seroit isochrone au composé ACD, balançant dans le fluide supposé. De sorte que si l'on prend F pour le centre commun de gravité, non des corps en-

tiers C, D, &c. mais de leurs parties $m \times C$, $n \times D$, &c. La statique donnant ici $\overline{m \times C + n \times D + \&c.} \times EF = RC \times m \times C + SD \times n \times D + \&c. = m \times RC \times C + n \times SD \times D + \&c.$ L'on y aura cette longueur $AZ = \frac{\overline{AC}^2 \times C + \overline{AD}^2 \times D + \&c.}{m \times C + n \times D + \&c.} \times \frac{QP}{AP \times EF}$, laquelle (en supposant AP par ce centre F qui rendra $\frac{AP \times EF}{QP} = AF$ constante comme dans l'art. 28.) sera $AZ = \frac{\overline{AC}^2 \times C + \overline{AD}^2 \times D + \&c.}{\overline{m \times C + n \times D + \&c.} \times AF}$ constante.

XXXIII. De-là resulte la Regle que voici pour les Pendules composés balançans dans des fluides : *Un Pendule composé de tant de poids quelconques qu'on voudra, & placés comme l'on voudra, étant donné balançant dans une liqueur aussi donnée, si la somme des produits faits des masses entieres de tous ces poids, multipliées chacune par le quarré de sa distance à l'axe de balancement ou d'Oscillation, est divisée par le produit fait de la somme des parties que* m, n, *&c. designent de ces masses, multipliée par la distance du centre commun de gravité de ces parties à l'axe d'Oscillation ; le quotient de cette division sera la longueur d'un Pendule simple, qui agité dans le vuide, seroit isochrone au composé agité dans la liqueur donnée.*

XXXIV. Si l'on veut un Pendule simple qui balançant dans cette liqueur, fut isochrone au composé qu'on y suppose balancer, le Lem. 1. le donnera en faisant seulement cette analogie : comme le poids absolu de la matiere dont on veut faire ce Pendule, est à son poids relatif dans la liqueur, ainsi sa longueur trouvée pour dans le vuide par la précedente Regle de l'art. 33. doit être à sa longueur cherchée pour dans le fluide supposé. Mais il faut prendre garde que lorsque ce Pendule simple commencera à s'y mouvoir, il faudra l'éloigner de la verticale AM d'un angle MAP qui soit égal à celui que cette verticale fait alors avec la ligne du centre commun de gravité non des poids absolus des corps C, D, &c. dont le

Pendule composé est fait, mais des poids relatifs qui leur restent dans le fluide où on le suppose balancer : autrement les vibrations de ces deux Pendules ne seroient pas isochrones, celui auquel le plus grand de ces angles appartiendroit, les devant avoir de plus longue durée que l'autre.

XXXV. On voit encore de-là que ceux-là se trompent qui entreprenant d'expliquer la nature du centre d'Oscillation, supposent qu'un Pendule simple isochrone a un composé, & la ligne du Centre commun de gravité des poids de ce Pendule composé, doivent faire des angles égaux avec la verticale qui passe par le point de suspension : puisque cela n'est vrai pour les Pendules agités dans les fluides, que lorsqu'ils sont rectilignes, & que quoique vrai pour tous dans le vuide, il n'est pas assez évident pour y être regardé comme un axiome. Ainsi c'étoit une chose à démontrer plûtôt qu'à supposer.

XXXVI. Je ne croi pas qu'il soit necessaire de m'étendre ici davantage, pour faire voir que nôtre precédente formule (*art.* 32.) $\frac{\overline{AC}^2 \times C + \overline{AD}^2 \times D + \&c.}{m \times C + n \times D + \&c. \times AF} = AZ$ convient à tout ce qu'on peut imaginer de cas d'Oscillations : par exemple, si les poids du Pendule composé étoient de matiere homogene, & que la liqueur dans laquelle on le suppose balancer, fut faite de couches heterogenes ; ou s'il étoit fait de parties heterogenes, & elle de couches heterogenes aussi : pour y appliquer nôtre precédente formule, il n'y auroit qu'à considerer combien il reste de son poids à chacune des parties du Pendule en chaque couche du fluide où il se trouve agité, c'est-à-dire, quelles parties de l'unité les quantités m, n, &c. y expriment.

XXXVII. Je ne croi pas non plus qu'il soit necessaire de dire ce qu'il faudroit observer si quelques-uns des poids du Pendule agité se trouvoient hors le fluide pendant que les autres y demeureroient submergés : car il est trop visible pour être obligé d'en avertir, que l'air dans lequel quel-

ques-uns de ces poids se trouveroient, pourroit être regardé comme une couche appartenante au fluide, dans lequel tous les autres demeureroient submergés : en ce cas quelques-unes des quantités m, n, &c, seroient égales chacune à l'unité, sçavoir celles qui appartiendroient aux poids qui seroient dans l'air, lequel ne les diminüeroit pas sensiblement.

XXXVIII. Il ne me paroît pas non plus qu'il y eut ici aucune difficulté quand quelques-uns des corps C, D, &c. seroient de même ou de moindre pesanteur specifique que la liqueur dans laquelle ils devroient balancer, étant manifeste qu'en ces cas quelques-unes des quantités m, n, &c. s'évanoüiroient ou deviendroient négatives: elles s'y évanoüiroient pour les corps qui de même pesanteur specifique que cette liqueur, n'y en auroient plus aucune ; & elles y deviendroient negatives pour les corps qui de moindre pesanteur specifique que cette liqueur, y seroient comme animés d'une legereté positive qui ne seroit qu'une pesanteur négative.

XXXIX. Tout ce que je viens d'expliquer, pourroit me fournir ici plusieurs Corollaires curieux & élegans que j'obmets, content d'y avoir établi une Theorie très universelle des Centres d'Oscillation sur un principe aussi clair & aussi fécond qu'est celui d'où je la viens de déduire : il l'est à un point que je ne croi pas qu'il y ait rien de si obscur ni de si caché dans cette matiere, qui ne puisse s'y rapporter, & être découvert par son moyen ; chose qui ne me paroît pas qu'on puisse esperer du principe de M. Hughens, ni d'aucun autre.

XL. Au reste j'ai plusieurs abregés très commodes, dont une partie a été démontrée par M. Hughens avec beaucoup d'embarras, pour diminuer la peine du Calcul dans la détermination du centre d'Oscillation de differentes figures geometriques, soit qu'elles balançent en plan ou de côté : Je les donnerai en quelqu'autre occasion plus commode, avec d'autres choses qu'on ne sçait point encore sur cette matiere.

SPONGIA FLUVIATILIS, RAMOSA, FRAGILIS ET PISCEM OLENS.

Eponge de Riviere, branchuë, cassante, qui a l'odeur de Poisson.

Par M. RENEAUME.

CETTE Plante qui ne paroît pas avoir de racine, a pour base une espece de placque très large, dont elle tapisse les corps sur lesquels elle croît, à peu-près de même que certaines especes de mousses : cette placque tient fortement à ces corps, elle y est collée par le moyen d'un mucilage dont toute la Plante est remplie ; cette placque qui s'étend assez indifferemment de tous côtez, ne conserve autre regularité que celle de se terminer par des bords plats & arrondis ; elle est plus ou moins grande : j'ai vû des espaces d'un pied en quarré qui en étoient entierement revêtus, & d'autres d'une moindre étenduë ; elle a environ depuis trois lignes jusques à six d'épaisseur, particulierement aux endroits où s'élevent les branches, car il sort de cette placque differents rameaux, lesquels en s'élevant font d'abord une tumeur ou élevation douce qui se termine à la branche, laquelle semble sortir du milieu de cette élevation. 22. Août. 1714.

Les branches de cette Plante sont ou divisées ou sans division ; ces dernieres vont en diminuant jusques à un tiers de leur hauteur ; se renflent tant soit peu vers leur extremité, & finissent en forme de mamelons. Ces branches ont environ la longueur de deux pouces, j'en ai trouvé qui étoient longues de 3. à 4. leur grosseur est à peu-près de deux lignes & demie ou trois lignes de diametre par le bas, & elles n'excedent pas pour l'ordinaire la grosseur du petit doigt ; elles ne sont pas exactement rondes, mais inégales & comme raboteuses, quoi qu'assez droites par rapport aux autres.

Les branches divisées sont très differentes, elles sont plus grosses, beaucoup plus longues & comme applaties dans la partie qui précede leur division. Cette division est si inégale qu'à peine trouvera-t'on deux branches qui se ressemblent, les unes se divisent à deux ou trois pouces du corps de la Plante, les autres dès le bas, quelquefois les divisions de ces dernieres se réünissent à la distance d'un pouce ou deux, se collent ensemble, & ne sont plus qu'un corps plat de l'épaisseur de trois à quatre lignes, de la largeur d'un pouce ou plus, qui n'a que la hauteur de six ou sept lignes, puis la branche se subdivise encore tout de nouveau : aucun des rameaux de ces divisions n'est droit, ils ont une figure presque torse composée de courbures inégales ; & comme il n'est pas possible d'en bien exprimer la forme autrement que par le dessein, je me contenterai de les comparer au Corail dont elles approchent fort, excepté qu'il s'y trouve souvent des inégalités semblables à des vestiges de branches qui auroient été rompües.

La plus grande hauteur de toute la Plante est de 9. à 10. pouces environ. Je n'en ai point vû qui passât un pied. Je ne dois pas cependant en déterminer absolument la hauteur ; car outre que celle que je décris croissoit encore lorsque je l'ai observée, c'est que M. Marchant m'a dit qu'il croyoit avoir vû cette Plante d'une grandeur bien plus considerable. Pour l'ordinaire elle pousse ses branches suivant la ligne horisontale, perpendiculairement au plan vertical des pierres ausquelles elle est attachée : elle flotte dans l'eau, dont elle est entierement cachée, toutes les branches de cette Plante ne sont point d'une longueur égale, les unes se divisent dès le bas, les autres au tiers de leur hauteur, & les autres se fourchent vers l'extremité ; leur grosseur est pareillement inégale ; en general elles sont moins grosses que celles qui ne se divisent point, elles finissent en diminuant, ou par un bout rond, semblable à l'extremité des premieres non divisées, ou par un bout qui semble se vouloir diviser de nouveau. Je viens de dire

qu'elles

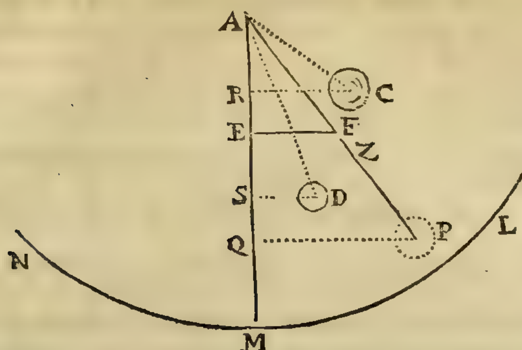
Hughens *linea centri*) qui passe par le point de suspension & par le centre commun de gravité de tous les poids: suppositions qu'ils ont prises pour des axiomes, & qui ne sont pas assurément assez évidentes pour cela.

XXX. De plus je remarque deux inconveniens dans la maniere dont mon Frere a démontré la Regle en question dans les Memoires de l'Academie Royale des Sciences de 1703. pag. 81. &c. de l'édition de Paris. Le premier est qu'il a employé un calcul analitique assez penible dans une chose où l'on voit que je n'ai presque eu besoin que de synthese telle que les démonstrations ordinaires la demandent. L'autre inconvenient est que mon Frere suppose les poids *C* & *D* (voyez sa Figure en l'endroit cité) qui composent la figure balançante, égaux entr'eux: ce qui fait que sa démonstration pour les figures qui balançent de côté, ne convient qu'à celles dont un diametre commun coupe les appliquées toutes par la moitié; & non à aucune autre, telle que sont la demie-parabole, la demie-hyperbole, &c. non plus qu'au cône ou au cylindre coupé par l'axe, à moins que d'y employer un nouveau calcul qui seroit sans doute beaucoup plus difficile que celui qu'il a employé pour les corps *C*, *D*, qu'il a supposé égaux aux extremitez d'une ligne soutenuë en son milieu sur le diamettre de la Figure. On voit que j'ai aussi évité cet autre inconvenient par la maniere generalissime dont je viens de résoudre cette question: & que ma méthode s'étend aussi aisément à tel nombre de poids quelconques qu'on voudra, & placez comme l'on voudra qu'à des égaux entr'eux deux à deux placez à la maniere de mon Frere. Je dois pourtant avertir que, de même que M. Hughens & mon Frere, je considere ici les poids *C*, *D*, &c. comme des points, ou plûtôt comme de petites masses chacune d'une étenduë infiniment petite par rapport à tout le Pendule.

XXXI. Voilà jusqu'ici pour trouver le Centre d'Oscillation de toutes sortes de Pendules considerez à l'ordi-

naire comme dans le vuide où leurs poids auroient les pesanteurs supposées. Je passe donc à la seconde partie de nôtre recherche, qui est de déterminer le centre d'Oscillation de tous ces Pendules, lorsqu'ils balancent dans des fluides ou dans des liqueurs. Pour cela je suppose des fluides parfaits, c'est-à-dire, composés de parties tellement destituées de tenacité entr'elles, qu'elles ne fassent de resistance au mouvement de ces Pendules que par la diminution de pesanteur que la leur causera à celle des poids dont ces Pendules seront faits. Cela posé, il est visible que cette diminution de pesanteur des poids d'un Pendule quelconque dans un fluide, y variera selon la differente densité de ces corps, les plus denses y en perdant moins que les plus rares; & que ce qui leur en restera, y aura le même effet que dans le vuide, s'ils n'y avoient chacun de pesanteur absoluë que le reste auquel celle du fluide les réduit, lequel reste pour chacun est sa *pesanteur relative*, ou l'excès dont sa pesanteur naturelle surpasse celle d'un égal volume de ce fluide. D'où l'on voit aussi que ce corps avec de telles pesanteurs relatives dans un fluide parfait, y balanceront précisément de même que dans le vuide, s'ils n'y étoient animés que de pesanteurs égales chacune à chacune de ces relatives, & non de leur pesanteur naturelle G.

XXXII. Soient donc $m \times G$, $n \times G$, &c. les pesanteurs relatives qu'auroient les corps C, D, &c. dans un fluide qui ne leur resisteroit qu'en ce qui ne leur laisseroit plus que ces parties $m \times G$, $n \times G$, &c. de leur pesanteur naturelle G, desquelles m, n, &c. expriment des parties de l'unité. En ce cas les pesanteurs $M = \frac{\overline{AP}^2 \times RC \times G}{\overline{AC}^2 \times QP}$, $N = \frac{\overline{AP}^2 \times SD \times G}{\overline{AD}^2 \times QP}$ &c. trouvées dans l'art. 25. pour les requises aux masses T, V, &c. dans le vuide, seront ici $M = \frac{\overline{AP}^2 \times RC \times m \times G}{\overline{AC}^2 \times QP}$,



$N = \frac{\overline{AP}^2 \times SD \times n \times G}{\overline{AD}^2 \times QP}$, &c. De forte que ces maffes T, V, &c. étant ici les mêmes que là, l'équation $T \times M + V \times N +$ &c. $= \frac{RC \times C \times G + SD \times D \times G + \&c.}{QP}$ trouvée dans l'art. 27. fe changera pour ici en $T \times M + V \times N +$ &c. $= \frac{RC \times C \times m \times G + SD \times D \times n \times G + \&c.}{QP} = \frac{m \times RC \times C + n \times SD \times D + \&c.}{QP} \times G$; ce qui étant divifé par $T + V +$ &c. $= \frac{\overline{AC}^2 \times C + \overline{AD}^2 \times D + \&c.}{\overline{AP}^2}$ comme dans l'art. 27. donnera

$$\frac{T \times M + V \times N + \&c.}{T + V + \&c.} = \frac{m \times RC \times C + n \times SD \times D + \&c.}{\overline{AC}^2 \times C + \overline{AD}^2 \times D + \&c.} \times \frac{\overline{AP}^2 \times G}{QP}$$

pour la pefanteur totale qui doit ici animer le corps total P. Donc fi l'on prend $AZ . AP :: G . \frac{m \times RC \times C + n \times SD \times D + \&c.}{\overline{AC}^2 \times C + \overline{AD}^2 \times D + \&c.} \times \frac{\overline{AP}^2 \times G}{QP}$. Le Lem. 1. donnera ici comme dans l'art. 27. $AZ = \frac{\overline{AC}^2 \times C + \overline{AD}^2 \times D + \&c.}{m \times RC \times C + n \times SD \times D + \&c.} \times \frac{QP}{AP}$ pour la longueur d'un Pendule fimple de pefanteur naturelle G, qui balançant dans le vuide, feroit ifochrone au compofé ACD, balançant dans le fluide fuppofé. De forte que fi l'on prend F pour le centre commun de gravité, non des corps en-

tiers C, D, &c. mais de leurs parties $m \times C$, $n \times D$, &c. La ſtatique donnant ici $\overline{m \times C + n \times D + \&c.} \times EF = RC \times m \times C + SD \times n \times D + \&c. = m \times RC \times C + n \times SD \times D + \&c.$ L'on y aura cette longueur $AZ = \frac{\overline{AC}^2 \times C + \overline{AD}^2 \times D + \&c.}{m \times C + n \times D + \&c.} \times \frac{QP}{AP \times EF}$, laquelle (en ſuppoſant AP par ce centre F qui rendra $\frac{AP \times EF}{QP} = AF$ conſtante comme dans l'art. 28.) ſera $AZ = \frac{\overline{AC}^2 \times C + \overline{AD}^2 \times D + \&c.}{\overline{m \times C + n \times D + \&c.} \times AF}$ conſtante.

XXXIII. De-là reſulte la Regle que voici pour les Pendules compoſés balançans dans des fluides : *Un Pendule compoſé de tant de poids quelconques qu'on voudra, & placés comme l'on voudra, étant donné balançant dans une liqueur auſſi donnée, ſi la ſomme des produits faits des maſſes entieres de tous ces poids, multipliées chacune par le quarré de ſa diſtance à l'axe de balancement ou d'Oſcillation, eſt diviſée par le produit fait de la ſomme des parties que* m, n, *&c. deſignent de ces maſſes, multipliée par la diſtance du centre commun de gravité de ces parties à l'axe d'Oſcillation ; le quotient de cette diviſion ſera la longueur d'un Pendule ſimple, qui agité dans le vuide, ſeroit iſochrone au compoſé agité dans la liqueur donnée.*

XXXIV. Si l'on veut un Pendule ſimple qui balançant dans cette liqueur, fut iſochrone au compoſé qu'on y ſuppoſe balancer, le Lem. 1. le donnera en faiſant ſeulement cette analogie : comme le poids abſolu de la matiere dont on veut faire ce Pendule, eſt à ſon poids relatif dans la liqueur, ainſi ſa longueur trouvée pour dans le vuide par la précedente Regle de l'art. 33. doit être à ſa longueur cherchée pour dans le fluide ſuppoſé. Mais il faut prendre garde que lorſque ce Pendule ſimple commencera à s'y mouvoir, il faudra l'éloigner de la verticale AM d'un angle MAP qui ſoit égal à celui que cette verticale fait alors avec la ligne du centre commun de gravité non des poids abſolus des corps C, D, &c. dont le

Pendule composé est fait, mais des poids relatifs qui leur restent dans le fluide où on le suppose balancer : autrement les vibrations de ces deux Pendules ne seroient pas isochrones, celui auquel le plus grand de ces angles appartiendroit, les devant avoir de plus longue durée que l'autre.

XXXV. On voit encore de-là que ceux-là se trompent qui entreprenant d'expliquer la nature du centre d'Oscillation, supposent qu'un Pendule simple isochrone a un composé, & la ligne du Centre commun de gravité des poids de ce Pendule composé, doivent faire des angles égaux avec la verticale qui passe par le point de suspension : puisque cela n'est vrai pour les Pendules agités dans les fluides, que lorsqu'ils sont rectilignes, & que quoique vrai pour tous dans le vuide, il n'est pas assez évident pour y être regardé comme un axiome. Ainsi c'étoit une chose à démontrer plûtôt qu'à supposer.

XXXVI. Je ne croi pas qu'il soit necessaire de m'étendre ici davantage, pour faire voir que nôtre precédente formule (*art.* 32.) $\frac{\overline{AC}^2 \times C + \overline{AD}^2 \times D + \&c.}{m \times C + n \times D + \&c. \times AF} = AZ$ convient à tout ce qu'on peut imaginer de cas d'Oscillations : par exemple, si les poids du Pendule composé étoient de matiere homogene, & que la liqueur dans laquelle on le suppose balancer, fut faite de couches heterogenes ; ou s'il étoit fait de parties heterogenes, & elle de couches heterogenes aussi : pour y appliquer nôtre precédente formule, il n'y auroit qu'à considerer combien il reste de son poids à chacune des parties du Pendule en chaque couche du fluide où il se trouve agité, c'est-à-dire, quelles parties de l'unité les quantités m, n, &c. y expriment.

XXXVII. Je ne croi pas non plus qu'il soit necessaire de dire ce qu'il faudroit observer si quelques-uns des poids du Pendule agité se trouvoient hors le fluide pendant que les autres y demeureroient submergés : car il est trop visible pour être obligé d'en avertir, que l'air dans lequel quel-

ques-uns de ces poids se trouveroient, pourroit être regardé comme une couche appartenante au fluide, dans lequel tous les autres demeureroient submergés : en ce cas quelques-unes des quantités m, n, &c, seroient égales chacune à l'unité, sçavoir celles qui appartiendroient aux poids qui seroient dans l'air, lequel ne les diminüeroit pas sensiblement.

XXXVIII. Il ne me paroît pas non plus qu'il y eut ici aucune difficulté quand quelques-uns des corps C, D, &c. seroient de même ou de moindre pesanteur specifique que la liqueur dans laquelle ils devroient balancer, étant manifeste qu'en ces cas quelques-unes des quantités m, n, &c. s'évanoüiroient ou deviendroient négatives: elles s'y évanoüiroient pour les corps qui de même pesanteur specifique que cette liqueur, n'y en auroient plus aucune ; & elles y deviendroient negatives pour les corps qui de moindre pesanteur specifique que cette liqueur, y seroient comme animés d'une legereté positive qui ne seroit qu'une pesanteur négative.

XXXIX. Tout ce que je viens d'expliquer, pourroit me fournir ici plusieurs Corollaires curieux & élegans que j'obmets, content d'y avoir établi une Theorie très universelle des Centres d'Oscillation sur un principe aussi clair & aussi fécond qu'est celui d'où je la viens de déduire : il l'est à un point que je ne croi pas qu'il y ait rien de si obscur ni de si caché dans cette matiere, qui ne puisse s'y rapporter, & être découvert par son moyen ; chose qui ne me paroît pas qu'on puisse esperer du principe de M. Hughens, ni d'aucun autre.

XL. Au reste j'ai plusieurs abregés très commodes, dont une partie a été démontrée par M. Hughens avec beaucoup d'embarras, pour diminuer la peine du Calcul dans la détermination du centre d'Oscillation de differentes figures geometriques, soit qu'elles balançent en plan ou de côté : Je les donnerai en quelqu'autre occasion plus commode, avec d'autres choses qu'on ne sçait point encore sur cette matiere.

SPONGIA FLUVIATILIS, RAMOSA, FRAGILIS ET PISCEM OLENS.

Eponge de Riviere, branchuë, caſſante, qui a l'odeur de Poiſſon.

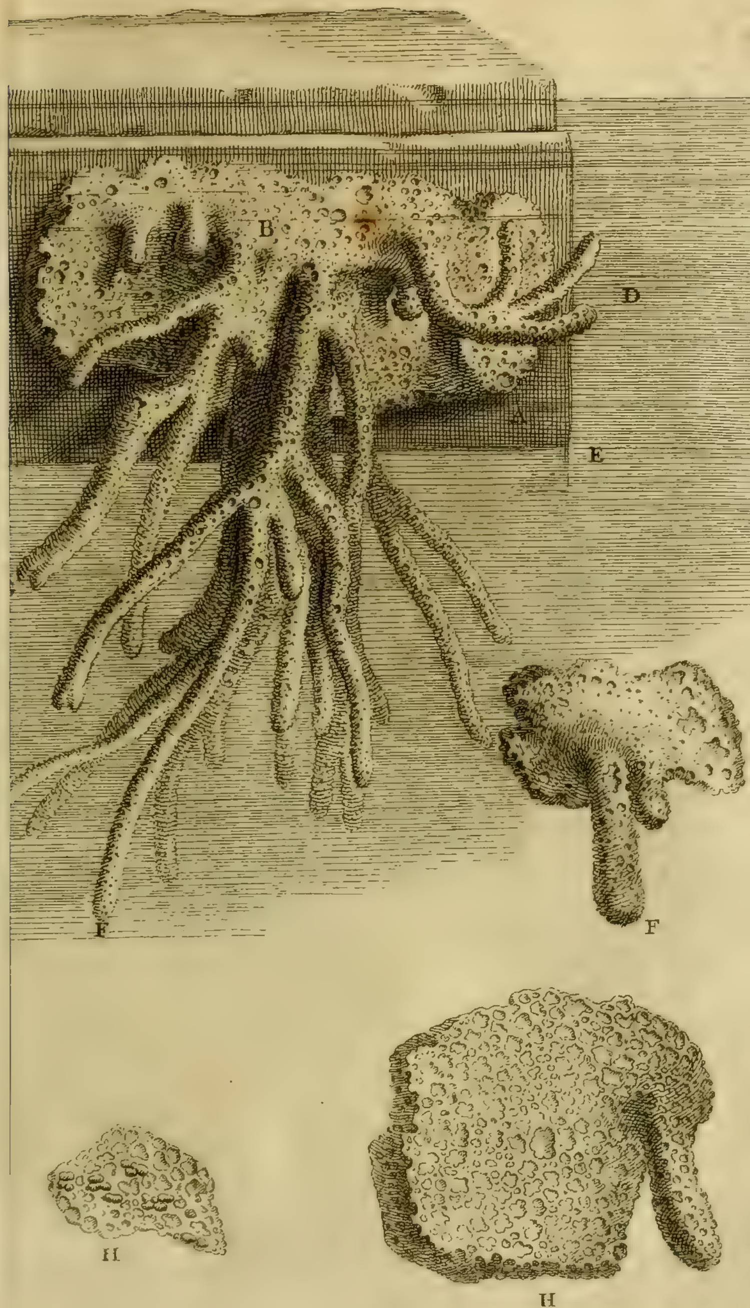
Par M. RENEAUME.

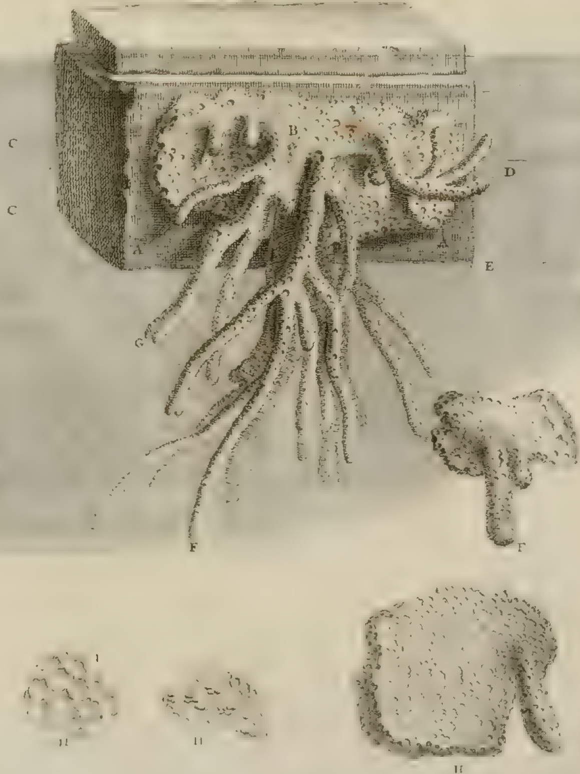
CETTE Plante qui ne paroît pas avoir de racine, a pour baſe une eſpece de placque très large, dont elle tapiſſe les corps ſur leſquels elle croît, à peu-près de même que certaines eſpeces de mouſſes : cette placque tient fortement à ces corps, elle y eſt collée par le moyen d'un mucilage dont toute la Plante eſt remplie ; cette placque qui s'étend aſſez indifferemment de tous côtez, ne conſerve autre regularité que celle de ſe terminer par des bords plats & arrondis ; elle eſt plus ou moins grande : j'ai vû des eſpaces d'un pied en quarré qui en étoient entierement revêtus, & d'autres d'une moindre étenduë ; elle a environ depuis trois lignes juſques à ſix d'épaiſſeur, particulierement aux endroits où s'élevent les branches, car il ſort de cette placque differents rameaux, leſquels en s'élevant font d'abord une tumeur ou élevation douce qui ſe termine à la branche, laquelle ſemble ſortir du milieu de cette élevation. 22. Août 1714.

Les branches de cette Plante ſont ou diviſées ou ſans diviſion ; ces dernieres vont en diminuant juſques à un tiers de leur hauteur ; ſe renflent tant ſoit peu vers leur extremité, & finiſſent en forme de mamelons. Ces branches ont environ la longueur de deux pouces, j'en ai trouvé qui étoient longues de 3. à 4. leur groſſeur eſt à peu-près de deux lignes & demie ou trois lignes de diametre par le bas, & elles n'excedent pas pour l'ordinaire la groſſeur du petit doigt ; elles ne ſont pas exactement rondes, mais inégales & comme raboteuſes, quoi qu'aſſez droites par rapport aux autres.

Les branches divisées sont très differentes, elles sont plus grosses, beaucoup plus longues & comme applaties dans la partie qui précede leur division. Cette division est si inégale qu'à peine trouvera-t'on deux branches qui se ressemblent, les unes se divisent à deux ou trois pouces du corps de la Plante, les autres dès le bas, quelquefois les divisions de ces dernieres se réünissent à la distance d'un pouce ou deux, se collent ensemble, & ne sont plus qu'un corps plat de l'épaisseur de trois à quatre lignes, de la largeur d'un pouce ou plus, qui n'a que la hauteur de six ou sept lignes, puis la branche se subdivise encore tout de nouveau : aucun des rameaux de ces divisions n'est droit, ils ont une figure presque torse composée de courbures inégales ; & comme il n'est pas possible d'en bien exprimer la forme autrement que par le dessein, je me contenterai de les comparer au Corail dont elles approchent fort, excepté qu'il s'y trouve souvent des inégalités semblables à des vestiges de branches qui auroient été rompües.

La plus grande hauteur de toute la Plante est de 9. à 10. pouces environ. Je n'en ai point vû qui passât un pied. Je ne dois pas cependant en déterminer absolument la hauteur ; car outre que celle que je décris croissoit encore lorsque je l'ai observée, c'est que M. Marchant m'a dit qu'il croyoit avoir vû cette Plante d'une grandeur bien plus considerable. Pour l'ordinaire elle pousse ses branches suivant la ligne horisontale, perpendiculairement au plan vertical des pierres ausquelles elle est attachée : elle flotte dans l'eau, dont elle est entierement cachée, toutes les branches de cette Plante ne sont point d'une longueur égale, les unes se divisent dès le bas, les autres au tiers de leur hauteur, & les autres se fourchent vers l'extremité ; leur grosseur est pareillement inégale ; en general elles sont moins grosses que celles qui ne se divisent point, elles finissent en diminuant, ou par un bout rond, semblable à l'extremité des premieres non divisées, ou par un bout qui semble se vouloir diviser de nouveau. Je viens de dire qu'elles


B
D
A
E
F
F
H
H



P. Simonneau fils del. et sculp.

qu'elles pouſſoient ordinairement leurs branches ſuivant la ſurface de l'eau, c'eſt-à-dire horiſontalement, parce qu'il y en a quelques-unes qui ſe replient quelquefois ſur le plan vertical, leſquelles en s'approchant ainſi de la placque ou corps de la Plante, s'y collent par le moyen du mucilage, de ſorte qu'elles y ſont attachées comme ſi elles ne faiſoient plus qu'un corps un peu applati, gardant néanmoins la figure & le relief de leurs diviſions.

La couleur de cette Plante, quand on la tire de l'eau, eſt d'un verd pâle tirant ſur le jaune ſale, j'ai néanmoins remarqué au commencement de Juillet que l'extremité de toutes les branches à la longueur d'environ 5. à 6. lignes étoit d'un blanc jaunâtre plus pâle que le citron, parce que cette Plante étoit apparemment en ſêve, & croiſſoit pour lors, comme j'ai lieu de le croire, car les extremitez quand la Plante a été hors de l'eau, étoient bien plus molles que le reſte, & ſe ſont bien-tôt fanées ou flétries, ayant diminué de plus de moitié de volume, & ſont reſtées plus long-temps molles que le reſte de la Plante. Je l'ai fait deſſiner ſur la fin de ce même mois, & je n'y ai plus trouvé ces differences. Quand cette Plante eſt deſſechée, elle eſt de couleur jaune ſale avec quelque luiſant, comme ſi on avoit paſſé deſſus un vernix, ce qui eſt l'effet du mucilage dont elle eſt remplie.

Lorſque cette Plante eſt ſéche, elle eſt très-fragile, ſe caſſe aiſément, & ſi friable, que ſi on la preſſe entre les doigts, ſes parties ſemblent n'avoir aucune liaiſon que celle que leur donnoit le mucilage qui paroît ſec, attaché aux petits filets briſés, à peu-près comme le ſuc medullaire qu'on obſerve ſur les fibres oſſeuſes des portions tendres & celluleuſes des os des animaux. Exterieurement cette Plante eſt raboteuſe & inégale, elle paroît comme chagrinée à la vûë ſimple, & montre quelques trous ou pores aſſez grands, diſperſés ſans arrangement, parfaitement reſſemblans aux trous des groſſes éponges : mais ſi on la regarde avec une Loupe, on la trouvera percée d'une infinité

de petits trous, dont la figure qui eſt curviligne ne peut être exactement déterminée, quoi-qu'ils ſemblent à peu-près d'une même grandeur & diſpoſés dans une diſtance égale; les bords de ces trous qui ſont remplis de mucilage ſont ornés de petits poils preſque imperceptibles tout autour de leurs bords. Pour la ſubſtance interieure, elle n'eſt compoſée que de petits filets courts, differemment poſés les uns ſur les autres, qui par leur arrangement irregulier forment un tiſſu fort inégal, duquel les eſpaces ſont remplis de ce mucilage dont j'ai déja parlé, & lorſque ce mucilage en eſt ſorti, ce n'eſt plus pour ainſi dire qu'un ſimple ſquelet dans lequel on n'apperçoit autre choſe que les filets. Cette Plante a une odeur marécageuſe & ſent très fort le Poiſſon; cette odeur s'augmente de plus en plus, ſi on garde quelque tems la Plante dans l'eau : ſi l'on remet cette Plante déja ſéche dans l'eau, elle reprend à peu de choſe près ſon premier volume & ſa premiere molleſſe, & acquiere une couleur plus foncée que celle qu'elle a naturellement dans l'eau où elle végetoit, ſi l'on peut dire qu'un corps végete dans lequel on ne découvre aucuns organes. L'on peut exprimer l'eau dont elle eſt remplie comme des autres éponges; mais ſi on la preſſe trop, elle ſe briſe : enfin lorſqu'après avoir été pluſieurs fois remiſe dans l'eau & ſéchée, on la laiſſe ſécher en dernier lieu, elle prend une couleur cendrée, & perd ſon odeur.

J'ai trouvé cette Plante dans la Seine attachée aux pierres d'une des piles du Pont Neuf. Je l'ai pareillement obſervée autrefois dans la Riviere de Loire, qui étoit adherante aux Pilotis des Moulins du Pont de Blois. M. Marchant m'a aſſuré qu'il l'avoit trouvée dans la petite Riviere des Gobelins, & que l'ayant fait ſécher, elle s'en étoit allée en pouſſiere; ce que je n'ai remarqué qu'à celle qui avoit été entierement dépoüillée de ſon mucilage, apparemment parce que je ne l'ai point gardée aſſez long-tems.

Me ſouvenant qu'autrefois en ſe baignant, les jeunes gens, pour ſe faire piece, frottoient dans l'eau quelqu'unes

des parties nües de leurs camarades, avec une espece de Mousse verte, qu'ils prenoient à la partie des pilotis, des Moulins qui étoit dans l'eau; ce qui causoit à ceux qui en avoient été frottés, une cuisson fort incommode : je me suis imaginé que ce pouvoit être cette Plante qui faisoit cet effet. J'en ai donc essayé, & après avoir frotté mon bras de cette Plante, il s'y est fait une rougeur assez remarquable sans élevation sensible, accompagnée d'une cuisson legere, à peu-près semblable à l'ardeur que l'on ressent au bout d'une heure, lorsqu'on à touché à des feüilles d'Ortie, & que l'on a été assez patient pour ne se point grater. Cette démangeaison cuisante a duré près de 18. heures. J'ai réïteré cette experience qui s'est trouvée toûjours la même. Cet effet paroît venir de l'insinuation des petits poils qui bordent exterieurement les pores de cette Plante, dans ceux de la peau.

Au lieu de racine cette éponge se colle sur la pierre, comme je l'ai dit, par le moyen de son mucilage; j'en ai trouvé dessous des grumeaux blanchâtres de la grosseur de quatre ou cinq grains de Millet joints ensemble, lesquels écrasés sous les doigts ressembloient parfaitement à de la colle, mais ils ont disparu par la sécheresse. On apperçoit facilement ce mucilage quand la Plante sort de l'eau qui forme à la surface des pores une petite peau mince & transparente, ce qui donne le luisant dont nous avons parlé.

Lorsque pour conserver à cette Plante sa mollesse naturelle, je l'ai laissée dans l'eau, le mucilage s'y est dissout & a formé à la surface de l'eau une pellicule, après quoi cette Plante, ainsi dépoüillée de son mucilage, paroît d'un tissu très rare, quoique pour un corps spongieux, en la tirant de l'eau, elle parut d'un tissu assez solide & serré. Enfin quand j'ai relevé cette Plante de l'endroit où je l'avois mis sécher, elle étoit adherante à la planche sur laquelle elle étoit posée, & l'ayant enlevée, l'humidité qui y restoit étoit gluante à peu-près comme de l'eau dans laquelle on auroit fait fondre de la Gomme Arabique.

Aucun de nos Auteurs, que je sçache, n'a fait mention qu'il eut obſervé cette Plante en France, auſſi n'eſt-elle pas facile à trouver, car elle étoit près d'un demi pied enfoncée ſous l'eau cette année, quoique la Riviere fut très-baſſe.

Deux Auteurs ont parlé d'une Plante fort ſemblable à celle-ci, M[rs]. Ray & Pluknet; mais ſuppoſé que ce fût la même, il eſt certain qu'ils ne l'ont vûë que ſéche, comme le prouve aſſez la courte deſcription du premier & la figure du ſecond. Le premier n'en parle qu'après M. Newton, qui l'a trouvée dans la Riviere d'Yare en Angleterre. Voici ce qu'il en dit. *Colore eſt per ſiccitatem magis cinereo quam præcedens* (*ſpongia ramoſa C. B.*) *ramulis digitum minimum craſſis, non nullis diviſione ſua digitos imitantibus, aliis in extremo dichotonnis & velut cornutis, aliis variè & nullo ordine diviſis.* Il faut remarquer que la *ſpongia ramoſa C. B.* n'eſt point du tout de couleur cendrée à moins qu'elle ne ſoit ſale & limoneuſe.

* *Iſis fluvius* près d'Oxfort, c'eſt une petite Riviere qui ſe jette dans la Tamiſe.

M. Sherard en a trouvé une ſemblable dans l'Iſe*, dont il fit preſent à M. Pluknet, qui en donne une figure aſſez mauvaiſe. Si elle eſt la même que celle dont je parle, je ſuis perſuadé que celle de ces Auteurs n'eſt qu'une même Plante, ce qui eſt conforme au ſentiment de M. Tournefort, qui n'en a fait qu'une ſeule eſpece citée ſous ces noms, pag. 576. Inſt. rei herb. *ſpongia ramoſa, fluviatilis.* Newtoni Raii hiſt. 81. *ſpongia fluviatilis, amfractuoſa, perfragilis ramoſiſſima noſtras.* Pluk. Phytog. tab. 112. fig. 3.

Il eſt encore fait mention d'une Plante qui approche de celle-ci dans le *Flora Pruſſica*; la figure qu'on en donne dans ce livre eſt très mauvaiſe.

Ce qui me donne lieu de douter que ces Plantes ſoient les mêmes que la nôtre, c'eſt que la figure qu'en donne M. Pluknet repreſente les extremités pointuës, & la nôtre les a mouſſes & rondes, que les extremités de ſa figure ſont preſque toutes fourchuës, ce qui eſt aſſez rare dans celle-ci; d'ailleurs il repreſente la partie inferieure

comme un bulbe rond, au lieu que celle-ci forme une espece de placque étenduë & assez mince; de plus la nôtre a des branches solitaires & non divisés, ce qui est fort different de la figure de M. Pluknet, & ne convient point avec la courte description de Mr. Ray, qui n'a d'autre convenance que la couleur cendrée qui seroit d'un grand poids, si l'Auteur avertissoit qu'elle ne l'a qu'après avoir trempé plusieurs fois dans l'eau où elle perd son mucilage, & après qu'elle a été séchée.

Les termes de la phrase de M. Pluknet *amfractuosa* & *perfragilis* conviennent assez, cependant aucun de ces Auteurs ne parle de l'odeur qui est très remarquable. Toutes ces raisons me tiennent en suspends, & font que je n'ose pas encore assurer que cette Plante n'est pas la même: ce que l'on peut seulement conclure, est que si elle étoit la même, ils ne l'ont vûë que séche.

M. de Reaumur nous a donné dans les Memoires de l'année précédente la description d'une Plante qu'il nomme *Boletus ramosus, Coralloïdes fœtidus*, dont la figure, quoique differente de l'éponge que je viens de décrire, y ressemble cependant mieux qu'aucune de celles des Auteurs que j'ai cités. Comme suivant sa description le tissu interieur approche fort de celui de cette éponge. J'aurois été embarassé pour sçavoir à quel genre je devois rapporter cette Plante, si je n'avois pas remarqué d'ailleurs qu'il y en a quelques-uns qui ne sont pas déterminés d'une maniere assez précise dans la nouvelle méthode.

Tel m'a parû, par exemple, celui dont il s'agit, comme on le peut voir par ce qui suit. Je vais rapporter les termes de M. de Tournefort *El. de Bot. p. 446.* Il faut établir le genre de l'éponge dans le port qui consiste dans une tissure particuliere, qui rend ce corps poreux & mou. La définition Latine dans les *Inst. rei herb. p. 575.* est encore plus courte & moins précise: *Spongia est Plantæ genus in aquis nascens, molle & foraminibus pervium quale exhibetur*, tab. 342. c'est-à-dire l'éponge est un genre de

Plante qui croît dans l'eau, qui eſt mou & percé de trous; tel qu'il eſt repreſenté, &c. Sur ces définitions il faut faire attention.

1°. Que toutes les eſpeces d'éponges décrites par les Botaniſtes ne ſont pas molles; c'eſt ce que l'on peut prouver par l'eſpece qui eſt nommé *Spongiæ hircinæ imp.* J. B. Raii hiſt. 81. auſſi-bien que l'eſpece ci-deſſus décrite, qui n'eſt molle que lorſqu'elle eſt humectée, c'eſt pour cela que je crois qu'il faut retrancher cette qualité comme accidentelle.

2°. Quoique toutes les éponges ſoient poreuſes, leurs pores ſont de differentes grandeurs, de ſorte que dans une même eſpece on trouve quelquefois des pores très ſenſibles & d'autres qui le ſont peu; il y en a même qui ne paroiſſent pas toutes percées à la vue ſimple, à raiſon de la petiteſſe de leurs pores, telle eſt le *Spongia ramoſa*, C. B.

3°. Le tiſſu des éponges eſt d'un arrangement très-biſarre & très remarquable par ſon irregularité, mais ce tiſſu tout particulier qu'il eſt, n'eſt pas ſuffiſant pour en définir le caractere.

4°. Le mucilage dont le tiſſu eſt rempli, peut bien entrer dans le caractere de ce genre, puiſqu'on le trouve aſſez ordinairement dans les autres eſpeces: ſans doute que c'eſt ſur ce fondement que M. Ray s'en eſt ſervi.

Ces reflexions m'ont fait conclure qu'il ſeroit à propos de définir ainſi le caractere de ce genre. L'éponge eſt un genre de Plante dont le tiſſu eſt formé par des fibres aſſemblées irregulierement, à peu-près ſemblable à de la laine ou des poils taſſés qui s'écartent les uns des autres quand l'humidité penetre ce tiſſu, & s'affaiſſent ou ſe reſſerrent par la ſéchereſſe, & dont les pores ſont enduis de mucilage.

Cette définition paroît convenir à toutes les eſpeces décrites par M. Ray. Je ne dois pas cependant diſſimuler que M. de Tournefort, pour ſuivre ce qu'il a poſé, ne range point ſous ce genre l'eſpece ci-deſſus rapportée,

Spongæ hircinæ imp. J. B. comme l'a fait M. Ray parce qu'elle n'eſt pas molle.

EXPLICATION DE LA FIGURE.

QUoi qu'il ſemble que la Figure ſoit contre les regles de la perſpective, il eſt neceſſaire d'avertir que cela a été fait à deſſein, pour ne point rëiterer une Figure, comme il a été pluſieurs fois pratiqué par d'autres.

A Face verticale de la pierre.
B Baſe ou Placque de la Plante.
C Rameaux non diviſés.
D Rameaux diviſés en pluſieurs branches.
E Rameaux diviſés & rëünis.
F Extremités mouſſes.
G Extremités fourchuës.
H Partie vûë avec la Loupe.
I Poils qui bordent les pores.

SUR L'OBSERVATION DES SOLSTICES

Par M. DELISLE le Cadet.

LE tems du Solſtice eſt celui auquel le Soleil eſt le plus éloigné de l'Equateur; comme il s'en éloigne & s'en approche fort lentement aux environs des Solſtices, c'eſt ce qui fait que ce tems eſt très difficile à déterminer. Les differens éloignemens du Soleil à l'Equateur & aux Tropiques, ſe connoiſſent par les hauteurs Meridiennes, car plus le Soleil paroît à midi élevé au-deſſus de l'horiſon, & plus il eſt proche du Solſtice d'Eté, & au contraire plus il eſt bas & plus il eſt proche de celui d'Hiver. Il ſuit donc qu'en 21. Juillet 1714.

obſervant pluſieurs jours de ſuite aux environs des Solſtices les hauteurs Meridiennes du Soleil, l'on connoîtra le jour du Solſtice par celui auquel la hauteur aura été obſervée la plus grande ou la plus petite; mais s'il ſe trouve deux jours de ſuite auſquels la hauteur Meridienne du Soleil ait été obſervée la même, alors le Solſtice pourra être rapporté ou à la fin du premier de ces deux jours, ou au commencement de l'autre.

La comparaiſon des differentes hauteurs Meridiennes du Soleil obſervées pluſieurs jours devant & après le Solſtice, ne donne pas ſeulement le jour du Solſtice, mais l'on en peut auſſi conclure l'heure aſſez exactement; car par la comparaiſon des differentes hauteurs Meridiennes obſervées pluſieurs jours de ſuite, lorſque le Soleil s'éleve continuellement ou s'abaiſſe, l'on voit de combien il s'éleve ou s'abaiſſe par jour; ainſi lorſque par l'Obſervation l'on n'aura pas trouvé deux midis auſquels le Soleil ſoit revenu préciſément à la même hauteur, l'on pourra cependant conclure par ſon mouvement entre deux midis, tous deux avant ou après le Solſtice, quelle eſt l'heure à peu-près entre ces deux midis, auquel le Soleil a dû être revenu à la même hauteur qu'à un autre midi; ce qui ſuffit pour connoître le tems du Solſtice que l'on ſçait être préciſémment entre deux tems auſquels le Soleil ſera revenu préciſemment à la même hauteur ou plus près de l'un que de l'autre d'une quantité connuë.

Mon deſſein n'étant que de parler de la préciſion où l'on peut pouſſer l'Obſervation des Solſtices, je n'expliquerai pas plus au long la maniere dont on a coûtume de conclure le tems des Solſtices par l'Obſervation. Ce que j'en ai dit ſuffit pour faire voir que les hauteurs Meridiennes ſont les ſeules Obſervations dont on a beſoin pour déterminer les Solſtices, & qu'ainſi toute la juſteſſe de cette détermination de la part des Obſervations dépend de la préciſion avec laquelle on peut obſerver les hauteurs Meridiennes du Soleil.

L'on

L'on ſe ſert pour cela de Quarts de Cercle, de Gnomons, & autres inſtrumens les plus grands & les plus juſtes que l'on peut avoir; mais la difficulté d'en avoir d'auſſi grands que le demande la délicateſſe de cette recherche, auroit toûjours laiſſé quelque choſe à deſirer ſur la préciſion de cette détermination, ſi l'on ne s'étoit heureuſement apperçû que l'on pouvoit ſe paſſer de connoître les hauteurs abſoluës du Soleil.

En effet, comme il ne s'agit pour déterminer le moment du Solſtice, que de connoître deux inſtans auſquels le Soleil ſoit revenu préciſément à la même hauteur, & que cela ne ſe fait, comme je viens de dire, que par la comparaiſon des differentes hauteurs Meridiennes, c'eſt-à-dire par leurs differences, il ſuit que ſi l'on peut obſerver immediatement ces differences, l'on pourra ſe paſſer de connoître les hauteurs abſoluës, puiſqu'elles ne ſervent qu'à donner ces differences.

L'avantage qu'il y a à obſerver immediatement les differences de déclinaiſon du Soleil plutôt qu'à les conclure des hauteurs abſoluës, eſt que ces differences ſe peuvent obſerver avec une très petite portion de Cercle, au lieu que les hauteurs abſoluës demandent une auſſi grande portion de Cercle que la hauteur abſoluë contient de degrés. Et comme les inſtrumens peuvent être plus aiſément conſtruits d'autant plus grands que la portion de Cercle qu'ils ont eſt petite, l'on peut eſperer plus de préciſion à déterminer les Solſtices par les Obſervations immediates des differences de déclinaiſon que par celles des hauteurs abſoluës.

Ce ſont ces raiſons qui ont apparemment perſuadé M. Gregori que les Solſtices ſe pourroient déterminer dans la ſuite, du moins auſſi exactement que les Equinoxes, depuis que M. Halley a propoſé une eſpece particuliere de Gnomon, pour obſerver immediatement les differences de déclinaiſon du Soleil.

Ce Gnomon n'ayant pas la ſujettion des Gnomons

ordinaires, l'on pouvoit avec raiſon en eſperer une plus grande préciſion par la détermination des Solſtices ; mais ayant toûjours l'inconvenient des Gnomons ordinaires, à ſçavoir que l'image du Soleil y eſt d'autant moins terminée que le Gnomon eſt grand ; il falloit pour répondre plus pleinement aux eſperances de M. Gregori & aux vœux de tous les Aſtronomes, que l'on trouva moyen d'obſerver immediatement les differences de déclinaiſon avec plus d'évidence & de certitude que l'on ne le peut par un Gnomon, tel que l'avoit d'abord propoſé M. Halley, puiſque la pénombre de l'image du Soleil devoit toûjours faire perdre une partie de la préciſion qu'auroit donné d'ailleurs la grandeur de cet inſtrument. Mais l'on a depuis trouvé le moyen d'avoir toute la préciſion que donne la grandeur d'un Gnomon, en ſe ſervant d'un objectif de longue Lunette que l'on arrête dans un mur, & en recevant ſur un plan à la diſtance du Foyer de ce Verre l'image du Soleil formée par les rayons qui paſſent au travers de cet objectif. Comme cette image eſt incomparablement plus nette & mieux terminée que celle d'un Gnomon ordinaire, & qu'elle eſt preſqu'auſſi bien terminée avec de longs objectifs comme avec de plus courts ; l'on peut dire que l'on a par ce moyen ſenſiblement toute la préciſion que donne la longueur de l'objectif dont on ſe ſert.

Mais ſi à cet objectif l'on ajoûte un oculaire, & que l'on regarde au travers des deux ; comme par ce moyen l'image du Soleil ſera en apparence augmentée de ce qu'elle ſe repreſente ſur un plan par le moyen du ſeul objectif dans le rapport des longueurs des foyers de l'objectif & de l'oculaire ; il ſuit que ſi l'on met au foyer commun de ces deux Verres un Micrometre, comme le mouvement apparent des fils de ce Micrometre ſera auſſi augmenté dans le même rapport, ſi la conſtruction de ce Micrometre ne fait rien perdre de cette augmentation, c'eſt-à-dire, ſi l'on apperçoit ſur ſes diviſions toute la préciſion que

l'on apperçoit dans le mouvement des fils, ou ce qui est le même, si les divisions augmentent autant le mouvement réel des fils que la Lunette augmente les objets; cette disposition donnera necessairement une précision dans la détermination des Solstices qui sera à celle que l'on auroit en ne se servant que de l'objectif, dans le rapport de la longueur du foyer de l'objectif à la longueur du foyer de l'oculaire: & comme plus la Lunette dont on se servira sera longue, & plus ce rapport sera grand, le surplus de précision de la méthode qui employe l'oculaire & le Micrometre par-dessus celle qui n'employe que l'objectif, croîtra toûjours à mesure que l'on employera de plus longues Lunettes.

Tout le monde connoît l'effet du Micrometre joint aux Lunettes; mais comme ces instrumens doivent être pour les Solstices differemment employés que dans les Observations ordinaires, il me reste à expliquer plus particulierement comment cet instrument doit être préparé pour ces Observations, en faisant voir en même temps comment par cette disposition il doit produire l'effet que j'ai dit.

L'objectif de la Lunette dont on se veut servir, doit être immobile & dirigé au Soleil dans le Meridien aux environs du Solstice. Au foyer de cet objectif il faut appliquer un Micrometre dont les divisions augmentent autant le mouvement réel des fils que la Lunette augmente les objets. Ce seroit perdre de l'avantage s'il l'augmentoit moins, & il seroit inutile qu'il l'augmentât plus. Le corps de ce Micrometre doit être immobile, & le fil qui se meut parallelement à soi-même doit être parallele au Tropique, & son mouvement doit avoir assez d'étenduë pour pouvoir suivre un des bords du Soleil, aussi loin du Solstice que l'on a coutume de l'observer. Il faut aussi à ce Micrometre un autre fil que l'on puisse placer dans le plan du Meridien, ou de quelqu'autre Cercle horaire connu qui ne soit pas fort éloigné du Meridien, & que l'on puisse arrêter dans cette situation. Enfin l'oculaire doit être mo-

bile, ſoit à la main, ſoit avec les mouvemens du Micrometre, enſorte qu'il ait toûjours le fil mobile à ſon foyer & au milieu de ſon champ.

Pour la maniere de ſe ſervir de cette machine, elle n'eſt pas fort difficile à appercevoir après ce que j'ai dit; car ayant tout diſpoſé long-temps avant le Solſtice, & ayant dirigé cette machine dans la ſituation qui lui convient par le moyen des étoiles que l'on ſçait devoir paſſer à la même hauteur que le Soleil aux environs des Solſtices, l'on attendra que le Soleil lui-même y vienne, & lorſqu'il y ſera arrivé, l'on fera mouvoir le Micrometre juſqu'à ce que le fil mobile paroiſſe toucher l'un des bords du Soleil, & alors l'on remarquera la diviſion qui indique la ſituation de ce fil: lorſqu'on aura fait la même choſe tous les jours auſquels le Soleil devant & après le Solſtice aura pû être obſervé de la même maniere, en comparant toutes ces differentes ſituations du Soleil; l'on aura des Obſervations ſuffiſantes pour conclure le moment du Solſtice, ce que l'on fera d'autant plus exactement, que l'on aura obſervé le Soleil un plus grand nombre de jours, parce que les petites erreurs inévitables dans les operations, étant partagées dans le grand nombre, en feront moins conſiderables.

Pour concevoir preſentement l'effet de cette machine, il faut ſe repreſenter l'objectif dont on ſe ſert comme centre d'une ſphere dont la ſuperficie concave, ſemblable à celle d'un ſcaphium, ſoit diſtante de ce Verre de la longueur de ſon foyer. Si l'objectif étoit une ſphere entiere, l'image du Soleil auroit ſur la ſuperficie concave de ce ſcaphium tous les mêmes mouvemens que le Soleil nous paroit avoir dans le Ciel; enſorte que ce ſcaphium pourroit ſervir à déterminer exactement tous les mouvemens apparents du Soleil, s'il y avoit ſur la ſuperficie concave autant de cercles tracés que l'on en conçoit dans la ſphere, & que l'on obſerva avec un oculaire mobile, diſtant de la ſuperficie de ce ſcaphium de la longueur de ſon foyer, que l'on obſerva, dis-je, les cercles que rencontreroit l'image du Soleil.

Mais ce ſcaphium au centre duquel feroit une ſphere entiere de Verre, n'eſt pas pratiquable, à cauſe de la prodigieuſe groſſeur que devroit avoir ce Verre pour faire un ſcaphium d'une grandeur mediocre ; car l'on ſçait que le foyer abſolu d'une ſphere n'eſt qu'à un quart de diametre de diſtance de ſa ſuperficie ; ainſi le diametre de la ſphere du Verre dont on ſe ſerviroit, devroit être les deux tiers du diametre du ſcaphium que l'on voudroit faire.

Si au lieu d'une ſphere entiere l'on ſuppoſe au centre du ſcaphium un objectif ordinaire d'une longue Lunette qui ſoit toûjours directement expoſé au Soleil, l'on pourroit de la même maniere que par le ſcaphium qui auroit une ſphere entiere, obſerver tous les mouvemens apparens du Soleil, puiſqu'ils ſe repreſenteroient ſur toute la ſuperficie concave de ce ſcaphium, de même qu'ils ſe font dans le Ciel : mais comme l'on n'a beſoin pour l'Obſervation des Solſtices que de ſuivre le mouvement du Soleil dans un petit arc du Meridien, & que l'on ſçait par la dioptrique que les differens points où ſe réüniſſent tous les rayons ſoit perpendiculaires ſoit obliques à un objectif ordinaire, ſont tous dans la ſuperficie d'une ſphere dont le centre eſt quelque part ſur l'objectif ; il ſuit que ſi l'on prend un objectif ordinaire d'une longue Lunette, & qu'on l'arrête fixe dans le Meridien perpendiculairement au Soleil aux environs du Solſtice, l'image du Soleil décrira ſenſiblement au foyer de cet objectif la ſuperficie d'une ſphere qu'elle parcourera réellement de la même maniere que le Soleil paroît ſe mouvoir dans le Ciel ; c'eſt pourquoi ſi l'on ſuppoſe pluſieurs fils tendus ſur la ſuperficie de cette ſphere dans la ſituation des cercles de la ſphere, l'un dans le plan du Meridien, & beaucoup d'autres fort près les uns des autres qui repreſentent des paralleles, & que l'on reçoive avec un oculaire mobile l'image du Soleil & des fils à l'endroit où elle ſe peint ſur ces fils immobiles, l'on pourra par ce moyen reconnoître fort aiſément & fort exactement, ſi le Soleil revient aux mêmes paral-

leles dans les temps que l'on l'obſervera : mais ſi au lieu de tous ces fils paralleles l'on n'en ſuppoſe qu'un ſeul qui ſe meuve ſur des diviſions immobiles parallelement à ſoi-même, l'on pourra non ſeulement reconnoître, lorſque le Soleil reviendra au même parallele, mais encore lorſqu'il n'y reviendra pas préciſément, l'on pourra meſurer de combien il s'en trouvera éloigné.

Comme il arrive très rarement que le Soleil revienne préciſément à la même ſituation aux differens temps que l'on obſerve, il faut employer tous ſes ſoins à connoître exactement la quantité du mouvement du Soleil entre les differens jours où l'on obſerve, puiſque c'eſt de-là que dépend toute la juſteſſe de la détermination des Solſtices, & c'eſt pour cela qu'il faut ſe ſervir d'un Micrometre dont les diviſions multiplient autant le mouvement réel des fils que la Lunette groſſit les objets, & alors l'on ſera ſeur d'avoir de la part des inſtrumens toute la juſteſſe que l'on peut eſperer dans l'Obſervation des Solſtices.

REFLEXIONS

Sur des Nouvelles Obſervations des Marées faites dans le Port de Breſt.

Par M. CASSINI.

4. Août 1714. LES Obſervations ſur les Marées qui ont éte faites juſqu'à preſent en divers Ports de la France, nous ont fait connoître le rapport qu'il y a entre les mouvemens de la Lune & ceux de la Mer. Toutes les inégalités qu'on obſerve dans cette Planete ſur la Mer paroiſſent être repreſentées, & nonobſtant l'agitation où elle ſe trouve preſque continuellement par l'impulſion des vents contre les Côtes, dont la direction reflechit ſes eaux en differentes ma-

nieres, on reconnoît toûjours dans ſon mouvement une periode qui ſuit les diverſes ſituations de la Lune à l'égard de la Terre.

Il reſtoit encore à expliquer quelques-unes de ces inégalités qui ne paroiſſoient pas d'abord ſuſceptibles d'aucune regle, mais nous avons reconnu depuis qu'on pouvoit les attribuer à l'action du Soleil, enſorte que les diverſes combinaiſons du mouvement de ces deux Planetes & de leur ſituation entr'elles & à l'égard de la Terre, produiſent preſque toutes les varietés qu'on obſerve dans les Marées.

Pour ce qui eſt du Soleil, il acheve ſon cours dans l'eſpace d'une année, après laquelle les inégalités qui ſe rencontrent dans ſes mouvemens reviennent à peu-près dans le même ordre. Son Apogée ſe meut très lentement, de ſorte que la direction de ſon Orbe ne varie pas ſenſiblement dans l'eſpace de pluſieurs années. Il n'en eſt pas de même des mouvemens de la Lune; ſa révolution eſt beaucoup plus prompte que celle du Soleil, & elle eſt ſujette à un plus grand nombre d'inégalités. Son Apogée & par conſequent la direction de ſon Orbe varient conſiderablement dans l'eſpace d'une année; ſes nœuds ou l'interſection de ſon Orbe avec l'Ecliptique ont auſſi un mouvement en ſens contraire, ce qui produit dans ſa ſituation à l'égard de la Terre des varietés qu'on ne peut obſerver que dans une longue ſuite d'années. Il étoit donc important d'avoir un grand nombre d'Obſervations des Marées, telles que nous avons eû juſqu'à preſent, & dont nous ſommes redevables à M. le Comte de Pontchartrain, qui a donné ordre de les continuer à Breſt, & à qui on a envoyé celles qui ont été faites dans ce Port pendant l'eſpace d'une année entiere depuis le 1. Avril 1713. juſqu'au 1. Avril 1714.

Nous avons donc preſentement les Obſervations de près de trois années faites dans un même Port ſans aucune interruption, & avec toutes les circonſtances que l'Academie avoit demandées; ce qui nous met en état d'examiner

ſi elles ſe trouvent conformes aux regles que l'on avoit dreſſées ſur les premieres que nous avions reçûës.

Dans l'intervalle compris entre ces dernieres Obſervations, il y a 25 tant Nouvelles que Pleines Lunes, & un pareil nombre de Quadratures, & l'on y a obſervé les Marées de deux Equinoxes & de deux Solſtices. Mais avant que de les examiner, il faut remarquer que le Cadran au Soleil dont on s'étoit ſervi juſqu'à preſent à Breſt pour régler la Pendule, ne marquoit pas exactement le Midi, & que M. Coubard, Profeſſeur d'Hydrographie dans ce Port, ayant tracé une ligne Meridienne avec beaucoup de ſoin, avoit trouvé qu'il avançoit ſur l'heure veritable de 17 minutes qu'il faut retrancher de toutes les Obſervations qui nous ont été envoyées.

Cette difference qui eſt aſſez conſiderable, change l'heure moyenne de la haute Mer, que nous avions déterminée à Breſt dans les Nouvelles & Pleines Lunes à 3^h $45'$, & dans les Quadratures à 8^h $57'$, mais elle ne cauſe aucune variation dans la methode que nous avions donnée pour déterminer l'heure de la Pleine Mer, ni dans la Progreſſion avec laquelle les Marées augmentent ou diminüent. Car ſi on retranche 17 minutes de ces temps ainſi déterminés, on aura le temps moyen de la Pleine Mer à Breſt dans les Nouvelles & Pleines Lunes à 3^h $28'$ ou 3 heures & demie, & dans les Quadratures à 8^h $40'$; & ſuppoſant la régle qui a été preſcrite dans les derniers Memoires, on trouvera le temps vrai de la Pleine Mer dans toutes les Phaſes de la Lune, avec autant de préciſion qu'on l'a fait juſqu'à preſent.

Par exemple, le 8 Juin 1713, jour de la Pleine Lune, qui arriva à 6^h $21'$ du ſoir, la Pleine Mer du matin fut obſervée à 2^h $53'$, temps corrigé, qui eſt une de celles qui eſt arrivée le plûtôt dans l'eſpace de trois années. Suppoſant le temps moyen de la Pleine Mer à Breſt à 3 heures & demie, on trouvera que cette Pleine Mer a dû arriver à 3^h $0'$ du matin à $7'$ près de l'Obſervation.

Pareillement

Pareillement le 2 Decembre 1713, jour de la Pleine Lune, qui arriva à 3 30′ du matin, la Pleine Mer du ſoir fut obſervée à 4ʰ 0′ tems corrigé. Elle a dû arriver ſuivant la regle à 3ʰ 54′ à ſix minutes près de l'Obſervation.

Dans ces deux exemples le Calcul des Marées s'accorde avec l'Obſervation à 6 ou 7 minutes près, qui eſt une difference peu conſiderable, & qu'on peut aiſément attribuer à la difficulté de déterminer préciſément l'heure de la Pleine Mer. Il eſt vrai qu'il y a quelques Obſervations qui s'éloignent davantage du calcul ; mais ces inégalités apparentes ne laiſſent pas d'être ſuſceptibles de quelques regles, car nous remarquons que lorſque les Marées ſont fort grandes, la Pleine Mer arrive de bonne heure & anticipe le calcul, & que tout au contraire elle arrive plus tard & retarde à l'égard du calcul, lorſque les Marées ſont fort petites.

Par exemple, le 11 Janvier 1713, jour de la Pleine Lune, la hauteur de la Pleine Mer fut obſervée de 15. pieds 10 pouces 6 lignes, une des plus petites qu'on ait remarqué, auſſi le tems de la Mer arriva à 3ʰ 46′ du ſoir plus tard de 26 minutes que ſuivant le calcul.

Tout au contraire le 14 Fevrier 1714, jour de la Nouvelle Lune, la hauteur de la Pleine Mer fut obſervée le matin de 18 pieds 5 pouces, une des plus grandes qui ait été remarquée, auſſi les tems de la Pleine Mer arriva à 2ʰ 58′, 10 minutes plûtôt que ſuivant le calcul. Il en eſt de même de la plûpart des autres Obſervations, de ſorte qu'on peut employer une Equation pour corriger le tems des Marées, ſuivant qu'elles doivent être grandes ou petites, & trouver l'heure de la Pleine Mer avec plus d'exactitude qu'on ne l'avoit fait juſqu'à preſent.

On remarquera ici qu'au mois de Septembre de l'année 1713 la Pleine Lune étant marquée dans la Connoiſſance des tems & dans les Ephemerides de Beaulieu, le 5 à 5 heures du ſoir ; on calcula pour ce jour-là la hauteur de la Marée du matin à 3ʰ 4′, trente-ſept minutes plûtôt que

ſuivant l'Obſervation, & celle du ſoir à $3^h 28'$, quarante minutes plûtot que celle qui avoit été obſervée. Cette difference qui étoit plus grande qu'aucune de celles que nous avions remarquée, nous donna la curioſité de calculer le vrai tems de la Pleine Lune, & nous trouvâmes qu'elle devoit arriver le 4 Septembre ſur les cinq heures du ſoir, un jour plûtôt qu'elle n'avoit été marquée; de ſorte que dans cette occaſion les Marées ont ſervi à reconnoître l'erreur qui s'étoit gliſſée dans le calcul d'une Phaſe de la Lune.

A l'égard du tems de la Pleine Mer dans les Quadratures, on le trouvera de la même maniere que pour les ſizygies, quoiqu'avec un peu moins de préciſion. Car le 17 Avril 1713, jour du dernier quartier, qui eſt marqué à $9^h 40'$ du ſoir, la Pleine Mer du matin arriva à $8^h 1'$ qui eſt une de celles qui a été obſervée le plûtôt. Suppoſant le tems moyen de la Pleine Mer à Breſt dans les Quadratures à $8^h 40'$, on trouvera qu'elle a dû arriver ſuivant le calcul à $8^h 7'$, ſix minutes plûtard que celle qui a été obſervée.

Le 17 Mai ſuivant, jour du dernier quartier, qui eſt marqué à $3^h 11'$ du matin, la Pleine Mer du ſoir arriva à $9^h 51'$ du ſoir; elle auroit dû arriver ſuivant le calcul à $9^h 24'$, de ſorte que le tems de cette Marée ſe trouve repreſenté par le moyen de cette regle avec une difference ſeulement de 27 minutes, au lieu d'une heure, & onze minutes qu'il y avoit entre le tems moyen de la Pleine Mer dans les Quadratures & l'Obſervation.

Le tems moyen de la Pleine Mer étant à Breſt dans les ſizygies à $3^h 30'$, & dans les Quadratures à $8^h 40'$, il ſuit que la ſomme des retardemens des Marées depuis les Nouvelles & Pleines Lunes juſqu'aux Quadratures eſt de $5^h 10'$, moindre de $1^h 40'$ que la ſomme des retardemens des Marées depuis les Quadratures juſqu'aux ſizygies qui eſt de $6^h 50'$. Ce phénomene que nous avions d'abord remarqué à Dunkerque & au Havre, & enſuite à Breſt,

nous avoit parû jusqu'à present très difficile à expliquer. Cependant il semble qu'on en peut donner aisément la raison suivant les Principes reçûs de tous les Philosophes.

Nous supposons pour cela que plus les corps sont poussés avec effort, & plus ils ont de vitesse. Cela est constant dans les corps solides, & on en voit aussi les effets dans les corps liquides, tels que les flots de la Mer, qui plus ils sont agités par le vent, plus ils se meuvent avec impetuosité, en augmentant en même tems de volume. Il suit de-là que les plus grandes Marées qui sont causées par une plus grande pression, doivent arriver plûtôt, & que les retardemens d'un jour à l'autre doivent être moindres que dans les petites Marées où la Mer est agitée par une pression moins forte. Cela s'observe en effet, conformément à ce que nous avons remarqué, que dans les sizygies où les Marées sont plus grandes, la Pleine Mer arrive de meilleure heure, & le retardement d'un jour à l'autre est moindre que vers les Quadratures où les Marées sont plus petites.

De-là il resulte que la somme des retardements des Marées depuis une sizygie jusqu'à la Quadrature prochaine doit être moindre que la somme des retardements depuis cette Quadrature jusqu'à la sizygie suivante. Car si l'on fait attention que le tems des plus grandes Marées arrive toûjours dans l'intervalle compris entre la sizygie & la Quadrature, & que le tems de la plus petite Marée arrive toûjours depuis la Quadrature jusqu'à la sizygie prochaine, on trouvera que depuis les sizygies jusqu'aux Quadratures, les Marées l'une portant l'autre sont plus grandes que depuis les Quadratures jusqu'aux sizygies, & qu'ainsi la somme des retardements des Marées qui sont, comme on l'a dit ci-dessus, en raison réciproque des hauteurs, doit être moindre depuis la sizygie jusqu'à la Quadrature prochaine que depuis cette Quadrature jusqu'à la sizygie suivante, conformément à l'experience. Ceci s'éclaircira par un exemple.

Le 10 Avril 1713, jour de la Pleine Lune, la hauteur

de la pleine Mer fut obſervée le ſoir de 16 pieds 9 pouces 8 lignes. Elle étoit le 11 de 17 pieds 1 pouce, le 12 de 17 pieds trois pouces, le 13 de 17 pieds 2 pouces, le 14 de 16 pieds 4 pouces, le 15 de 14 pieds 0 pouce, & le 16 de 14 pieds 3 pouces. La ſomme de toutes les hauteurs de ces Marées juſqu'à la Quadrature eſt de 112 pieds 11 pouces.

Le 17 Avril ſuivant, jour du dernier quartier, la hauteur de la pleine Mer fut obſervée le ſoir de 13 pieds 6 pouces 8 lignes. Elle étoit le 18 de 13 pieds 1 pouce, le 19 de 13 pieds 8 pouces, le 20 de 13 pieds 5 pouces, le 21 de 14 pieds 7 pouces, le 22 de 15 pieds 4 pouces, & le 23 de 16 pieds 7 pouces. La ſomme de toutes les hauteurs de ces Marées juſqu'à la Nouvelle Lune du 27 Avril eſt de 100 pieds 3 pouces, moindre de 12 pieds 8 pouces que depuis la Pleine Lune juſqu'à la Quadrature, & par conſequent la ſomme des retardements des Marées depuis la Pleine Lune du 10 Avril 1713, juſqu'au 17 Avril jour du dernier quartier, a dû être plus petite que depuis le dernier quartier juſqu'à la Nouvelle Lune du 24 Avril conformément à l'experience, le retardement de la Pleine Mer ayant été obſervé de $5^h\ 18'$ depuis le 10 Avril juſqu'au 17, & de $6^h\ 35'$ depuis le 17 juſqu'au 24 du même mois.

Il paroît donc que la difference qui ſe trouve entre les retardemens des Marées depuis les ſizygies juſqu'aux Quadratures, & les retardemens des Marées depuis les Quadratures juſqu'aux ſizygies, provient de ce que les termes des plus grandes & des plus petites Marées n'arrivent point dans les ſizygies ni dans les Quadratures, mais pour l'ordinaire un ou deux jours après, ce qui a été reconnu dans preſque toutes les Obſervations, & paroît être une preuve que la Lune eſt le principe & la cauſe des Marées. Car cette parfaite correſpondance qui ſe trouve entre les mouvemens de la Lune & ceux de la Mer, ne peut être produite que par quelque mouvement dans la Terre qui ſoit le principe des mouvemens de la Lune, ou par quel-

qu'autre cause inconnuë qui influë en même tems sur la Terre & sur la Lune, ou enfin par la pression de la Lune. Si les Marées étoient produites par quelque mouvement de la Terre, l'effet devroit se faire sentir premierement sur la Mer & ensuite se communiquer à la Lune, ainsi bien loin que les grandes & petites Marées & tous les Phénomenes qu'on y observe suivissent les Phases de la Lune, elles devroient les préceder, ce qui est contraire à l'experience. Si c'étoit une même cause qui agit en même tems sur la Lune & sur la Mer, les tems des Marées se feroient de concert avec les mouvemens de la Lune, & les differens changemens qu'on y observe s'appercevroient en même tems que les diverses Phases de cette Planette.

Il reste donc à conclure que c'est la Lune qui est le principe du mouvement des Marées, puisque la pression qu'elle y cause ne s'apperçoit point dans l'instant, mais quelque tems après, suivant les loix ordinaires du mouvement qui se communique d'un corps à l'autre par la succession du tems.

Pour revenir à nos Observations, nous remarquons dans celles-ci, de même que dans les précedentes, que les diverses distances de la Lune à la Terre contribuent beaucoup aux differentes hauteurs des Marées, & cette cause est si constante, que de plus de 140 Observations tant des sizygies que des Quadratures que nous avons examinées, il n'y en a pas une seule qui n'y soit conforme.

Par exemple, le 22 Juillet 1713, jour de la Nouvelle Lune, cette Planette étant près de son Apogée & sa distance à la Terre de 1064 parties dont la moyenne est 1000, on observa la hauteur de la Pleine Mer de 16 pieds un pouce, & le 25 Juillet au soir jour de la plus grande Marée, elle fut trouvée de 16 pieds 9 pouces, qui est une des plus petites qu'on ait observé à Brest. Le 6 Août suivant, jour de la Pleine Lune, cette Planete étant fort près de son Perigée, & sa distance à la Terre de 935, on observa la hauteur de la Pleine Mer de 19

pieds 6 pouces, & le lendemain au soir, jour de la plus grande Marée de 20 pieds 9 pouces, plus grande de 3 pieds 5 pouces que dans l'Observation précedente.

On trouve par la même raison que lorsque les distances de la Lune à la Terre sont à peu près égales entr'elles, les grandes Marées des Nouvelles & Pleines Lunes sont aussi de la même hauteur. Par exemple, le 10 Avril 1713, jour de la Pleine Lune, la distance de la Lune à la Terre étant de 1004 de même que le 24 Avril, jour de la Nouvelle Lune, on trouva le 12 Avril la hauteur de la plus grande Marée de 17 pieds 3 pouces, & le 25 Avril de 17 pieds 4 pouces, avec une difference seulement d'un pouce entre l'Observation du 12 & du 25 Avril.

Cette inégalité de hauteur dans les Marées causée par la diverse distance de la Lune à la Terre, n'est pas la seule qu'on y observe; car nous avons déja remarqué que plus la Lune étoit près de l'Equinoxial, plus les Marées étoient grandes, & qu'elles diminuoient de hauteur à mesure que sa déclinaison augmentoit. En effet le 15 Mars 1714, jour de la Pleine Lune, cette Planete étant près de l'Equinoxial, & sa distance à la Terre de 939, on observa le 17 Mars suivant au matin la hauteur de la plus grande Marée de 19 pieds 9 pouces 6 lignes au-dessus du point fixe, & celle de la basse Mer de 3 pieds six pouces au-dessous de ce point, de sorte que l'élevation de la Marée fut ce jour-là de 23 pieds 3 pouces 6 lignes, qui est une des plus grandes qui ait été observée à Brest; au lieu que le 8 Juillet 1713, jour de la Pleine Lune, sa déclinaison étant de 21 degrés meridionale, & sa distance à la Terre de 939, la même précisément que dans l'Observation du 15 Mars 1714 l'élevation de la Marée fut observée le 9 Juillet, jour de la plus grande Marée, de 20 pieds 5 pouces 8 lignes, moindre de près de 3 pieds que le 17 Mars de l'année suivante.

En examinant toutes les circonstances de l'Observation

du 17 Mars, nous trouvons que le Soleil étoit alors fort près de l'Equateur, sa déclinaison Meridionale n'étant que de deux degrés; de sorte que trois causes concourroient ensemble à la hauteur de cette Marée, sçavoir la distance de la Terre à la Lune qui étoit alors près de son Perigée, & la situation du Soleil aussi-bien que celle de la Lune à l'égard de l'Equinoxial dont ces deux Planetes déclinoient de peu de degrés. Il est vrai que le Soleil n'étoit pas alors dans son Perigée, sa distance à la Terre étant de 996 parties dont la moyenne est 1000, mais comme l'excentricité de l'Orbe du Soleil est fort petite, l'effet de la distance du Soleil à la Terre qui étoit plus grande seulement d'un soixante-dix-septiéme que lorsqu'il est dans son Perigée, ne pouvoit pas être fort sensible sur les Marées, ni en diminuer considerablement la grandeur. Car il faut remarquer que le Soleil dans son Apogée se trouve près du Solstice d'Eté avec une déclinaison Meridionale; que vers les Equinoxes, il est à peu près dans sa moyenne distance sans déclinaison, & que dans le Solstice d'Hiver il se trouve près de son Perigée avec une déclinaison Septentrionale. L'effet du Soleil sur les Marées doit donc être le plus petit qui soit possible vers le Solstice d'Eté. Il doit être plus grand vers le Solstice d'Hiver, à cause qu'il est dans son Perigée; mais comme la déclinaison du Soleil est alors fort grande, & que l'action qui resulte de ses differentes déclinaisons est plus forte que celle qui est causée par les diverses distances du Soleil à la Terre, l'effet sur les Marées doit être moindre que vers les Equinoxes où le Soleil se trouve à peu-près dans les moyennes distances sans aucune déclinaison. Ainsi la Marée du 17 Mars de cette année devoit être fort grande, conformément à l'Observation.

Il suit de ce que nous venons de rapporter, que les Marées des sizygies doivent être les plus petites, lorsque le Soleil & la Lune sont près de leur Apogée, & que ces deux Planetes sont en même tems dans leur plus grande déclinaison à l'égard de l'Equinoxial, ce qui est conforme à

l'experience. Car le 22 Juin 1713, jour de la Nouvelle Lune, la diſtance de la Lune à la Terre étant de 1055, & ſa déclinaiſon Septentrionale de 23 degrés. Le Soleil étant auſſi dans ſon Apogée avec une déclinaiſon Septentrionale de 23 degrés & demi, on obſerva le 23 & le 24 Juin au ſoir la hauteur de la plus grande Marée de 15 pieds 10 pouces, qui eſt une des plus baſſes qui ait été obſervée à Breſt. Il eſt à remarquer que le 22 Juin, jour de la Nouvelle Lune, la hauteur de la Pleine Mer fut obſervée le matin de 15 pieds, & le ſoir de 15 pieds 8 pouces, plus baſſe qu'on ne l'a trouvée quelquefois le jour des Quadratures où les Marées ſont les plus petites; ce qui fait voir de quelle importance il eſt de connoître les regles des differentes hauteurs des Marées, faute deſquelles les Pilotes pourroient tomber dans l'inconvenient de trouver quelquefois la hauteur des Marées plus petite dans les ſizygies que dans les Quadratures, & d'échoüer contre les Côtes, & en divers endroits de la Mer où il ſe rencontre des bancs de Sable.

Nous avons déja remarqué que la déclinaiſon de la Lune cauſoit auſſi quelque varieté dans la hauteur des deux Marées qu'on obſerve dans un même jour. Que dans les ſizygies de l'Eté la Marée du ſoir étoit plus grande que celle du matin, & que dans celles de l'Hyver la Marée du matin étoit plus grande que celle du ſoir. Que dans les Quadratures qui ſont vers l'Equinoxe du Printems les Marées du matin ſont plus petites que celles du ſoir, & que tout au contraire vers l'Equinoxe d'Automne les Marées du ſoir ſont plus petites que celles du matin.

Cela ſe trouve confirmé par ces nouvelles Obſervations, car le 8 Juin 1713, jour de la Nouvelle Lune, la Marée du matin fut trouvée de 16 pieds 4 pouces, plus petite d'un pied que le ſoir, & la plus grande Marée arriva le 10 Juin au ſoir. Le 22 Juin ſuivant, jour de la Pleine Lune, la Marée du matin fut trouvée de 15 pieds, plus petite de 8 pouces que le ſoir, & la plus grande Marée arriva le 23 Juin au ſoir.

Tout

Tout au contraire le 17 Decembre, jour de la Nouvelle Lune, la Marée du matin fut trouvée de 16 pieds 9 pouces 8 lignes plus grande d'un pouce 8 lignes que celle du soir, & la plus grande Marée arriva le 20 au matin.

Le 31 Decembre suivant, jour de la Pleine Lune, la Marée du matin fut trouvée de 16 pieds 2 pouces plus grande de 4 pouces 6 lignes que celle du soir, & la plus grande Marée arriva le 2 Janvier au matin.

On trouve aussi que le 12, le 28 Septembre & le 12 Octobre de l'année 1713, jours des plus petites Marées qui ont suivi les Quadratures, les plus petites Marées sont arrivées le soir, & que le 23 Fevrier, 10 Mars & 24 Mars de l'année 1714, jours des plus petites Marées qui ont suivi les Quadratures, les plus petites Marées sont arrivées le matin. Il est à remarquer que dans les sizygies de l'Hyver la difference entre la hauteur de la Marée du matin & de celle du soir est moins sensible que dans celles de l'Eté, & que dans les Quadratures du Printemps la difference entre la Marée du matin & celle du soir est moindre que dans celles de l'Automne, ce qui provient de l'augmentation & diminution continuelle des Marées dont les termes sont un ou deux jours après les sizygies & les Quadratures.

Toutes les Observations que nous venons de rapporter ont des Periodes si réglées, qu'on ne peut point douter qu'elles ne soient produites par un principe certain. Il paroît même par les Memoires qu'on a donné ci-devant, que les regles qu'on a prescrites s'accordent aux Observations faites à Dunkerque & au Havre de Grace, à la reserve de ce qui est particulier à chaque Port, comme le temps de la Pleine Mer dans les Phases de la Lune, & l'élevation des Marées qui est beaucoup plus sensible dans de certains endroits que dans d'autres. Ainsi on ne doit pas restraindre ces régles au seul Port de Brest, & on peut donner une instruction generale aux Pilotes, qui servira à leur faire connoître les jours des plus grandes & des plus petites Ma-

rées, pourvû qu'on ait ſoin d'inſerer dans les Ephemerides le diametre apparent de la Lune pour le jour de chaque Phaſe.

Ils remarqueront 1°. la grandeur du diametre apparent de la Lune, qui plus il ſera grand, plus les Marées ſeront élevées.

2°. La déclinaiſon de la Lune qui plus elle eſt grande, moins les Marées ſont élevées, & dont nous trouvons à Breſt que l'action eſt environ la moitié de celle qui eſt cauſée par les diverſes diſtances de la Lune à la Terre.

3°. La déclinaiſon du Soleil qui fait le même effet que celle de la Lune, quoi-qu'avec moins de force, que nous jugeons être à peu-près la moitié de celle de la Lune.

4°. La grandeur du diametre apparent du Soleil dont l'action eſt la moins ſenſible de toutes celles que nous avons remarquées.

Lorſque toutes ces cauſes concourreront enſemble, c'eſt-à-dire, lorſque les diametres du Soleil & de la Lune ſeront les plus petits qui ſoient poſſibles, & que ces deux Planetes auront leurs plus grandes déclinaiſons à l'égard de l'Equinoxial, alors les Marées ſeront les plus petites. Mais lorſque la Lune ſera dans ſon Perigée, que le Soleil & la Lune n'auront point de déclinaiſon, auquel cas le Soleil ſera vers ſa moyenne diſtance, alors la Marée doit être la plus grande qui ſoit poſſible.

Dans les autres ſituations de la Lune au Soleil, les Marées ſeront plus grandes ou plus petites, ſuivant une proportion qu'il eſt aiſé de déduire des régles que l'on vient de preſcrire, pourvû que l'on ſçache dans chaque Port le temps de la Pleine Mer dans les ſizygies & dans les Quadratures, & la plus grande ou la plus petite élevation des Marées.



SECOND MEMOIRE

Sur les Couleurs differentes des Précipités du Mercure.

Par M. LEMERY.

J'AI fait voir dans un Memoire lû en 1712. que les differens Sels absorbants, dont on a coûtume de se servir pour précipiter les métaux dissouts par une liqueur acide, n'operoient rien de particulier sur ces métaux, quant à la couleur du précipité; c'est-à-dire, que quand la dissolution étoit claire & limpide, & qu'en la faisant évaporer, la masse qui en resultoit étoit blanche, le précipité étoit aussi toûjours blanc; & que quand la dissolution avoit une couleur particuliere, soit que ce fut celle du métal, comme dans la dissolution de l'or, soit que c'en fut une autre procurée par le mêlange de l'acide & du métal, comme dans la dissolution du cuivre & du fer, le précipité gardoit toûjours la couleur de la dissolution, quelques Sels absorbants qu'on employât pour cet effet. 24. Juillet 1714.

J'ai remarqué aussi que le Mercure dissout par l'Esprit de Nitre, ou réduit en sublimé corrosif, & fondu dans l'eau, s'éloignoit entierement de la régle qui vient d'être marquée; car quoi-qu'il ne donne aucune couleur à son dissolvant, qu'il y devienne parfaitement invisible, & qu'en faisant exhaler la partie aqueuse de la dissolution, la masse qui reste après l'évaporation soit blanche comme il arrive à l'Argent, à l'Etain, au Plomb; cependant au lieu de donner comme ces métaux un précipité blanc, il en donne un de telle ou telle couleur, suivant le Sel particulier dont on s'est servi pour la précipitation.

Comme le Mercure est dissoluble par plus d'un acide, & que les experiences faites sur une dissolution de ce mi-

neral, different souvent beaucoup des mêmes experiences faites sur une autre dissolution du même minéral ; Pour suivre un certain ordre, & ne pouvant d'ailleurs tout comprendre dans un seul Memoire, je n'ai d'abord examiné que le Mercure dissout par l'Esprit de Nitre, & j'ai essayé d'expliquer ce qui lui arrivoit de particulier de la part des differens absorbants dans chaque situation où il se presentoit à nos yeux sous differentes formes.

Le Memoire que je presente aujourd'hui à la Compagnie est la suite de celui dont je viens de parler ; car on employe dans l'une & dans l'autre la même dissolution de Mercure & les mêmes liqueurs absorbantes ; mais au lieu que dans le Memoire précédent, nous examinions simplement l'effet de chaque liqueur absorbante sur differentes portions de la dissolution ; dans celui-ci nous versons successivement plusieurs liqueurs absorbantes sur une seule portion de la même dissolution ; ce qui y produit des changemens d'une couleur dans une autre, & cela suivant certaines circonstances que je rapporterai dans la suite, & sans lesquelles la premiere couleur ne seroit jamais détruite, & par consequent il n'en surviendroit point de nouvelle.

Avant que de rapporter les changemens de couleur dont il s'agit ; comme ce que j'ai à dire dans le present Memoire, suppose ce qui a été dit dans l'autre, & que la Compagnie auroit de la peine à s'en ressouvenir ; je vais faire une recapitulation succinte des faits essentiels qui ont donné lieu à mes conjectures, & j'y joindrai quelques experiences & observations que j'ai faites depuis sur le même sujet, & qui m'ont parû meriter quelque attention.

Comme nôtre dissolution est un mêlange de Mercure & d'Esprit de Nitre, j'avois examiné séparément ces deux corps, & j'avois remarqué 1°. Que quand une grande quantité de parties de feu tient l'Esprit de Nitre en rarefaction, il devient rouge comme du sang, & qu'à mesure qu'il les perd, il reprend sa premiere couleur.

2°. Que le Mercure cru exposé pendant long-temps à l'action du feu devient fort rouge.

3°. Que quand on fait évaporer la partie aqueuse de nôtre dissolution, & qu'on calcine ensuite la matiere restée après l'évaporation; de blanche qu'elle étoit alors, elle devient rouge, après avoir passé par toutes les nüances du jaune, & forme ce qu'on appelle communément le précipité rouge. Or quoique dans ce passage du blanc au rouge, le Mercure perde un grand nombre des acides qu'il avoit acquis, cependant on ne doit pas mettre ces changemens de couleur sur le compte de la perte de ses acides, puisqu'une grande quantité d'experiences prouvent évidemment que quoi-qu'il en perde, pourvû qu'il ne lui survienne rien de nouveau, il conserve toûjours la blancheur qui lui est naturelle, tant qu'il contient assez d'acides pour avoir une forme saline ou celle d'un précipité.

Sçachant donc que la matiere du feu est un fluide particulier, qui s'engage en plusieurs corps, comme les autres fluides, & qui y conserve comme eux ses proprietés essentielles; de plus l'experience nous ayant fait connoître que le mêlange de cette matiere avec l'Esprit de Nitre & avec le Mercure cru, donnoit à chacun de ces corps une couleur fort rouge; nous avons crû pouvoir conjecturer de-là que le Mercure pénétré par les acides du Nitre, & poussé par la calcination, ne passe du blanc au jaune & du jaune au rouge, que par la matiere du feu qui s'y introduit en place & à proportion des acides qui en ont été exclus; & en effet quand on rend alors au Mercure les acides qu'il a perdus, à mesure qu'ils y reprennent leur premiere place, ils en chassent à leur tour les parties de feu & la couleur rouge, & suivant la force des acides où la matiere redevient blanche, où elle se redissout entierement & n'a plus de couleur, comme il sera dit dans la suite.

J'ajoûterai ici l'observation suivante, qui n'a point été rapportée dans mon premier Memoire, & dont la mécanique bien entenduë est une preuve solide de mon sentiment.

J'avois déja remarqué ailleurs que le précipité blanc ordinaire, poussé par une chaleur douce, perdoit sa couleur blanche, & après avoir passé par toutes les nüances du jaune, devenoit fort rouge, comme nous avons déja dit qu'il arrivoit à la matiere du précipité rouge ordinaire, qui, comme l'on sçait, est improprement appellé *précipité:* mais si au lieu de cette chaleur lente, on employe & on continuë même assez long-temps un feu plus fort & gradué pour faire sublimer dans un matras le précipité blanc dont il a été parlé, il conservera alors sa blancheur, malgré l'action du feu & la perte de ces acides qui est forr considerable, comme nous le prouverons incessamment, & qui peut même aller plus loin par des sublimations réïterées, sans que pour cela la blancheur de la matiere en soit alterée.

On peut tirer deux consequences de cette observation, l'une qui confirme ce qui a déja été dit, sçavoir que quand le Mercure revêtu des acides nitreux ne reçoit d'autre alteration que celle de la perte de ses acides, il conserve toûjours sa blancheur, & que ce n'est point à la quantité des acides qu'il a perdus qu'on doit attribuer la couleur rouge qu'il acquiert en certains cas, puisque si l'on examine bien le précipité blanc sublimé avec soin, on reconnoitra évidemment qu'il lui reste bien moins d'acides qu'au précipité rouge ordinaire dont nous venons de parler.

On voit encore par cette observation que la matiere du feu a beau frapper exterieurement le Mercure, quoi-qu'avec force, & pendant un espace de temps assez considerable; elle n'y excite jamais aucune couleur nouvelle, & qu'elle ne le fait qu'autant qu'on lui donne lieu de pénétrer dans l'interieur du Mercure, & de s'y engager dans une quantité suffisante; & en effet quand on ne pousse le précipité blanc que par une chaleur lente, le courant de matiere de feu qui passe au travers du vaisseau, & qui va droit au précipité, se trouve alors inferieur en force à la resistance ou au poids de ce précipité qu'il ne peut déplacer & élever; étant donc arrêté dans son chemin, & étant toûjours poussé par der-

riere vers le précipité, il eſt obligé pour continuer ſa route, de traverſer ſes pores comme il a fait ceux du vaiſſeau, & il les traverſe en effet, après les avoir dilatés, & il s'y engage, & y eſt retenu, comme nous l'avons clairement expliqué ailleurs; ce qui donne en cette occaſion une couleur fort rouge à la matiere.

Mais quand au lieu de cette chaleur lente, on en fait agir une beaucoup plus forte ſur le même précipité, ce n'eſt plus un ſimple courant de matiere de feu, comme dans la premiere experience, c'eſt un torrent ſuperieur qui ne trouve plus de reſiſtance, ni de réaction dans le poids de la matiere; il n'a pas beſoin de paſſer au travers de ſes pores pour continuer ſa route, il la chaſſe devant lui, & il trouve alors d'autant moins de facilité à s'y engager, que bien-loin d'être comme auparavant un point fixe & immobile qui s'offroit à tous ſes coups, elle fuit en quelque ſorte devant lui, & eſquivant par-là ſon action, elle demeure toûjours blanche; cependant la matiere de feu qui dans cette operation ne trouve pas le moyen de pénétrer bien avant dans le Mercure, trouve bien celui de lui faire perdre beaucoup d'acides; ce qu'il eſt aiſé de reconnoître 1°. par la diminution conſiderable de ſa vertu purgative & vomitive, que le mêlange ſeul des acides lui avoit donnée en premier lieu, & qui s'évanoüiroit entierement, ſi l'on continuoit de faire exhaler de nouveaux acides par de nouvelles ſublimations, ou par une autre voye propre à cet effet, 2°. parce que cette matiere s'éleve, & ſe reſublime de nouveau avec plus de facilité, & en moins de temps qu'avant ſa premiere ſublimation. Or comme il eſt certain que les acides répriment la volatilité naturelle du Mercure, & que plus il en a, moins il ſe ſublime facilement; par une raiſon contraire, moins il en a retenu, & plus ſa volatilité doit être grande.

Enfin, ce qui démontre clairement & démonſtrativement que la ſublimation enleve beaucoup d'acides au précipité, c'eſt qu'entre les parties de la matiere ſublimée, on

trouve souvent plusieurs globules de Mercure révivifié; c'est-à-dire, dégagé de tous les acides qu'il avoit acquis; d'où l'on peut conclure que les autres parties du sublimé qui n'ont pas perdu tous leurs acides, en ont au moins perdu une bonne partie. En effet, quoi-que dans cette operation la matiere du feu n'atteigne gueres que la surface exterieure du Mercure qu'elle choque vigoureusement, néanmoins elle dilate toûjours un peu ses pores, sur-tout au commencement de l'operation que la matiere n'a point encore eu le temps de s'élever; ce qui facilite d'autant mieux la sortie des acides, que quand le torrent qui pousse & entraine ensuite le précipité, l'a sublimé jusqu'à la hauteur qui convient à son poids, il le fait alors circuler au haut du vaisseau; & par-là les differentes parties de ce précipité se rencontrant & se heurtant frequemment, & en differens sens, les acides qui sortent davantage de la surface du Mercure, & qui y sont alors moins resserrés qu'ils ne l'étoient auparavant, se trouvent dans la necessité de ceder au choc qui les ébranle, & qui les oblige de lâcher prise & d'abandonner la matiere.

Nous ferons encore une remarque qui est une suite & une confirmation de ce qui vient d'être dit; c'est que comme le Mercure offre une resistance plus ou moins forte à l'action du feu, suivant la quantité des acides qu'il a acquis; le même degré de feu appliqué à deux portions de Mercure inégalement chargées d'acides, doit y faire deux effets differens, c'est-à-dire, qu'il donnera une couleur rouge à celle dont il ne pourra pas surmonter le poids, tandis qu'il sublimera l'autre, sans lui ôter sa blancheur. C'est aussi ce qui arrive à la masse blanche restée après l'évaporation de nôtre dissolution & au précipité blanc ordinaire, exposés au même feu; car cette masse contenant beaucoup plus d'acides que le précipité, elle resiste par son poids à un degré de feu qui enleve bien-tôt le précipité blanc: mais quand cette masse est devenuë rouge, comme elle a perdu alors beaucoup d'acides, le même feu qui y trouvoit auparavant

ravant un obſtacle inſurmontable, n'en trouve plus dans la ſuite, & éleve la matiere avec les parties de feu qu'elle a acquiſes pendant la calcination, ce qui produit un ſublimé rouge.

Suivant le même raiſonnement, quoi-que le dernier degré de feu que le précipité blanc eſt capable de ſupporter ſans en être ébranlé, ſoit encore aſſez foible & de beaucoup inferieur à celui qu'on peut employer pour faire le précipité rouge ordinaire; cependant il a trop de force pour le Mercure cru, & il l'éleve ſans l'alterer, pendant qu'il donne au précipité une couleur rouge; & ſi l'on veut donner la même couleur au Mercure cru, il faut proportionner la force du feu au peu de reſiſtance que fait la matiere, quand aucun mêlange étranger d'acides n'a augmenté ſon poids naturel.

Mais il y a une reflexion curieuſe à faire ſur la calcination du Mercure cru, comparée à celle du précipité rouge ordinaire; c'eſt que quand le Mercure cru a été expoſé pendant un certain tems au degré de feu qui lui convient, il devient enſuite capable de reſiſter à un feu plus fort; au lieu que ſi l'on augmente le feu ſous la matiere du précipité rouge, ou même qu'on le continuë tel qu'il étoit, la matiere ne peut plus le ſoutenir, & abandonne la place, en ſe ſublimant comme il a été dit; ce qui vient de ce que le Mercure cru acquiert pendant l'operation de nouvelles parties qui augmentant ſon poids, lui font ſoutenir un plus grand effort du feu; au lieu que la matiere du précipité rouge, acquiert bien à la verité de nouvelles parties, mais ce n'eſt qu'en place des acides qui s'en diſſipent, & dont le poids eſt ſuperieur à celui de ces nouvelles parties.

Enfin, on voit aſſez par ce qui a été dit, pourquoi le Mercure cru demande un tems conſiderable pour être transformé en une poudre rouge; au lieu que le Mercure revêtu d'acides, ne demande que quelques heures, pour prendre la même forme. Car l'un ne peut ſoutenir qu'une trés petite chaleur, & l'autre en ſoutient une beaucoup plus

forte, qui opere par conſequent en bien moins de tems. Cependant le tems de deux & trois mois, requis pour réduire le Mercure cru en poudre rouge, étant exorbitant par rapport à celui qui eſt neceſſaire pour la calcination du précipité rouge ordinaire; de plus comme ſur la fin de la calcination du Mercure cru, on peut employer & on employe même un plus grand feu qu'auparavant quand on veut rendre la matiere auſſi rouge qu'elle le peut devenir, & que ce feu gradué continué pendant un ſi long eſpace de tems, fait une ſomme plus grande que celle du feu, quoi-que plus fort, qui ne frappe que peu de tems le Mercure chargé d'acides; il faut que ce dernier Mercure outre ſon plus grand poids, qui le fait reſiſter à un plus grand effort du feu, & qui favoriſe par-là, l'action de cet agent, offre encore un accés plus libre & plus facile aux parties du feu, ce qui contribuë de nouveau à abreger de beaucoup l'operation; or cet accés plus libre & plus facile, peut être vrai-ſemblablement attribué aux acides contenus dans le Mercure, & qui tiennent les parois de ſes pores ſoulevées, en ſorte que pour peu que le courant de la matiere du feu les ſouleve de nouveau, les acides qui y étoient reſſerrez, s'échappent, & laiſſent les pores dilatées de tout le volume des acides qui y reſidoient, & de ce qu'il a fallu que ces pores le fuſſent de nouveau, pour laiſſer ſortir les acides; la matiere du feu trouvant donc alors des portes tout ouvertes, & qu'on lui a ſauvé la peine d'ouvrir au point où elles le ſont, elle y entre beaucoup plus abondamment, & en bien moins de tems que dans le Mercure crû, où rien ne lui facilite ſon entrée, & où il faut qu'elle opere toute ſeule la dilatation dont il s'agit.

Et ce qui me paroît prouver bien clairement que les acides qui reſident dans le Mercure, accelerent l'effet de la matiere du feu, ou la couleur rouge, par une autre raiſon que celle du nouveau poids qu'ils donnent à la matiere qui les contient; c'eſt que ſi on expoſe le précipité blanc au degré de feu, que le Mercure cru eſt capable de ſoutenir,

il deviendra plûtôt rouge que le Mercure cru, dont il ne differe cependant que par les acides qu'il a retenus, & qui doivent par consequent être reputés la cause de l'acceleration de cet effet, de quelque maniere qu'on en imagine la mécanique.

Aprés avoir examiné dans mon premier Memoire l'action du feu sur le Mercure, j'y ai examiné aussi celle des differents sels absorbants sur nôtre dissolution ; & j'ai reconnu 1°. Que les sels qui y operent une couleur jaune ou rouge, n'y produisent cet effet qu'autant qu'ils ont été exposés à une forte calcination, & qu'ils ont perdu par-là un grand nombre d'acides, en place desquels ils ont acquis des parties de feu, qui donnent à ces sels la proprieté d'échauffer plus ou moins l'eau où on les dissout, suivant qu'ils en ont amassé une plus grande quantité. Or puisque ces sels n'échauffent l'eau que par les parties du feu qui s'en séparent, il est plus vrai-semblable que c'est par les mêmes parties qu'ils donnent au Mercure une couleur jaune, d'autant plus qu'avant leur calcination ils n'étoient capables, faute de ces parties, ni d'échauffer l'eau, ni d'exciter la couleur rouge dont il s'agit, & qui, de quelque part qu'elle vienne, soit des sels, soit du feu ordinaire, suppose toûjours la même cause ; aussi ai-je prouvé par un détail exact qu'il seroit trop long de rapporter, que le feu ordinaire & les sels puissamment alkalis agissoient sur le Mercure parfaitement de la même maniere, & avec toutes les mêmes circonstances ; & que toutes les alterations particulieres que le Mercure recevoit du feu, il les recevoit aussi des sels.

J'ai remarqué en second lieu que les sels qui n'ont point été exposés à l'action du feu, & qui refroidissent l'eau où on les dissout, comme le Sel commun ; ou qui ayant été calcinés, sont devenus peu alkalis, & par consequent n'ont amassé que peu de parties de feu en place du peu d'acides qu'ils ont perdus, ne font autre chose sur la dissolution, que d'enlever au Mercure des acides, sans lui rien commu-

niquer, du moins qui ſoit capable d'alterer ſa blancheur; & ce qui prouve la verité de mon raiſonnement ſur la nature de ces ſels peu alkalis, c'eſt que ſi on rend au ſel de Tartre qui eſt un puiſſant alkali, les acides qu'il a perdus de plus que ces ſels, & que par le même moyen on en faſſe ſortir les parties de feu qu'il avoit amaſſées de plus à proportion de la perte de ces acides, il deviendra tout-à-fait ſemblable en nature & en effets à ces ſels.

Enfin, j'ai fait voir, & je prouverai encore lorſqu'il s'agira du ſublimé corroſif, que ſi les ſels volatiles étoient bien purs, ils feroient toûjours un précipité fort blanc; mais que comme leurs pores ſont toûjours remplies d'une matiere huileuſe, elle ſe détache de ces ſels, & ſe répand ſur le précipité à meſure que les acides du précipité paſſent dans ces ſels, ce qui produit une couleur moyenne, compoſée du blanc naturel du précipité, & de la couleur particuliere de la matiere huileuſe. Par exemple, lorſque les ſels ont paſſé par le feu, leur matiere huileuſe a été brûlée, & donne une teinture noirâtre au précipité qui devient d'un blanc ſale. Quand au contraire on employe l'urine, comme la matiere huileuſe qui accompagne ſes ſels n'a point été alterée par le feu, & qu'elle s'exalte & acquiert une couleur rouge, en fermentant avec la diſſolution, elle devient telle qu'il eſt neceſſaire pour produire avec le blanc naturel du précipité, une couleur de roſes pâles, comme je l'ai plus amplement expliqué dans mon premier Memoire.

Voilà pour ce qui regarde l'action particuliere des differents ſels abſorbants, ſur differentes portions de nôtre diſſolution; voyons preſentement comment ils y agiſſent, quand on en verſe ſucceſſivement pluſieurs ſur une ſeule portion de la même diſſolution.

Quand on a donné à cette diſſolution une couleur jaunâtre ou rougeâtre, par le mêlange des ſels fixes propres à cet effet, comme eſt le ſel de Tartre; ſi l'on y verſe enſuite de l'eſprit de ſel ammoniac, ou d'autres ſels volatiles

refouts dans du phlegme, & tirés par la diſtillation, la couleur jaunâtre ou rougeâtre diſparoît d'abord, & la liqueur devient d'un blanc ſale, & ſouvent noirâtre.

Mais quand on verſe de l'huile de Tartre, ou d'autres ſels fixes de même nature, c'eſt-à-dire fort alkalis, ſur la diſſolution teinte en blanc ſale, par le moyen des ſels volatiles; les ſels fixes ne font point évanoüir la premiere couleur, en ſubſtituant en place celle qu'ils ont coutume de produire; ils étendent ſeulement dans la liqueur la couleur noirâtre que les ſels volatiles y avoient produite.

Voici d'autres experiences dans leſquelles les ſels fixes dont on vient de parler, changent en rouge ou en jaune la blancheur produite par d'autres ſels, qui ne peuvent pas à leur tour détruire la couleur jaune, qui s'étant emparée de la liqueur tient bon contre ces ſels.

Si l'on verſe du ſel de Tartre, ou quelqu'autre ſel de même nature, ſur la diſſolution blanchie par le Sel commun, ou par des ſels fixes peu alkalis, la liqueur devient auſſi-tôt jaune, & cette couleur eſt inalterable par rapport aux autres ſels mêlés à la diſſolution, aprés que le ſel de Tartre y a fait ſon impreſſion. Le ſel de Tartre eſt donc en cette occaſion à l'égard de ces autres ſels, ce que les ſels volatiles ſont à l'égard du ſel de Tartre, & en general des ſels fixes qui ont la proprieté de précipiter le Mercure ſous une couleur jaune.

Juſqu'ici nous avons bien obſervé que de deux ſels verſés l'un aprés l'autre ſur la diſſolution, l'un détruiſoit la couleur de l'autre, & en ſubſtituoit en place une nouvelle; mais nous n'avons point vû que celui dont la couleur avoit été enlevée, pût la faire reparoître, quand l'autre ſel avoit fait ſon impreſſion ſur le liquide; en un mot, entre ces deux ſels, il y en a un plus fort & plus efficace, dont la couleur eſt toûjours victorieuſe, & aprés lequel l'autre ſel n'a plus d'action ſur la liqueur.

J'ai découvert un fait où tout le contraire arrive; c'eſt quand on verſe alternativement de l'huile de Tartre & de

l'esprit de Sel sur la dissolution qui devient plusieurs fois tantôt jaune, tantôt blanche, suivant la derniere liqueur qui y a été versée; ensorte que ces deux liqueurs antagonistes semblent avoir une force égale, & qu'elles ne l'emportent l'une sur l'autre qu'autant qu'elles viennent en dernier lieu, & que la plus grande quantité de la derniere liqueur, fait pancher la balance de son côté.

Dans les changemens de couleur qui viennent d'être marqués, nous n'avons employé que deux sortes de liqueurs absorbantes : on pourroit mettre en œuvre un plus grand nombre de ces liqueurs sur une même portion de la dissolution, & y exciter à chaque fois une nouvelle couleur; mais il faut pour cela que les liqueurs les plus foibles passent les premieres, sans quoi il ne se fera point de changement, comme il sera expliqué dans la suite.

Pour entendre la mécanique de ces changements de couleur, faisons attention à deux choses; La premiere, c'est que parmi les acides dont le Mercure se trouve revêtu dans nôtre dissolution, il y en a qui s'y sont plus profondement enfoncés que d'autres, & par consequent qui y tiennent davantage; & en effet, si ces acides y étoient également engagés, il devroit arriver de deux choses l'une, quand on y verse une suffisante quantité de quelques absorbants; sçavoir, ou qu'aucun acide n'en seroit enlevé, ou qu'ils le seroient tous; or on remarque tout le contraire; car quand ces absorbants ont dérobé au Mercure tous les acides qu'ils sont capables de déraciner, ce métal aprés leur action reste encore chargé d'autres acides qui ne leur donnent plus de prise, & qui demeurent toûjours attachés au Mercure, à moins qu'on ne joigne l'action du feu à celle de quelques-uns de ces absorbants. Ce qui marque combien ces derniers acides tiennent davantage que les autres au Mercure. On peut même dire que c'est à raison des acides qui sortent davantage de la surface du Mercure, & qui sont ceux sur lesquels les obsorbants ont action, que le Mercure est en cet état un si puissant corrosif; car dés que ces acides

ont été livrés aux abſorbants, le précipité qui en reſulte n'eſt que vomitif ou purgatif, à cauſe des acides qui lui ſont reſtés, & dont pluſieurs ſortent encore aſſez de la ſurface du précipité, pour produire l'irritation vomitive & purgative. Enfin, cette derniere qualité du Mercure peut être réduite à rien ou preſque rien par pluſieurs procedés aſſez connus, par leſquels on fait exalter la couche des acides purgatifs, & aprés cela le Mercure ſe trouve encore chargé d'autres acides, mais ils y ſont ſi profondément enfoncés, qu'ils n'ont preſque d'autre effet que de réprimer ſa trop grande volatilité, comme on le remarque dans la Panacée.

De tout ce qui a été dit comme par une conſequence naturelle, on pourroit réduire les acides de nôtre diſſolution ſous trois ordres differents. Le premier eſt de ceux qui ſont le moins engagés dans le Mercure, & qui par-là peuvent faire des trous plus profonds que les autres ſur les corps qui s'offrent à leur action; ce qui fait la cauſticité; le ſecond ordre eſt de ceux qui ſont entrés plus avant dans le Mercure, mais cependant qui conſervent encore à l'exterieur aſſés de force pour picoter & irriter. Enfin, ceux qui ſont preſque tous entiers dans le Mercure, & qui ne ſortent preſque point au dehors, ſont nôtre troiſiéme ordre d'acides.

Je remarquerai encore une choſe curieuſe qui vient aſſez bien à ce que j'ai avancé ſur la cauſticité du Mercure; c'eſt que quoi-que l'eſprit de Nitre ſoit un puiſſant corroſif, & que le Sel commun & le Vitriol ne le ſoient pas; cependant le Mercure heriſſé des acides du Nitre eſt alors beaucoup moins cauſtique que quand il eſt revêtu des parties du Sel & du Vitriol; & cela, parce que les acides du Nitre étant plus ſubtiles, s'enfoncent d'avantage dans le corps du Mercure; les autres au contraire y entrant moins profondément à cauſe de leur groſſiereté, preſentent au-dehors des maſſes plus longues & plus épaiſſes, qui font auſſi des trous plus larges & plus profonds.

Si les acides qui servent à tenir le Mercure en dissolution n'y sont pas tous également engagez, les differents absorbants dont il a été parlé, n'ont pas tous aussi la même facilité à les enlever ; en un mot, certains absorbants n'ont de prise & d'action que sur les acides d'un certain ordre, d'autres en ont sur ces mêmes acides, & sur d'autres encore plus profondément enfoncés dans les pores du Mercure ; en sorte que si l'on verse d'abord sur nôtre dissolution, les absorbants les moins efficaces, ils laisseront aux autres absorbants des acides à détacher ; ce qui n'arrivera point si les absorbants les plus efficaces entrent les premiers en action. Cette efficacité plus ou moins grande des differents absorbants paroît clairement dans l'Argent dissout par l'esprit de Nitre, & précipité ensuite par le Cuivre ; car dans cette operation l'Argent tombe sans presque avoir retenu aucuns acides, & quand on se sert des sels absorbants au lieu du Cuivre, l'Argent se précipite alors avec une quantité d'acides bien plus grande ; ce qui marque que le Cuivre non seulement absorbe en cette occasion plus d'acides que ces sels ; mais encore qu'il en enleve de tels sur lesquels les sels absorbants n'ont point d'action.

Le plus ou le moins d'efficacité dans les differents absorbants étant connu, je dis qu'ils n'operent successivement differentes couleurs sur une même portion de Mercure qu'autant que l'absorbant qui vient en second lieu trouve encore des acides à enlever, qui n'ont pû l'être par l'autre absorbant qui l'a précedé. Et en effet, nous avons déja fait voir que quand un absorbant versé en premier lieu sur la dissolution claire & limpide lui procuroit une certaine couleur, il ne le faisoit qu'autant qu'il y produisoit un précipité ; or il ne fait ce précipité que par les acides qu'il absorbe ; par la même raison quand un second absorbant versé sur la même liqueur, en détruit la couleur, & en substituë une autre en la place, il y agit aussi par la maniere qui lui est propre & naturelle, sçavoir, en absorbant encore d'autres acides. D'ailleurs je n'ai besoin que de cette supposition

position pour faire entendre clairement tous les changemens de couleur qui arrivent successivement à une même portion de notre dissolution : & le détail des experiences suivantes levera toutes les difficultés qu'on pourroit avoir à ce sujet.

Nous avons déja remarqué que les sels volatiles avoient la proprieté de détruire la couleur jaune ou rouge procurée par les fixes qui ne pouvoient pas rétablir ensuite la même couleur. Suivant notre supposition, les sels volatiles doivent être des plus puissans absorbants que les sels fixes, puisqu'ils trouvent encore à agir sur le Mercure après l'action des autres sels. Or ils ne lui peuvent dérober de nouveaux acides, sans faire disparoître la couleur rouge, c'est-à-dire, sans occasionner l'évasion des parties de feu communiquées auparavant par les sels fixes. Et en effet, les acides inserés dans le Mercure tiennent les pores où ils sont contenus, dans une dilatation & un écartement qui doit necessairement comprimer plus fortement les pores voisins où sont enfermées les parties de feu : car ces deux pores étant separés par une cloison moyenne, quand elle s'enfonce trop d'un côté, il faut que l'une des deux cavités augmente d'autant que l'autre diminuë. Cela étant, quand les acides sont sortis de leurs prisons, les pores trop dilatés se resserent de tout ce qu'ils avoient été étendus par la presence de ces acides; les pores d'à côté se doivent donc dilater aussi de tout ce qu'ils avoient été resserés; ce qui donne lieu à l'évasion des parties de feu : ainsi le même effort qui sert à l'expulsion des acides, sert aussi à celle des parties de feu.

Il y a même ici une reflexion à faire, c'est que la sortie des parties de feu se fait par deux mouvemens alternatifs, dont le premier en est un de resserrement ou de contraction procuré par les acides qui résident à côté, & augmenté peut-être encore par l'effort que font ces acides pour s'échapper ; l'autre mouvement est celui de dilatation qui vient dans l'instant d'après que les acides se sont dégagés ;

au lieu que quand les parties de feu s'engagent dans le Mercure, le mouvement de dilatation vient le premier, & ensuite celui de resserrement, car il falloit d'abord une porte ouverte pour l'entrée de ces parties, & qu'elle se refermât ensuite pour les retenir; mais ici le resserrement doit aller d'abord; car c'est un mouvement ou une compression continuée, qui jointe aux secousses produites par la sortie des acides, détermine puissamment les parties de feu à s'élancer au dehors, dès que la dilatation des pores leur aura ouvert une issuë.

On peut dire aussi que comme un corps qui se débande, n'attrappe pas tout d'un coup le point du repos, & va un peu au de-là; de même aussi les pores trop dilatés par les acides, doivent se resserrer suivant cette regle, & par consequent les pores d'à côté doivent s'étendre au de-là du point de leur dilatation naturelle, puisque c'est la même cloison qui produit en un sens le resserrement, & dans l'autre la dilatation. Les pores où étoient contenuës les parties de feu étant donc dilatés de cette sorte, la matiere du feu trouve encore par là plus de facilité à s'échapper.

Quand on verse de nouveau des sels fixes sur ce précipité après l'action des sels volatiles, les fixes ne peuvent plus y rétablir la couleur jaune ou rouge; car il faudroit pour cela qu'il s'en détachât encore des acides pour ouvrir comme la premiere fois une porte aux parties de feu contenües dans le sel, & pour les déterminer à enfiler les pores du Mercure au moment qu'ils sont assez dilatés pour cela; mais ce sel ne trouve plus alors d'acides sur lesquels il puisse agir, & qui entrent assez avant dans ses pores pour en chasser les parties de feu qu'il contient; il ne lui reste donc alors à agir que sur l'huile noire & brulée que les sels volatiles avoient répanduë sur le Mercure, & qu'il étend & fait paroitre davantage; mais quand ces sels n'en répandent point, & qu'ils font un précipité très-blanc, le sel fixe qui vient ensuite n'y produit aucun effet.

S'il est vrai que les sels volatiles ne détruisent la couleur

jaune produite par le sel de Tartre, ou par un autre sel fixe de même nature que parce qu'ils sont de plus puissans absorbants que ce sel; & si cet effet est une marque de leur plus grande efficacité absorbante, le sel de Tartre doit aussi détruire à son tour la couleur blanche, & faire paroître la couleur jaune, quand à la place des sels volatiles on se sert d'absorbants inferieurs au sel de Tartre, & propres à précipiter le Mercure sous une couleur blanche; toute la difference qui se rencontre entre ces deux operations, c'est que dans l'une les sels volatiles en absorbant de nouveaux acides, donnent lieu à l'expression des parties de feu, qui avoient été communiquées au Mercure par le sel de Tartre; & dans l'autre, le sel de Tartre, en absorbant les acides qui lui ont été laissés par les absorbants moins efficaces, doit inserer des parties de feu dans le Mercure, de même qu'il eut fait s'il eut été versé en premier lieu sur la dissolution; enfin ces sels moins efficaces versés de nouveau sur la liqueur, après que le sel de Tartre y a fait son impression, ne doivent plus rétablir la couleur blanche, de même que le sel de Tartre n'est plus en état de rétablir la couleur jaune quand elle a été détruite par les sels volatiles. Ce raisonnement est appuyé sur plusieurs experiences incontestables. Car, par exemple, il est très certain que le sel commun & les sels fixes peu alkalis sont bien moins absorbants que le sel de Tartre; aussi la couleur blanche que produisent les sels moins absorbants, fait-elle place à la couleur jaune qui a été excitée par le sel de Tartre, & qui demeure inalterable par rapport à ces autres sels. On ne peut encore disconvenir que quand le sel de Tartre a été plus ou moins saoulé d'acides, il ne soit alors moins absorbant qu'il ne l'étoit auparavant; aussi le sel de Tartre qui est pur & sans mêlange d'acides l'emporte sur l'autre précisément de la même maniere & avec les mêmes circonstances qu'il le fait sur le Sel commun & sur les sels fixes peu alkalis.

Il reste presentement à expliquer pourquoi l'esprit de

Sel & l'huile de Tartre par défaillance versés alternativement sur une même portion de notre dissolution la colorent plusieurs fois de jaune & de blanc, sans que l'une des deux liqueurs serve d'obstacle à l'action de l'autre, & l'empêche d'operer dans la suite la couleur dont elle est capable. Pour concevoir la mécanique de ce phénomene, qui est formellement opposé à ce que nous avons observé jusques ici dans les experiences précedentes, faisons attention à deux choses; la premiere, c'est que le Mercure peut être dissout par l'esprit de Sel, comme M. Homberg l'a fait voir; d'ailleurs le sublimé corrosif n'est qu'un Mercure pénetré par les acides du Vitriol & du Sel; encore peut-on en faire simplement avec le Sel commun; mon Pere l'a démontré. La seconde chose que nous avons à remarquer, c'est que les parties de l'esprit de Sel absorbent les pointes de l'esprit de Nitre, comme font nos absorbants ordinaires. J'ai prouvé cette verité dans un Memoire lû vers le commencement de cette année.

Cela étant quand on verse de l'esprit de Sel sur notre dissolution, comme le Mercure se trouve alors saoulé & revêtu par-tout des acides du Nitre, il ne peut admettre ceux de l'esprit de Sel; tout ce que fait donc alors cet esprit, c'est de s'unir aux acides le moins engagés dans le Mercure, & de les enlever à ce métal, qui par cette perte est obligé de se précipiter sous une couleur blanche; quand on verse ensuite de l'huile de Tartre, comme cet absorbant est superieur à l'esprit de Sel, il change en jaune ce qui étoit blanc, par les raisons déja alleguées; mais quand ensuite on verse de l'esprit de Sel, il n'agit plus dans cette occasion comme la premiere fois dans laquelle il a épuisé sa force d'absorbant, & il lui reste alors d'autant moins d'acides à déraciner que l'huile de Tartre qui est un plus puissant absorbant, a encore passé par dessus le précipité, & en a enlevé des acides qui étoient inaccessibles à l'esprit de Sel. On peut donc croire avec assez de fondement que cet esprit trouvant alors plusieurs pores vuides d'acides, &

qui ne l'étoient point quand il fut mis en œuvre pour la premiere fois; il fait effort pour s'y introduire, il les dilate, & à mesure qu'il s'y enfonce, il en exprime les parties de feu de la même maniere qu'il le fait, quand il s'insinuë dans les pores d'un sel fixe alkali. Peut être aussi que les acides de l'esprit de Sel ne font que boucher exterieurement les pores où sont contenuës les parties de feu, sans les en faire sortir; ce qui suffit pour faire disparoître la couleur jaune, comme je le ferai voir une autrefois par une experience curieuse sur laquelle je ne puis m'étendre à present. Quoi-qu'il en soit, quand on verse ensuite de l'huile de Tartre sur le mêlange, elle absorbe les acides de l'esprit de Sel nouvellement attachés au Mercure, & elle rétablit par-là la couleur jaune, qui se détruit ensuite par l'esprit de Sel, & qui revient de même par de nouvelle huile de Tartre, en sorte que l'esprit de Sel a dans cette experience une double action; sçavoir une d'absorbant qu'il n'employe que la premiere fois, c'est-à-dire, quand étant versé avant tout autre absorbant sur la dissolution, il ne peut approcher du Mercure à cause des acides nitreux qui l'environnent de toutes parts; & alors toute son action tombe sur les acides qui sortent davantage du corps du métal, & qui offrent plus de prise à cet esprit, que les autres acides. L'autre action qu'a toûjours ensuite l'esprit de Sel, en est une de dissolvant; car il ne peut plus s'approprier les acides nitreux qui restent au Mercure, parce qu'ils y sont trop enfoncés; & comme ce métal se trouve à découvert en plusieurs endroits, à cause des acides qui lui ont été enlevés, il l'attaque & le pénetre par-là en qualité de dissolvant. Et ce qui prouve que c'est en agissant sur le corps du Mercure, & non pas sur les acides, que l'esprit de Sel détruit la couleur jaune produite par l'huile de Tartre, c'est que quand on substituë de l'esprit de Vitriol, ou de l'esprit de Nitre foible à l'esprit de Sel, la couleur jaune s'évanoüit de la même maniere; or l'action de ces esprits n'est point équivoque comme celle de l'esprit de

Sel, car on ne dira jamais que l'eſprit de Nitre par exemple puiſſe abſorber les acides nitreux engagés dans le Mercure ; auſſi quand on le verſe d'abord, & avant toute autre liqueur ſans la diſſolution, il n'y opere ni précipité, ni aucun changement; il ne peut donc agir que ſur le Mercure, & il agit en effet quand le ſel de Tartre en a emporté des acides que cet eſprit remplace ; & c'eſt par ce commencement de diſſolution que la couleur jaune eſt détruite ; c'eſt donc auſſi en qualité de diſſolvant que l'eſprit de Sel produit le même effet ; puiſque dans la circonſtance preſente il ne peut plus agir par ſa proprieté abſorbante.

Au reſte, on ne doit point être ſurpris de ce que malgré l'introduction des acides du Sel dans le précipité, il demeure toûjours indiſſoluble dans la liqueur ; car quand l'eſprit de Sel a été verſé en premier lieu ſur la diſſolution, il a enlevé un certain nombre d'acides nitreux au Mercure qui dès-lors eſt devenu incapable de ſe ſoutenir dans le liquide; l'huile de Tartre qui a été verſée en ſecond lieu, a encore dérobé au précipité d'autres acides; mais comme il étoit indiſſoluble avant que d'avoir perdu ces derniers acides, ſuppoſé qu'il les regagnat par l'eſprit de Sel qu'on employe enſuite, il ſeroit alors dans le même état où il étoit avant le mélange de l'huile de Tartre. Or on ne doit pas attendre de la part de l'eſprit de Sel un plus grand effet de diſſolution que celui qui vient d'être marqué; car l'action de cet eſprit eſt naturellement aſſez lente, & il ne diſſout totalement le Mercure qu'en un tems fort conſiderable; tout ce qu'il peut donc faire en cette occaſion, & par rapport au tems qu'il a pour agir, & par rapport à la quantité qu'on en employe, c'eſt de commencer à diſſoudre le précipité ; & ſi la diſſolution s'achevoit parfaitement, toute couleur diſparoîtroit entierement, parce que le précipité ſe remêleroit intimement à la liqueur qui reprendroit ſa premiere limpidité; de même qu'il arrive quand au lieu d'un eſprit de Nitre foible qui ne diſſout auſſi le

Mercure qu'imparfaitement, & qui par-là agit de la même maniere que l'esprit de Sel, on se sert d'un esprit de Nitre plus fort & plus efficace qui remplace promptement tous les acides que le précipité avoit perdus ; ce qui remet le Mercure précisément dans la même situation où il étoit, avant qu'aucun absorbant y eut été mêlé.

De tout ce qui a été dit, on peut conclure 1°. Que le Mercure revêtu de pointes acides, a naturellement une couleur blanche. 2°. Que quand il devient rouge ou jaune, c'est par le plus ou le moins de parties de feu qui s'y sont introduites. 3°. Qu'il ne passe du blanc au rouge, ou du rouge au blanc, que parce qu'il reçoit des parties de feu, ou parce qu'en perdant celles qu'il avoit, il rentre dans sa couleur naturelle. 4°. Que quand la dissolution acquiert d'abord une couleur, le Mercure perd des acides. 5°. Que toutes les fois qu'il change de couleur, il perd encore des acides, ou il en gagne ; & que cette perte ou cette acquisition d'acides est une condition sans laquelle les parties de feu ne pourroient entrer dans le Mercure, ni n'en pourroient sortir. 6°. Que quand un absorbant ne fait autre chose sur la dissolution que d'enlever des acides sans rien communiquer au Mercure, il produit toûjours une couleur blanche, ou pour parler plus proprement, il fait paroître le précipité sous sa couleur naturelle. 7°. Qu'il produit une autre couleur, quand à la place des acides qu'il dérobe au Mercure, il lui communique d'autres parties qui le colorent differemment suivant leur nature & leur quantité. 8°. Qu'entre plusieurs absorbants propres à faire differentes couleurs, le plus alkali doit détruire la couleur des autres ; mais qu'il ne doit point arriver de changement de couleur, quand la liqueur la moins alkaline vient à la suite d'une autre qui l'est davantage. 9°. Qu'une liqueur très alkaline versée après une autre qui ne l'est que fort peu, ne produira point encore de changement dans le liquide, si elle ne fait qu'absorber au précipité, de nouveaux acides, & qu'en même tems elle ne lui apporte ou ne lui

enleve pas d'autres parties. 10°. Que les acides foibles peuvent faire paſſer le précipité du rouge au blanc ; mais que les acides forts font diſparoître toutes les couleurs.

SOLUTION
D'UN PROBLEME DE STATIQUE,
Avec la maniere d'en réſoudre une infinité d'autres de la même eſpece.

Par M. VARIGNON.

27. Juin. 1714.

CE Problême me fut propoſé il y a quelque temps par un habile Mathematicien, en allant avec lui par la ruë : il me demanda quatre puiſſances, qui appliquées à quatre cordons attachés enſemble par un ſeul & même nœud, feroient équilibre entr'elles ſuivant des directions données des quatre cordons. Ce Problême me parût d'abord indéterminé ; mais de retour en mon cabinet, j'y remarquai trois cas, dont un eſt effectivement indéterminé, un autre déterminé, & le troiſiéme impoſſible : Le premier eſt lorſque les quatre cordons de directions données, ſont tous en même plan, & répandus en plus d'un demi-cercle ; Le ſecond, lorſqu'ils ſont en plans differens, & répandus en plus d'une demi-ſphere ; Le troiſiéme enfin, lorſqu'ils ne ſont point ainſi répandus. Voici la ſolution avec la démonſtration que je trouvai ſur le champ de ces trois cas, dont le détail m'a mené plus loin que je ne penſois d'abord : on penſe bien plus en abregé qu'on n'écrit. A cette occaſion je vas faire voir que de tous les Problêmes de cette nature, il n'y a que le propoſé à qui il puiſſe convenir d'être tantôt déterminé, tantôt indéterminé, & quelques-fois impoſſible ; que les Problêmes de deux ou de trois cordons de directions données, ſont tous déterminés ou

ou impoſſibles ; & que ceux de plus de quatre cordons de directions données, ſont tous indéterminés ou impoſſibles : je parle de cordons attachés enſemble par un ſeul & même nœud commun ; parce que le cas de differens nœuds d'où partent differentes branches de corde, ſe réduira à celui-ci, lequel rendra celui-là toûjours déterminé, ou impoſſible, à chaque nœud, d'où il ne partira que deux ou trois cordons ; toûjours déterminé, ou indéterminé, ou impoſſible, par rapport à chaque nœud, d'où il n'en partira que quatre ; & toûjours indéterminé, ou impoſſible, par rapport à chaque nœud, d'où il partira plus de quatre cordons, en quelque nombre qu'ils ſoient.

Pour démontrer tout cela, je vas employer les mouvemens composés précisément de la même maniere que je les ai employés dans le *Projet d'une nouvelle Mécanique*, que j'expoſai en 1687. au jugement des connoiſſeurs : ne ſçachant point de voye auſſi ſimple ni auſſi aiſée que celle-là pour arriver aux ſolutions & aux démonſtrations qu'on va voir, s'il eſt vrai qu'on y puiſſe arriver auſſi generalement par quelqu'autre voye : Je ne le nie pas, mais j'en doute aſſez pour avoüer qu'on me feroit plaiſir de me le faire voir. En attendant, je vas donc ſuivre la voye des mouvemens ou forces compoſées ; & pour ne pas repeter la même démonſtration à chacune de ces queſtions précedentes, & ne pas citer ennuyeuſement le précedent Projet de Mecanique dans la frequente application que nous ferons ici de quelques proprietés de ces forces compoſées : voici trois Lemmes qui ſatisferont à tout cela.

LEMME I.

Lorſque deux forces ou puiſſances agiſſent à la fois, ſuivant des directions en angle quelconque, ſur un point ou ſur un corps libre & ſans peſanteur, il en reſulte toûjours à ce point ou à ce corps une force ou impreſſion ſuivant la diagonale d'un parallelogramme qui a ſes côtés en raiſon de ces deux puiſſances ſur leurs directions ; laquelle force reſultante

de leur concours, eſt toûjours à chacune d'elles comme cette diagonale à chacun de ces côtés correſpondans : Et reciproquement.

Ce Lemme ſe trouve démontré non ſeulement dans le Projet de Mecanique de 1687. dont je viens de parler; mais auſſi dans pluſieurs autres ouvrages, tant anterieurs que poſterieurs à celui-là, dans leſquels il eſt parlé des mouvemens compoſés.

LEMME II.

FIG. I. II. *Si plus de deux puiſſances* B, C, D, E, F, G, &c. *ſont appliquées à autant de cordons attachés enſemble par un ſeul & même nœud comme* A *que rien autre choſe ne retienne; l'équilibre eſt impoſſible entre ces puiſſances (quelles qu'elles ſoient, & quelqu'en ſoit le nombre) lorſqu'elles ſont dirigées de maniere qu'un plan* RP *puiſſe paſſer par le nœud commun* A *de leurs cordons ſans paſſer entr'elles ou entr'eux, & ſans qu'elles ſoient toutes dans ce plan : c'eſt-à-dire, ſans diviſer aucun des angles que ces cordons ſont entr'eux & ſans qu'ils ſoient tous dans ce même plan.*

DÉMONST. Il eſt viſible qu'un plan *RP* qui rencontreroit ainſi en *A* tous les cordons des puiſſances ſuppoſées, auroit toutes ces puiſſances tirantes d'un ſeul côté par rapport à lui comme dans la Fig. 1. ou quelques-unes tirantes vers ce ſeul côté-là, pendant que toutes les autres tireroient ſuivant ce plan comme dans la Fig. 2. Donc (*Lem. 1.*) de quelque maniere qu'on combine toutes ces puiſſances, il ne reſultera du concours de toutes qu'une impreſſion totale vers le côté où il y aura des puiſſances hors le plan ſuppoſé. Donc il ne pourra y avoir alors d'équilibre entre toutes ces puiſſances auſquelles rien d'ailleurs (*hyp.*) ne s'oppoſe. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROL. I. Donc quelques ſoient les directions de plus de deux cordons (en quelque nombre qu'ils ſoient) attachés tous enſemble par un ſeul & même nœud; & quelques puiſſances qu'on leur applique, une à chacun : l'équilibre entr'elles ſera impoſſible,

1°. Dans le cas de tous les cordons en même plan, ſi le prolongement de quelqu'un d'eux ne diviſe pas quelqu'un des angles que les autres cordons font entr'eux; puiſqu'un autre plan que le leur, mené ſuivant ce cordon-là, les rencontreroit alors tous en leur nœud commun ſans paſſer entr'eux, & ſans qu'ils fuſſent tous dans ce plan.

2°. Dans le cas des mêmes cordons en plans differens, ſi quelqu'un de ces plans prolongé ne paſſe pas non plus à travers des cordons des autres plans; puiſque celui-là ſera lui-même alors un plan qui rencontrera auſſi tous ces cordons en leur nœud commun ſans paſſer entr'eux, &c.

COROL. II. Il ſuit encore de ce Lemme-ci que, quelques ſoient les directions de plus de deux cordons (en quelque nombre qu'ils ſoient encore) attachés tous enſemble par un ſeul & même nœud qui ſoit regardé comme le centre d'un cercle ou d'une ſphere; que ſi ces cordons ne ſont pas répandus en plus d'un demi-cercle lorſqu'ils ſont tous en même plan, ou en plus d'une demi-ſphere lorſqu'ils ſont en plans differens; quelques puiſſances qu'on leur applique, une à chacun, elles ne pourront jamais être en équilibre entr'elles ſuivant ces directions: puiſqu'on pourra toûjours alors faire paſſer un plan par le nœud commun de ces cordons ſans le faire paſſer entr'eux, & ſans qu'ils ſoient tous dans ce plan.

Il eſt manifeſte que chacun de ces deux corollaires ſuit auſſi de l'autre, & qu'ils ſe prouvent mutuellement tous deux.

LEMME III.

I. *Lorſque tous les cordons iſſus d'un même nœud, ſont dirigés ſuivant un même plan, & répandus en plus d'un demi-cercle; il n'y en a aucun qui prolongé par de-là ce nœud commun ne paſſe entre les autres cordons, c'eſt-à-dire, à travers quelqu'un de leurs angles.*

Car s'il n'y paſſoit pas, il ſeroit le diametre terminant d'un demi-cercle dans lequel ſeul lui & les autres cordons ſeroient alors tous répandus; ce qui eſt contre l'hypotheſe. Donc, &c.

II. *Dans la même hypothese de tous les cordons dirigés suivant un même plan, & répandus en plus d'un demi-cercle; quelque ligne droite qu'on mene ou qu'on imagine sur ce plan par le nœud commun de tous ces cordons, sans passer le long d'aucun d'eux; elle passera toûjours de part & d'autre de ce nœud, à travers deux des angles que ces cordons font entr'eux.*

Car si elle ne passoit à travers d'aucun de ces angles; elle seroit le diametre terminant d'un demi-cercle dans lequel seul tous ces cordons seroient alors répandus; ce qui est contre l'hypothese. Et si cette ligne droite ne passoit à travers que d'un des angles de ces cordons, les deux cordons voisins à droite & à gauche de cette ligne droite du côté où elle ne passeroit à travers d'aucun de leurs angles, seroient avec tous les autres dans un demi-cercle, ou en moins d'un demi-cercle; ce qui est encore contre l'hypothese. Donc toute ligne droite menée sur le plan & par le nœud commun de tous ces cordons répandus (*hyp.*) en plus d'un demi-cercle, sans passer le long d'aucun d'eux, passera toûjours à travers deux de leurs angles de part & d'autre de ce nœud. *Ce qu'il falloit démontrer.*

III. *Lorsque ces cordons sont dirigés suivant des plans differens, & répandus en plus d'une demi-sphere; il n'y a aucun de ces plans, qui prolongé par de-là le nœud commun de ces cordons, ne passe entre les cordons des autres plans.*

Car s'il n'y passoit pas, il seroit le plan d'un grand cercle terminant une demi-sphere dans laquelle seule tous les cordons seroient alors répandus; ce qui est contre l'hypothese. Donc, &c.

SCHOL. La raison qui vient de faire voir (*part.* 2.) que toute ligne droite menée par le nœud & sur le plan commun de plusieurs cordons qui y seroient tous répandus en plus d'un demi-cercle, sans la faire passer le long d'aucun de ces cordons; passeroit toûjours à travers deux de leurs angles de part & d'autre de leur nœud commun: cette rai-

son, dis-je, fera voir de même que tout plan mené par le nœud commun de plusieurs cordons répandus en plus d'une demi-sphere, sans le faire passer le long d'aucun d'eux; passeroit aussi toûjours à travers deux de leurs angles de part & d'autre de leur nœud commun.

AVERTISSEMENT.

Dans la suite, en parlant de cordons de directions données, ausquels il faudra assigner autant de puissances (une à chacun) propres à faire équilibre entr'elles suivant ces directions; nous supposerons toûjours tous ces cordons attachés ensemble par un seul & même nœud commun, jusqu'à ce que nous avertissions du contraire; & quand nous dirons que les donnés en plans differens sont ou ne sont pas répandus en plus d'une demi-sphere, ou que les donnés en même plan sont ou ne sont pas répandus en plus d'un demi-cercle; leur nœud commun sera toûjours supposé être le centre de chacune de ces deux figures, & le demi-cercle être sur le plan de ces cordons, ainsi qu'on a supposé l'un & l'autre au commencement de ce Memoire, & qu'on vient encore de le supposer dans le précedent Lem. 3. & dans le corol. 2. du Lem. 2.

PROBLEME PROPOSÉ.

Les directions AB, AC, AD, AE, *de quatre cordons attachés ensemble par un seul nœud* A, *étant données; trouver quatre puissances* B, C, D, E, *qui appliquées à ces quatre cordons, feroient équilibre entr'elles suivant ces directions données.* FIG. III. IV.

SOLUTION.

Je dis que ce problême peut être tantôt déterminé, tantôt indéterminé, & quelques-fois impossible. Car ou les quatre cordons de directions données sont en plans differens, ou tous en même plan. Or je vas faire voir que dans le premier de ces deux cas le problême est toûjours déter-

miné ou impossible, & que dans le second il est toûjours indéterminé ou impossible. Donc, &c. Voici la démonstration de ces deux dernieres propositions avec la solution du problême lorsqu'il est possible.

CAS I.

Lorsque les quatre cordons de directions données, sont en plans differens, le problême est toûjours déterminé ou impossible.

Voici la démonstration de cette proposition en trois parties, dans lesquelles je vas faire voir,

I. Que lorsque les quatre cordons de directions données en plans differens, sont répandus en plus d'une demi-sphere, dont leur nœud commun soit le centre; le problême est toûjours possible.

II. Qu'alors il est toûjours déterminé.

III. Que lorsque ces quatre cordons de directions données en differens plans, ne sont pas répandus en plus d'une demi-sphere; le problême est toûjours impossible.

PART. I. Puisque (*hyp.*) les quatre cordons *AB*, *AC*, *AD*, *AE*, de directions données, sont ici en plans differens, & répandus en plus d'une demi-sphere, dont leur nœud commun *A* est le centre; & que si deux ou trois de ces cordons étoient dans un plan, & les deux autres ou le quatriéme hors de ce plan d'un seul côté de lui, ils ne seroient tous répandus que dans une demi-sphere terminée par ce plan de deux ou de trois cordons: il est manifeste que les quatre ne peuvent être ici que deux à deux dans chaque plan, & de maniere (*Lem. 3. part. 3.*) que le plan de deux de ces cordons, prolongé par de-là leur nœud commun *A*, passera toûjours ici à travers l'angle que les deux autres cordons y font entr'eux. Donc le plan *BAE* des deux cordons *AB*, *AE*, doit passer ici par de-là le nœud *A*, à travers l'angle *CAD* que les deux autres cordons *AC*, *AD*, font entr'eux; & réciproquement le plan *CAD* de

ces deux-ci doit paſſer de même à travers l'angle *BAE* des deux autres : de ſorte que la ſection commune *RAP* de ces deux plans *BAE*, *CAD*, diviſera toûjours ici chacun des deux angles de ces noms en quelque rapport déterminé que ce ſoit. Cela poſé,

SOLUT. I. D'un point quelconque *F* pris à volonté depuis *A* vers *P* ſur la droite *RAP*, dans l'angle *CAD*; ſoient menées trois autres droites *FK*, *FL*, *FG*, paralleles à *AD*, *AC*, *AE*, déterminées (*hyp.*) de poſition. Les deux premieres *FK*, *FL*, formeront ſur le plan *CAD* un parallelogramme *ALFK*, dont la diagonale *AF* priſe (*hyp.*) à volonté, & déterminée auſſi (*hyp.*) de poſition, déterminera de grandeur les côtés *AK*, *AL*, ſur *AC*, *AD*; & la troiſiéme *FG* dans le plan *BAE*, déterminera auſſi de grandeur *AG* ſur *BA* prolongée vers *Q*: de ſorte que *GH* parallele à *AE*, déterminera pareillement *AH* de grandeur ſur *AE*. Donc on aura auſſi *AK*, *AL*, *AG*, *AH*, déterminées non ſeulement (*hyp.*) de poſition, mais auſſi de grandeur; & par conſequent les rapports de ces quatre lignes entr'elles, ſeront ainſi déterminés & connus. FIG. III.

Cela étant, je dis que ſi l'on applique aux quatre cordons *AB*, *AC*, *AD*, *AE*, de directions données, autant de puiſſances *B*, *C*, *D*, *E*, qui ſoient entr'elles dans les rapports connus des lignes correſpondantes *AG*, *AK*, *AL*, *AH*; ces quatre puiſſances ainſi dirigées feront équilibre entr'elles, & retiendront ainſi en repos (les unes contre les autres) le nœud libre *A* qui tient tous leurs cordons attachés enſemble.

DE'MONST. Puiſque (*hyp.*) les deux puiſſances *C*, *D*, ſont entr'elles comme les côtés correſpondans *AK*, *AL*, du parallelogramme *KL*, il reſultera (*Lem. I.*) de leur concours d'action ſur le nœud *A* une force ou impreſſion de *A* vers *P* ſuivant *AP* ou *AF*, laquelle ſera à chacune de ces deux puiſſances *C*, *D*, comme cette diagonale *AF* du parallelogramme *KL*, eſt à chacun de ſes côtés correſpondans *AK*, *AL*: de ſorte que ſi l'on appelle *P* cette nouvelle force

suivant *AF* ou *AP*, l'on aura ici *P* . *C* :: *AF* . *AK*. Or (*hyp.*) *C* . *E* :: *AK* . *AH*. Donc *P* . *E* :: *AF* . *AH*. c'est-à-dire, les deux forces *P*, *E*, entr'elles comme les côtés correspondans *AF*, *AH*, du parallelogramme *AFGH*. Donc (*Lem. 1.*) du concours d'action de ces deux forces *P*, *E*, sur le nœud *A*, il lui en resultera aussi une de *A* vers *G* suivant la diagonale *AG* du parallelogramme *FH*, laquelle sera à chacune de ces deux-là *P*, *E*, comme cette diagonale *AG* à chacun des côtés correspondans *AF*, *AH*: de sorte qu'en appellant aussi *Q* cette nouvelle force suivante *AG* ou *AQ*, l'on aura ici *Q* . *E* :: *AG* . *AH*. Donc ayant aussi (*hyp.*) *B* . *E* :: *AG* . *AH*. L'on aura ici les deux forces *Q*, *B*, égales entr'elles: ainsi ces deux forces étant (*hyp.*) directement opposées, elles feront équilibre entr'elles. Or on vient de voir que la force *Q* suivant *AG*, est l'effort que les deux puissances *E*, *P*, font ensemble sur le nœud *A* contre la puissance *B*. Donc ces trois puissances *E*, *F*, *B*, feront pareillement ici en équilibre entre elles. Or on vient de voir aussi que la force *P* suivant *AF*, est l'effort que les deux puissances *C*, *D*, font ensemble sur le nœud *A* contre les deux puissances *E*, *B*. Donc les quatre puissances *B*, *C*, *D*, *E*, seront ici en équilibre entr'elles suivant les directions données *AB*, *AC*, *AD*, *AE*. *Ce qu'il falloit trouver & démontrer.*

FIG. IV. SOLUT. II. Les directions des quatre cordons *AB*, *AC*, *AD*, *AE*, étant données ici les mêmes que dans la précedente solut. 1. la section commune *RAP* des deux plans *BAE*, *CAD*, donnés (*hyp.*) de position, sera aussi de position déterminée ici comme là dans l'un & dans l'autre de ces deux plans, aussi-bien que (*hyp.*) les directions *AB*, *AE*, dans le premier *BAE*; & *AC*, *AD*, dans le second *CAD*: de sorte que cette section commune *RAP* divisera ici comme là chacun des angles *BAE*, *CAD*, en quelque rapport déterminé que ce soit. Donc en prenant de part & d'autre depuis *A* vers *P*, *R*, deux parties égales quelconques *AF*, *AM*, sur cette section commune *RAP*,
autour

autour desquelles (comme diagonales) soient faits deux parallelogrammes *KL* sur le plan *CAD*, & *GH* sur le plan *BAE*; leurs côtés *AK*, *AL*, *AH*, *AG*, qui sont autant de parties des directions *AC*, *AD*, *AE*, *AB*, de positions (*hyp.*) déterminées, seront aussi déterminées de grandeur; & consequemment entr'eux en des rapports déterminés & connus.

Je dis presentement que si l'on applique aux quatre cordons *AB*, *AC*, *AD*, *AE*, donnés (*hyp.*) de position, autant de puissances *B*, *C*, *D*, *E*, qui soient entr'elles comme les quatre côtés connus *AG*, *AK*, *AL*, *AH*, des deux parallelogrammes *GH*, *KL*; ces quatre puissances seront encore ici en équilibre entr'elles suivant ces directions données.

DE'MONST. Le Lemme 1. fait encore voir que du concours d'action des deux puissances *C*, *D*, sur le nœud *A*, il resultera à ce nœud une force ou impression de *A* vers *F* suivant *AF*, équivalente à ce concours d'action de ces deux puissances sur ce nœud *A*, laquelle force suivant *AF* sera à chacune de ces deux puissances *C*, *D*, comme cette diagonale *AF* du parallelogramme *KL*, sera à chacun de ses côtés correspondans *AK*, *AL*; & que du concours d'action des deux autres puissances *B*, *E*, sur le même nœud *A*, il resultera pareillement à ce nœud une force ou impression de *A* vers *M* suivant *AM*, équivalente aussi à ce concours d'action de ces deux autres puissances sur ce nœud *A*, laquelle force suivant *AM* sera de même à chacune de ces deux puissances *B*, *E*, comme cette diagonale *AM* du parallelogramme *GH*, sera à chacun de ces côtés correspondans *AG*, *AH*. Donc si de ces deux forces ou impressions directement contraires suivant *AF* ou *AP*, & suivant *AM* ou *AR*, l'on appelle la premiere *P*, & la seconde *R*; l'on aura ici $P.C::AF.AK$. Et $B.R::AG.AM$. avec (*hyp.*) $C.B::AK.AG$. Ce qui (en multipliant par ordre) donnera $P.R::AF.AM$. De sorte qu'ayant ici (*hyp.*) *AF* égale à *AM*, & en ligne droite avec elle, l'on

y aura auſſi les forces *P*, *R*, égales entr'elles, & directement oppoſées l'une à l'autre. Donc elles ſeront ici en équilibre entr'elles. Or on vient de voir que la force *P* ſuivant *AF*, eſt l'effort que les deux puiſſances *C*, *D*, font enſemble ſur le nœud *A*; & que la force *R* ſuivant *AM*, eſt pareillement l'effort que les deux autres puiſſances *B*, *E*, font auſſi enſemble ſur le même nœud *A*. Donc l'effort que les deux puiſſances *C*, *D*, font enſemble ſur le nœud *A*, eſt ici égal & directement oppoſé à l'effort que les deux autres puiſſances *B*, *E*, font auſſi enſemble ſur ce nœud. Par conſequent ces quatre puiſſances *B*, *C*, *D*, *E*, ſeront encore ici en équilibre entr'elles ſuivant les directions données *AB*, *AC*, *AD*, *AE*. *Ce qu'il falloit encore trouver & démontrer.*

Fig. III. IV. PART. II. Telle eſt (*part. 1.*) la poſſibilité & la ſolution du Problême propoſé, lorſque les quatre cordons de directions données en differens plans, ſont répandus en plus d'une demi-ſphere. Je dis preſentement que ce Problême eſt alors déterminé aux rapports des puiſſances qu'on y vient d'aſſigner.

DÉMONST. On vient de voir au commencement de la part. 1. que les quatre cordons *AB*, *AC*, *AD*, *AE*, de directions ici données, ſont en deux plans differens *BAE*, *CAD*, dont la ſection commune *RAP* diviſe toûjours chacun des angles *BAE*, *CAD*; & que ces deux plans étant ainſi donnés de poſition l'un par rapport à l'autre, cette ſection commune *RAP*, qu'ils font entr'eux, eſt auſſi déterminée de poſition par rapport aux côtés *AB*, *AE*, *AC*, *AD*, de ces deux angles, leſquels ſont ainſi diviſés par elle en parties déterminées, qui conſequemment déterminent les rapports des diagonales *AF*, *AG*, aux côtés de leurs parallelogrammes *KL*, *FH*, dans la part. 1. ſolut. 1. Fig. 3. ou des diagonales *AF*, *AM*, aux côtés de leurs parallelogrammes *KL*, *GH*, dans la même part. 1. ſolut. 2. Fig. 4. Donc ces directions *AB*, *AC*, *AD*, *AE*, données (*hyp.*) les mêmes dans l'une & l'autre de ces deux ſolutions, y

déterminent ainsi les rapports de leurs parties (employées à ces parallelogrammes) *AG, AK, AL, AH*, à être toûjours les mêmes pour les mêmes directions. Par consequent ces rapports étant (*part. 1. solut. 1. 2.*) les requis des quatre puissances *B, C, D, E*, qu'on vient de démontrer (*part. 1.*) devoir faire équilibre entr'elles suivant ces quatre directions données *AB, AC, AD, AE*; les quatre puissances propres à faire équilibre entr'elles suivant ces directions, seront toûjours déterminées à ces mêmes rapports, tant que ces directions seront les mêmes. Donc ce cas 1. de la question proposée, est un problême déterminé aux rapports des puissances qu'on vient d'assigner (*part. 1. solut. 1. 2.*) pour faire équilibre entr'elles suivant les directions données, sans qu'aucun autre rapport de puissances ainsi dirigées y puisse satisfaire : ces rapports des quatre grandeurs *AG, AK, AL, AH*, proportionnelles aux quatre puissances *B, C, D, E*, requises pour cela, étant les mêmes dans les solut. 1. 2. de la part. 1. dans lesquelles, si l'on prend *AF* la même de part & d'autre, ces quatre grandeurs seront aussi les mêmes. Donc en ce cas-ci de quatre cordons de directions données, & répandus en plus d'une demi-sphere dont leur nœud commun est le centre, le problême est toûjours déterminé. *Ce qu'il falloit 2°. démontrer.*

PART. III. Cette part. 3. est que lorsque les quatre cordons de directions données en differens plans, ne sont pas répandus en plus d'une demi-sphere, le problême est impossible. Cela se trouve démontré dans le corol. 2. du Lem. 2.

CAS II.

Lorsque les quatre cordons de directions données sont tous en même plan; le Problême est toûjours indéterminé ou impossible.

Voici aussi la démonstration de cette proposition en trois parties, dans lesquelles je vas faire voir.

I. Que lorsque les quatre cordons de directions données en même plan, sont répandus en plus d'un demi-cercle, le problême est toûjours possible.

II. Qu'alors il est toûjours indéterminé.

III. Et que lorsque les quatre cordons de directions données en même plan, ne sont pas répandus en plus d'un demi-cercle, le problême est toûjours impossible.

FIG. III. IV. PART. I. Pour ne pas multiplier inutilement les figures, supposons presentement que les quatre cordons *AB*, *AC*, *AD*, *AE*, des Fig. 3. 4. regardés ci-dessus (*cas 1.*) comme en plans differens, sont ici tous de directions données en même plan, & répandus en plus d'un demi-cercle. Suivant cette hypothese, la ligne *RAP*, qui étoit-là une section commune de deux plans, ne sera plus ici qu'une simple ligne droite, laquelle y soit menée au hazard sur le plan des cordons par leur nœud commun *A*, à travers quelqu'un *BAE* de leurs angles, sans passer le long d'aucun de ces cordons. La part. 2. du Lem. 3. fait voir que cette droite *RAP* divisera encore quelqu'autre angle *CAD* de ces mêmes cordons; & la part. 1. du même Lem. 3. fait pareillement voir que chacun de ces cordons prolongé par de-là leur nœud commun *A*, par exemple *BA* prolongé vers *Q* dans la Fig. 3. divisera aussi quelqu'un *DAE* de leurs angles.

SOLUT. 1°. Cela posé, si dans la presente hypothese des Fig. 3. 4. l'on fait en même plan les parallelogrammes *KL*, *FH*, dans la Fig. 3. & *KL*, *GH* dans la Fig. 4. de la maniere qu'on les a faits en plans differens dans les solut. 1. 2. de la part. 1. du cas 1. & qu'on applique ici comme là aux quatre cordons *AB*, *AC*, *AD*, *AE*, de directions ici données, autant de puissances (une à chacun) *B*, *C*, *D*, *E*, qui soient encore ici entr'elles comme les parties correspondantes *AG*, *AK*, *AL*, *AH*, de leurs directions: on démontrera ici que ces quatre puissances y demeureront en équilibre entr'elles suivant ces directions ici données en même plan, & de cordons

répandus en plus d'un demi-cercle ; comme on a démontré là que les quatre puiſſances qu'on y a aſſignées, y devoient demeurer en équilibre ſuivant les directions qui y étoient données en plans differens, & de cordons répandus en plus d'une demi-ſphere. Donc le problême eſt toûjours poſſible ici comme là. *Ce qu'il falloit 1°. trouver & démontrer.*

2°. Si l'on veut que deux des quatre cordons de directions ici données en même plan, & répandus en plus d'un demi-cercle, par exemple, les deux *AC*, *AE*, ſoient ici en ligne droite *CE*, qui diviſe (*Lem. 3. part. 1.*) l'angle *BAD* que les deux autres *AB*, *AD*, font entr'eux ; il n'y a qu'à faire ſur une partie quelconque *AK* de *AC*, comme diagonale, un parallelogramme *GL* de côtés *AG*, *AL*, pris ſur *AB*, *AD* ; & après avoir ajoûté à cette diagonale *AK* une partie quelconque *KH* du même cordon *AC*, appliquer aux quatre cordons *AB*, *AC*, *AD*, *AE*, autant de puiſſances (une à chacun) *B*, *C*, *D*, *E*, qui ſoient entr'elles comme *AG*, *KH*, *AL*, *AH*. Celà fait, je dis que ces quatre puiſſances ainſi dirigées, ſeront encore ici en équilibre entr'elles. FIG. V.

DÉMONST. De ce que (*hyp.*) *B* . *D* : : *AG* . *AL*. il ſuit du Lem. 1. que du concours de ces deux puiſſances *B*, *D*, il reſultera au nœud *A* une force ou impreſſion de *A* vers *C* ſuivant *AC*, laquelle ſera à chacune de ces deux puiſſances *B*, *D*, comme la diagonale *AK* du parallelogramme *GL* à chacun de ſes côtés correſpondans *AG*, *AL* ; & conſequemment que ſi l'on appelle *K* cet effort commun des puiſſances *B*, *D*, ſuivant *AK*, l'on aura ici *K* . *B* : : *AK* . *AG*. Or (*hyp.*) *B* . *C* : : *AG* . *KH*. Donc *K* . *C* : : *AK* . *KH*. Et *K* + *C* . *C* : : *AK* + *KH* (*AH*) . *KH*. Or (*hyp.*) *C* . *E* : : *KH* . *AH*. Donc *K* + *C* . *E* : : *AH* . *AH*. c'eſt-à-dire, *K* + *C* = *E*. Or on vient de voir que *K* eſt l'effort que les deux puiſſances *B*, *D*, font enſemble de *A* vers *C* ſuivant *AC* ſur le nœud *A*, dans le ſens que la puiſſance *C* le tire ; d'où il reſulte que *K* + *C* eſt tout ce

que ces trois puiſſances B, D, C, font enſemble d'effort ſur le nœud A contre la puiſſance E qui le tire directement (*hyp.*) à contre-ſens de cet effort commun $K+C$. Donc ayant déja $K+C=E$, cette puiſſance E ſera ici directement contraire & égale à tout ce que les trois autres B, C, D, font enſemble d'effort ſur le nœud A. Par conſequent ces quatre puiſſances B, C, D, E, doivent encore ici demeurer en équilibre entr'elles ſuivant les directions AB, AC, AD, AE, qui y ſont données. *Ce qu'il falloit auſſi démontrer.*

FIG. VI. 3°. Si les quatre cordons AB, AC, AD, AE, de directions ici données en même plan, & répandus en plus d'un demi-cercle, étoient deux à deux en lignes droites, qui fuſſent, par exemple, BD, CE: il eſt viſible qu'en appliquant deux puiſſances égales quelconques B, D, aux deux cordons AB, AD; & deux autres auſſi quelconques égales C, E, aux deux autres cordons AC, AE; ces quatre puiſſances demeureroient ici en équilibre entr'elles, quelque fût le rapport de chacune des deux premieres B, D, à chacune des deux dernieres C, E. *Ce qui eſt tout ce qui reſtoit ici à faire voir.*

FIG. III. IV. V. VI. Donc (*art. 1. 2. 3.*) quelques ſoient les directions données de quatre cordons AB, AC, AD, AE, en même plan, & répandus en plus d'un demi-cercle décrit ſur ce plan, d'un centre qui ſeroit le nœud commun A de ces quatre cordons; le Problême propoſé ſera toûjours poſſible & reſolu comme dans ces art. 1. 2. 3. *Ce qui eſt tout ce qu'il falloit faire & démontrer dans cette part. 1. du cas 2.*

PART. II. Il s'agit preſentement de faire voir que ce Problême de quatre cordons de directions données en même plan, & répandus en plus d'un demi-cercle décrit ſur ce plan, de leur nœud commun comme centre, eſt toûjours indéterminé. Pour cela il eſt à conſiderer que

FIG. III. IV. 1°. La liberté qu'on a euë dans l'art. 1. de la part. 1. Fig. 3. 4. de mener à volonté par le nœud A, ſur le plan de ces quatre cordons AB, AC, AD, AE, la ligne droite

RAP à travers de leurs angles *BAE*, *CAD*, pouvant diversifier à l'infini les rapports entr'elles des quatre droites *AG*, *AK*, *AL*, *AH*; & consequemment aussi ceux des quatre puissances *B*, *C*, *D*, *E*, qu'on vient de voir (*part.* 1. *art.* 1.) devoir toûjours demeurer en équilibre entr'elles suivant ces directions, tant que ces quatre puissances sont entr'elles en raison de ces quatre lignes correspondantes; il suit de-là qu'une infinité de puissances quatre à quatre, dans des rapports tout differens & variés à l'infini, pourront ici faire équilibre entr'elles, suivant les mêmes directions données; & consequemment que le cas 2. de la question proposée, est ici un Problême indéterminé. *Ce qu'il falloit 1°. démontrer.*

2°. Quoique dans l'art. 2. de la part. 1. Fig. 5. le rapport de *AG* à *AL* soit déterminé par les positions données de *AB*, *AD*, & de la droite *CAE* en même plan; cependant la liberté qu'on a euë d'y prendre *KH*, & consequemment aussi *AH* à volonté, pouvant diversifier à l'infini non seulement le rapport de *AH* à *KH*, mais encore les rapports de ces deux parties du cordon *AC* aux deux *AG*, *AL* des cordons *AB*, *AD*; il suit de-là que les rapports entr'elles des quatre parties *AG*, *KH*, *AL*, *AH*, de ces cordons sont variables à l'infini; & consequemment aussi les rapports des quatre puissances *B*, *C*, *D*, *E*, qu'on vient de voir (*part.* 1. *art.* 2.) devoir toûjours ici demeurer en équilibre entr'elles, tant qu'elles y seront entr'elles comme ces quatre parties correspondantes des cordons *AB*, *AC*, *AD*. Donc une infinité de puissances, quatre à quatre, pourront encore ici faire équilibre entr'elles suivant les mêmes directions *AB*, *AC*, *AD*, *AE*, qui y sont données en même plan, & de quatre cordons répandus en plus d'un demi-cercle. Par consequent le cas 2. de la question proposée, est encore ici un Problême indéterminé. *Ce qu'il y falloit 2°. démontrer.* FIG. V.

3°. Dans l'art. 3. de la part. 1. Fig. 6. quoi-qu'il y soit requis pour l'équilibre entr'elles des quatre puissances *B*, FIG. VI.

C, *D*, *E*, ſuivant les directions qui y ſont données (*hyp.*) en lignes droites deux à deux, que les deux directement oppoſées de ces puiſſances, telles qui y ſont (*hyp.*) *B* à *D*, & *C* à *E*, ſoient ainſi deux à deux égales entr'elles : ſçavoir, $B = D$, & $C = E$; cependant chacun de ces deux couples de puiſſances égales y étant à volonté, le rapport de chacune du premier couple à chacune du ſecond, y eſt encore variable à l'infini. Par conſequent une infinité de puiſſances, quatre à quatre, en des rapports differens à l'infini, pourront encore ici faire équilibre entr'elles ſuivant les quatre directions qui y ſont données. Donc le cas 2. de la queſtion propoſée, eſt encore ici un Problême indéterminé. *Ce qu'il y falloit 3°. démontrer.*

Donc (*art. 1. 2. 3.*) quelques ſoient les directions données de quatre cordons *AB*, *AC*, *AD*, *AE*, en même plan, & répandus en plus d'un demi-cercle décrit ſur ce plan, d'un centre qui ſeroit le nœud commun *A* de ces quatre cordons ; le Problême propoſé ſera toûjours indéterminé. *Ce qui eſt tout ce qu'il falloit démontrer dans cette part. 2. du cas 2.*

PART. III. Cette part. 3. eſt que lorſque les quatre cordons de directions données toutes en même plan, ne ſont pas répandus en plus d'un demi-cercle, le Problême eſt impoſſible. Cela ſe trouve démontré dans le corol. 2. du Lem. 2.

CONCLUSION DES CAS I. II.

Donc quelques ſoient les directions données de quatre cordons attachés enſemble par un ſeul & même nœud, auſquels il s'agit d'appliquer quatre puiſſances (une à chacun) qui faſſent équilibre entr'elles ſuivant les directions données ; le Problême peut être tantôt déterminé, tantôt indéterminé, & quelques-fois impoſſible : ſçavoir,

1°. Déterminé (*part. 1. 2. du cas 1.*) lorſque les quatre cordons de directions données ſont en des plans differens, & répandus en plus d'une demi-ſphere.

2°.

2°. Indéterminé (*part. 1. 2. du cas 2.*) lorsque ces quatre cordons sont tous en même plan, & répandus en plus d'un demi-cercle.

3°. Enfin impossible (*part. 3. des cas 1. 2.*) lorsque ces quatre cordons de directions données, sont en des plans differens sans être répandus en plus d'une demi-sphere, ou tous en même plan sans être répandus en plus d'un demi-cercle.

C'est-là tout ce qu'il s'agissoit de trouver & de démontrer dans le Problême proposé.

AUTRE PROBLEME.

Soient à volonté les directions données de cinq cordons AB, AC, AD, AE, AF, *attachés tous ensemble par un seul & même nœud* A : *on demande cinq puissances, qui appliquées à ces cinq cordons, une à chacun, fassent toutes ensemble équilibre entr'elles.* FIG. VII. VIII. IX.

SOLUTION.

Je dis que ce Problême est toûjours indéterminé ou impossible, soit que les directions données soient en plans differens, ou toutes en même plan.

CAS I.

Lorsque les cinq directions données sont en plans differens; le Problême est toûjours indéterminé ou impossible.

Voici la démonstration de cette proposition en trois parties dans lesquelles je vas faire voir,

I. Que lorsque les cinq cordons de directions données en plans differens, sont répandus en plus d'une demi-sphere, dont leur nœud commun soit le centre; le Problême est toûjours possible.

II. Qu'alors il est toûjours indéterminé.

III. Que lorsque ces cinq cordons de directions données en plans differens, ne sont pas répandus en plus d'une demi-sphere, le Problême est toûjours impossible.

PART. I. Puisque (*hyp.*) les cinq cordons *AB, AC, AD,*

AE, AF, font ici en plans differens, & répandus en plus d'une demi-ſphere; il n'y en peut avoir en même plan, d'un ſeul côté duquel tous les autres ſe trouvent: autrement ils ne ſeroient tous répandus que dans une demi-ſphere terminée par ce plan; ce qui eſt contre l'hypotheſe. Donc de ces cinq cordons il y en aura toûjours deux ſeuls en même plan, & les trois autres de part & d'autre de ce plan, qui prolongé paſſera entr'eux. Soient *AB, AE*, les deux qui ſe trouvent ſeuls dans un plan *BAE*: la part. 3. du Lem. 3. fait voir que quelque ſoit ici la diſpoſition des trois autres cordons *AC, AD, AF*, ce plan *BAE* prolongé par de-là le nœud commun *A* de tous, paſſera toûjours à travers ces trois-ci, par exemple, ſuivant *AO*; & que ce plan *BEAO* aura toûjours d'un côté de lui (que j'appelle le *deſſus*) deux *AD, AF*, de ces trois autres cordons, & de l'autre côté (que j'appelle le *deſſous*) le troiſiéme *AC*; & ſoit que ce cordon *AC* ſoit, ou non, en-ligne droite avec un des deux autres *AD, AF*; ils feront toûjours entr'eux pour le moins deux angles *DAF, CAF*, ou *DAF, CAD*. Cela poſé.

SOLUT. Sur le plan *DAF* dans l'angle de ce nom, ſoit la droite *AS* de grandeur & de poſition arbitraires, laquelle faſſe un angle quelconque *SAC* avec le cordon *AC*; ce qui ne pourra être autrement, ſi les trois *AC, AD, AF*, ſont en plans differens; & ce qui ſera toûjours poſſible, s'ils ſont tous trois en même plan, puiſque (*hyp.*) *AD* ou *AF* fait un angle avec *AC*. Autour de cette diagonale *AS* ſoit le parallelogramme *LM*, de côtés *AL, AM*, pris ſur les cordons *AD, AF*, ſuppoſés au-deſſus du plan *BEAO*, au-deſſus duquel cette diagonale *AS* ſera conſequemment auſſi. Ayant ainſi *AS* au-deſſus de ce plan, & (*hyp.*) *AC* au-deſſous; il eſt viſible que le plan *SAC* coupera celui-là en quelque ſection *AP* qui ſera ainſi dans ces deux plans *BEAO, SAC*. Donc *ST* parallele à *AC*, rencontrera cette ſection commune *AP* en quelque point *T*, duquel ſi l'on mene *TK* parallele à *AS*, elle rencontrera auſſi le cordon *AC* en quelque point *K*, & achevera ainſi ſur le plan *SACP*

le parallelogramme *SK* dont la diagonale *AT* ſera auſſi dans le plan *BEAOP* des deux cordons *AB, AE ;* deſquels le cordon *BA* prolongé vers *Q*, ſera conſequemment rencontré en quelque point *G* par *TG* parallele à *AE :* de ſorte que *AE* devant auſſi être rencontrée en quelque point *H* par *GH* parallele à *AP*, l'on aura enfin dans ce plan *BEAOP* le parallelogramme *HT* dont la diagonale *AG* ſera (*hyp.*) en ligne droite avec *AB*.

Cela fait, je dis que ſi aux cinq cordons *AB, AC, AD, AE, AF,* de directions ici données en plans differens, l'on applique autant de puiſſances (une à chacun) *B, C, D, E, F,* qui ſoient entr'elles comme les parties correſpondantes *AG, AK, AL, AH, AM,* de leurs directions ; ces cinq puiſſances demeureront ici toutes en équilibre entr'elles ſuivant ces mêmes directions données.

DÉMONST. Puiſque (*hyp.*) *F.D* : : *AM.AL*. Le Lem. 1. fait voir que du concours d'action de ces deux puiſſances *F, D,* il reſultera au nœud *A* une impreſſion ou force (que j'appelle *S*) ſuivant *AS*, équivalente à l'effort commun de ces deux puiſſances *F, D*, ſur ce nœud *A ;* laquelle force *S* ſera à chacune d'elles comme cette diagonale *AS* du parallelogramme *ML* ſera à chacun de ſes côtés correſpondans *AM, AL ;* de ſorte que l'on aura ici *S.C* : : *AS.AK*. Par conſequent (*Lem.* 1.) du concours d'action de ces deux forces *S, C*, ſur le nœud *A*, il lui en reſultera une (que j'appelle *T*) ſuivant *AT*, équivalente à l'effort commun des trois *F, D, C,* ſur ce nœud *A ;* laquelle force *T* ſera à la puiſſance *C,* comme cette diagonale *AT* du parallelogramme *SK* ſera à ſon côté correſpondant *AK :* c'eſt-à-dire *T.C* : : *AT.AK*. Or (*hyp.*) *C.E* : : *AK.AH*. Donc *T.E* : : *AT.AH*. Par conſequent (*Lem.* 1.) du concours d'action de ces deux forces *T, E*, ſur le nœud *A*, il lui en reſultera une (que j'appelle *G*) ſuivant *AG*, équivalente à l'effort commun des quatre puiſſances *F, D, C, E*, ſur ce nœud *A ;* laquelle force *G* ſera à la puiſſance *E*, comme cette diagonale *AG* du parallelogramme

TH sera à son côté correspondant *AH*: c'est-à-dire, *G* . *E* : : *AG* . *AH*. Or on a aussi (*hyp.*) *B* . *E* : : *AG* . *AH*. Donc *G* = *B*. Par consequent ces deux forces égales *G*, *B*, étant (*hyp.*) directement opposées, il y aura ici équilibre entr'elles. Or on vient de voir que la premiere *G* est équivalente à tout l'effort que les quatre puissances *C*, *D*, *E*, *F*, font ensemble de *A* vers *G* suivant *AG* ou *AQ* sur le nœud *A*. Donc ces quatre puissances feront ici équilibre avec la cinquiéme *B*. *Ce qu'il falloit 1°. trouver & démontrer.*

PART. II. Si l'on considere que dans la précedente solut. part. 1. la diagonale *AS* du parallelogramme *LM*, a été prise de grandeur & de position indéterminées; on verra que les côtés *AL*, *AM*, de ce parallelogramme sont aussi indéterminés de grandeur & de rapport non seulement entr'eux, mais encore avec *AK*, *AH*, *AG*. Donc les rapports entr'elles de ces cinq lignes *AG*, *AK*, *AL*, *AH*, *AM*, sont variables à l'infini. Cependant on vient de démontrer (*part. 1.*) que cinq puissances *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, en raison de ces cinq lignes, & appliquées, chacune à chacun de ces cinq cordons correspondans *AB*, *AC*, *AD*, *AE*, *AF*, ainsi dirigés, feroient toûjours équilibre entr'elles suivant ces directions données. Donc une infinité de puissances, cinq à cinq, en des rapports differens à l'infini, feroient ainsi équilibre entr'elles suivant ces mêmes directions. Par consequent le Problême est ici indéterminé. *Ce qu'il falloit 2°. démontrer.*

Si un des deux cordons AF, AD, *supposés au-dessus du plan* BAE, *est dans ce plan; on se servira encore d'eux comme l'on vient de faire dans la part. 1. pour prouver comme là que le Problême est ici possible; & un raisonnement semblable à celui de la part. 2. prouvera aussi comme là qu'il est encore ici indéterminé.*

PART. III. C'est ainsi (*part. 1. 2.*) que le Problême de cinq cordons de directions données en plans differens, est toûjours indéterminé tant que ces cinq cordons se trouvent répandus en plus d'une demi-sphere dont leur nœud

commun ſoit le centre. Il s'agit preſentement de faire voir que ce Problême eſt toûjours impoſſible, lorſque ces cinq cordons de directions données en plans differens, ne ſont pas répandus en plus d'une demi-ſphere. C'eſt ce qui ſe trouve démontré dans le corol. 2. du Lem. 2. & *ce qu'il falloit ici 3°. faire voir.*

CAS II.

Lorſque les cinq directions données ſont toutes en même plan, le Problême eſt encore toûjours indéterminé ou impoſſible.

Voici auſſi la démonſtration de cette poſition en trois parties, dans leſquelles je vas faire voir,

I. Que lorſque les cinq cordons de directions données toutes en même plan, ſont répandus en plus d'un demi-cercle, le Problême eſt toûjours poſſible.

II. Qu'alors il eſt toûjours indéterminé.

III. Que lorſque les cinq cordons de directions données en même plan, ne ſont pas répandus en plus d'un demi-cercle, le Problême eſt toûjours impoſſible.

PART. I. Suppoſons preſentement que les cinq cordons *AB*, *AC*, *AD*, *AE*, *AF*, des Fig. 7. 8. 9. regardez ci-deſſus (*cas 1.*) comme en plans differens, ſont ici tous de directions données en même plan, & répandus en plus d'un demi-cercle dont leur nœud commun *A* ſoit le centre; ſoit que ces cinq cordons ayent autant de directions differentes ſur le plan commun, ou qu'il s'y en trouve en lignes droites les uns avec les autres. Dans cette hypotheſe, où il n'y a plus de ſections *AO*, *AP*, de plans differens comme dans la part. 1. du cas 1. ſoient ſeulement les ſimples droites *AS*, *AP*, qui en faiſant entr'elles un angle quelconque *SAP* ſur le plan de ces cordons, en diviſent les angles *FAD*, *DAC*, dans les Fig. 7. 8. ou *FAD*, *FAC*, dans la Fig. 9. en tels rapports qu'on voudra, & dont *AS* ſoit auſſi priſe de grandeur arbitraire.

FIG. VII. VIII. IX.

SOLUT. I. Si dans la presente hypothese l'on fait en même plan les parallelogrammes *ML, SK, TH*, de la maniere qu'on les a faits en plans differens dans la part. 1. du cas 1. & qu'on applique ici comme là aux cinq cordons *AB, AC, AD, AE, AF*, de directions encore ici données, autant de puissances (une à chacun) *B, C, D, E, F*, qui soient entr'elles comme les parties correspondantes *AG, AK, AL, AH, AM*, de leurs directions : on démontrera ici que ces cinq puissances y demeureront en équilibre entr'elles suivant ces directions ici données en même plan, & de cordons répandus en plus d'un demi-cercle ; comme on a démontré là que les cinq puissances qu'on y a assignées, y devoient demeurer en équilibre suivant les directions qui y étoient données en plans differens, & de cordons répandus en plus d'une demi-sphere. Donc le Probléme est toûjours possible ici comme là. *Ce qu'il falloit 1°. démontrer.*

FIG. X. SOLUT. II. Quelques soient les cinq directions ici données en même plan, des cinq cordons *AB, AC, AD, AE, AF*, répandus en plus d'un demi-cercle, soit qu'il s'en trouve en lignes droites entr'eux, ou non ; il est visible que des cinq il y en aura toûjours quelqu'un qui ne sera en ligne droite avec aucun autre, & qui prolongé par de-là leur nœud commun *A*, en aura toûjours deux de chaque côté de lui comme dans la Fig. 10. ou trois d'un côté, & un de l'autre comme dans la Fig. 11. Soit dans la Fig. 10. *BA* ce cordon qui prolongé vers *Q* ait ainsi *AC* avec *AD* d'un côté, & *AE* avec *AF* de l'autre, soit que ceux d'un côté soient en lignes droites, ou non, avec ceux de l'autre. Sur cette droite *BAQ* soient prises depuis *A* de part & d'autre, deux parties égales quelconques *AG, AV*: sur *AV*, & sur une partie quelconque *AN* de *AG*, comme diagonales, soient les parallelogrammes *HL, MK*, dont les côtés soient sur les cordons qui forment les angles que la droite *BAQ* divise en quelques rapports que ce soient.

Cela fait, je dis que si aux cinq cordons *AB, AC, AD*,

AE, *AF*, de directions ici données, l'on applique autant de puiſſances (une à chacun) *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, qui ſoient entr'elles comme les parties correſpondantes *NG*, *AK*, *AL*, *AH*, *AM*, de leurs directions; ces cinq puiſſances demeureront ici en équilibre entr'elles ſuivant ces mêmes directions.

DE'MONST. Puiſque (*hyp.*) *D*. *E* :: *AL*. *AH*. Et *C*. *F* :: *AK*. *AM*. Le Lem. 1. fait voir que du concours d'action des deux premieres puiſſances *D*, *E*, ſur le nœud *A*, il lui reſultera une force ou impreſſion (que j'appelle *V*) de *A* vers *Q* ſuivant *AV* ou *AQ*, laquelle force *V* ſera à chacune de ces deux puiſſances *D*, *E*, comme cette diagonale *AV* du parallelogramme *HL* ſera à chacun de ſes côtés correſpondans *AL*, *AH*; & que du concours d'action des deux autres puiſſances *C*, *F*, ſur le même nœud *A*, il lui reſultera pareillement une autre force ou impreſſion directement contraire (que j'appelle *N*) de *A* vers *B* ſuivant *AB* ou *AN*, laquelle force *N* ſera auſſi à chacune de ces deux autres puiſſances *C*, *F*, comme cette diagonale *AN* du parallelogramme *MK* ſera à chacun de ſes côtés correſpondans *AK*, *AM*: de ſorte que l'on aura ici *V*. *D* :: *AV*. *AL*. Et *C*. *N* :: *AK*. *AN*. Donc ayant (*hyp.*) *D*. *C* :: *AL*. *AK*. L'on aura auſſi *V*. *N* :: *AV*. *AN*. Or venant de trouver *N*. *C* :: *AN*. *AK*. Et ayant (*hyp.*) *C*. *B* :: *AK*. *NG*. L'on aura de même *N*. *B* :: *AN*. *NG*. Et conſequemment *N*. *N*+*B* :: *AN*. *AN*+*NG* (*AG*). Donc *V*. *N*+*B* :: *AV*. *AG*. De ſorte qu'ayant ici (*hyp.*) *AV*=*AG*, l'on y aura auſſi *V*=*N*+*B*. Donc *N*+*B* étant (ci deſſus) l'effort total de *A* vers *B* ſuivant *AB*, reſultant du concours d'action des trois puiſſances *C*, *F*, *B*, ſur le nœud *A*; & *V* un effort directement contraire de *A* vers *Q* ſuivant *AQ* ſur le même nœud *A*, reſultant du concours d'action des deux autres puiſſances *D*, *E*, contre ces trois-là; ces cinq puiſſances demeureront ici en équilibre entr'elles ſuivant les directions qu'on y ſuppoſe données. *Ce qu'il falloit auſſi démontrer.*

FIG. XI. SOLUT. III. Ce Problême de cinq cordons *AB, AC, AD, AE, AF,* de directions données toutes en même plan, & répanduës en plus d'un demi-cercle, se peut encore résoudre autrement, en menant au hazard sur le plan de ces cordons, & par le nœud commun *A,* les droites *RAP, AS,* dont la premiere *RP* divise deux *DAE, BAC,* de leurs angles en quelques rapports que ce soient, & la seconde *AS* divise un *EAF* de leurs autres angles en quelque rapport que ce soit aussi. Autour de *AS* (comme diagonale) prise de grandeur aussi arbitraire que sa position l'est dans l'angle *EAF,* soit le parallelogramme *HM* des côtés *AH, AM,* pris sur ceux *AE, AF,* de cet angle. Du point *S* parallelement à *AD,* soit menée *SQ* qui rencontre *AR* en *Q;* duquel point *Q* soit aussi menée parallelement à *AS,* la droite *QL* qui rencontre *AD* en *L,* & acheve ainsi le parallelogramme *SL,* dont *AQ* est la diagonale. Ensuite de l'autre côté de *A* sur la droite *RAP,* soit prise *AN* = *AQ,* & sur cette diagonale *AN* soit fait le parallelogramme *GK* de côtés *AG, AK,* pris sur *AB, AC.*

Cela fait, je dis que si aux cinq cordons *AB, AC, AD, AE, AF,* de directions ici données toutes en même plan, & répandus en plus d'un demi-cercle décrit sur ce plan, de leur nœud commun *A* comme centre, l'on applique autant de puissances (une à chacun) *B, C, D, E, F,* qui soient entr'elles comme les parties *AG, AK, AL, AH, AM,* de leurs cordons ainsi dirigés ; ces cinq puissances feront encore ici équilibre entr'elles suivant ces mêmes directions données.

DÉMONST. Puisque (*hyp.*) *E . F :: AH . AM.* Le Lem. 1. fait encore voir ici qu'en y appellant *S* la force resultante du concours d'action de ces deux puissances *E, F.* au nœud *A* suivant *AS;* l'on aura ici *S . E :: AS . AH.* Ainsi ayant (*hyp.*) *E . D :: AH . AL.* L'on aura pareillement ici *S . D :: AS . AL.* Par consequent (*Lem. 1.*) du concours de ces deux forces *S, D,* c'est-à-dire, des trois puissances *F, E, D,* il resultera au nœud *A* une impression ou

ou force de *A* vers *R* suivant *AR*, laquelle étant appellée *Q*, l'on aura ici *Q* . *D* :: *AQ* . *AL*. Il resultera de même (*Lem. 1.*) du concours des deux autres puissances *B*, *C*, à ce nœud *A* une force de *A* vers *P* suivant *AP* en sens directement contraire, laquelle force étant appellée *N*, l'on aura aussi *C*. *N* :: *AK* . *AN*. Donc ayant (*hyp.*) *D* . *C* :: *AL* . *AK*. L'on aura enfin *Q* . *N* :: *AQ* . *AN*. De sorte qu'ayant (*hyp.*) *AQ*=*AN*, l'on aura pareillement ici *Q*=*N*. Ainsi ces deux forces égales *Q*, *N*, suivant *AQ*, *AN*, étant (comme l'on voit) directement contraires, feront ici équilibre entr'elles ; & par consequent aussi les cinq puissances *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, du concours desquelles on voit que ces deux forces *Q*, *N*, resultent. *Ce qu'il falloit encore ici démontrer.*

PART. II. 1°. Si l'on considere que dans la solut. 1. de la part. 1. Fig. 7. 8. 9. La diagonale *AS* du parallelogramme *LM*, a été prise de grandeur & de position indéterminées comme dans la part. 1. du cas 1. Cette raison qui dans ce cas 1. a fait voir (*part.* 2.) que le Problême de cinq cordons de directions données en plans differens, & répandus en plus d'une demi-sphere, y étoit indéterminé, fera voir de même que celui-ci de cinq cordons de directions ici données toutes en même plan, & répandus en plus d'un demi-cercle, y est aussi indéterminé, & ce d'autant plus que la position de *AP* y est de plus indéterminée. FIG. VII. VIII. IX.

2°. Quant à la solut. 2. de la part. 1. Fig. 10. la liberté qu'on y a euë aussi de diviser *AG* en *N*, en tel rapport qu'on a voulu, rendant arbitraires non seulement les rapports de *NG* à *AK*, *AL*, *AH*, *AM*, mais aussi ceux de *AK*, *AM*, à *AH*, *AL* ; rend les rapports entr'elles de ces cinq lignes variables à l'infini, quoi-que ceux de *AK* à *AM*, & de *AH* à *AL*, soient constans, & qu'ils puissent quelques-fois être les mêmes comme lorsque *CAE* & *DAF* sont deux lignes droites. Donc aussi les rapports entr'elles des cinq puissances *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, proportionnelles (*part. 1. solut.* 2.) à ces cinq lignes *NG*, *AK*, *AL*, *AH*, *AM*, FIG. X.

feroient ici variables à l'infini. Cependant on vient de voir (*part. 1. solut. 2.*) que cinq telles puiſſances feroient toûjours équilibre entr'elles ſuivant les directions ici données, deſquelles ces cinq lignes ſont autant de parties. Donc une infinité de puiſſances, cinq à cinq, en des rapports differens à l'infini, feroient ici équilibre entr'elles ſuivant ces mêmes directions données de cinq cordons *AB*, *AC*, *AD*, *AE*, *AF*, tous en même plan, & répandus en plus d'un demi-cercle. Par conſequent ce Problême eſt encore ici indéterminé.

FIG. XI. 3°. De ce que dans la ſolut. 3. part. 1. Fig. 11. les deux droites *RAP*, *AS*, ſont encore indéterminées de poſition, & *AS* de grandeur, le tout comme dans la ſolut. 1. Fig. 7. 8. 9. de la même part. 1. Cette raiſon qui dans l'art. 1. de la preſente part. 2. vient de faire voir que le Problême dont il s'agit ici, y étoit indéterminé, fait voir de même qu'il l'eſt pareillement ici.

FIG. VII. VIII. IX. X. XI. 4°. Mais ce qui prouve cela tout d'un coup & à la fois pour toutes les ſolut. 1. 2. 3. de la part. 1. Fig. 7. 8. 9. 10. 11. c'eſt que les deux puiſſances *D*, *F*, qui ſe réduiſent à une *S* dirigée ſuivant *AS* dans les Fig. 7. 8. 9. part. 1. ſolut. 1. comme ſont les deux puiſſances *E*, *F*, dans la Fig. 11. de cette part. 1. ſolut. 3. & que les deux puiſſances *D*, *E*, qui ſe réduiſent auſſi à une *V* dirigée ſuivant *AV* dans la Fig. 10. de la même part. 1. ſolut. 2. réduiſant ainſi à quatre en même plan, & en plus d'un demi-cercle, les cinq cordons de cette part. 1. Le cas 2. du Probl. 1. fait voir par cela ſeul que le Problême dont il s'agit ici, y eſt toûjours indéterminé. *Ce qu'il falloit 2°. démontrer.*

PART. III. C'eſt ainſi (*part. 1. 2.*) que le Problême de cinq cordons de directions données toutes en même plan, eſt toûjours indéterminé tant que ces cinq cordons ſe trouvent répandus en plus d'un demi-cercle, dont leur nœud commun ſoit le centre. Il s'agit preſentement de faire voir que ce Problême eſt toûjours impoſſible, lorſque ces cinq cordons de directions données en même plan, ne ſont

pas répandus en plus d'un demi-cercle : c'est ce qui se trouve démontré dans le corol. 2. du Lem. 2. & *ce qu'il falloit ici 3°. faire voir.*

CONCLUSION DES CAS I. II.

Donc quelques soient les directions données de cinq cordons attachés ensemble par un seul & même noeud, ausquels il s'agit d'appliquer autant de puissances (une à chacun) qui fassent équilibre entr'elles suivant les directions données ; le problême est toûjours indéterminé ou impossible : sçavoir,

1°. Toûjours indéterminé (*part. 1. 2. des cas 1. 2.*) tant que les cinq cordons de directions données, sont en plans differens, & répandus en plus d'une demi-sphere ; ou lorsqu'ils sont tous en même plan, & répandus en plus d'un demi-cercle.

2°. Et toûjours impossible (*part. 3. des cas 1. 2.*) tant que ces cinq cordons de directions données, sont en plans differens sans être répandus en plus d'une demi-sphere, ou tous en même plan sans être répandus en plus d'un demi-cercle.

C'est-là tout ce qu'il s'agissoit de trouver & de démontrer dans le present probl. 2.

REMARQUE GENERALE.

I. La solution du précedent probl. 2. de cinq cordons attachés ensemble par un seul noeud, & de directions donnés à volonté, fait assez voir comment on pourroit resoudre de même tout autre problême de tant de cordons qu'on voudra, attachés ainsi ensemble, & de directions données à volonté. Mais il n'est pas besoin d'entrer sur cela dans un plus grand détail pour voir ce que j'ai dit d'abord, que lorsque le nombre des cordons de directions ainsi données, est au-dessus de quatre, le problême est toûjours indéterminé ou impossible ; puisque tel est (*cas 1. 2. du prob.* 2.) celui de cinq cordons, & que par la méthode précé- FIG. VII. VIII. IX.

dente qui le fait voir, on réduira toûjours à ce nombre de cinq tel autre plus grand nombre de cordons qu'on voudra, précisément de la même maniere que dans la part. 1. des cas 1. 2. de la solut. du Probl. 2. les cinq cordons *AB, AC, AD, AE, AF*, ont été réduits à quatre *AB, AC, AE, AS*, dans les Fig. 7. 8. 9. desquels *AS* pris ainsi pour un cordon tiré par une puissance *S* qui seroit à chacune des deux *D, F*, comme cette diagonale *AS* à chacun des côtés correspondans *AL, AM*, du parallelogramme *LM*, équivaudroit (*Lem. 1.*) aux deux cordons *AD, AF*, tirés par ces deux puissances *D, F*. Et comme ç'a été l'indétermination de position de ce nouveau cordon *AS* substitué au lieu des deux *AD, AF*, avec une telle puissance *S*, au lieu des deux *D, F*, qui a causé l'indétermination de ce Probl. 2. dans les part. 1. 2. de son cas 1. & l'a augmentée dans les part. 1. 2. de son cas. 2. On voit que plus il y aura de cordons de directions données au-dessus de cinq, plus il y aura aussi de nouvelles raisons d'indétermination dans tous les autres Problêmes; lesquels, comme les deux précedens, seront toûjours possibles tant que les cordons y seront répandus en plus d'une demi-sphere ou en plus d'un demi-cercle, & toûjours impossibles (*Lem. 2. corol. 2.*) dans tous les autres cas.

FIG. X. XI. Ce qu'on vient de dire des cinq cordons *AB, AC, AD, AE, AF*, réduits à quatre *AB, AC, AE, AS*, dans les Fig. 7. 8. 9. part. 1. des cas 1. 2. de la solut. du Probl. 2. se dira pareillement de ces cinq cordons qui y ont été réduits de même à quatre *AB, AC, AD, AS*, dans la Fig. 11. & aussi à quatre *AB, AC, AF, AV*, dans la Fig. 10. pour faire encore voir que tel nombre de cordons qu'on voudra au-dessus de cinq, pourra toûjours se réduire de même à cinq; & de cette maniere réduire au Probl. 2. chacun de tous ces autres Problêmes, qui par-là seront (comme lui) toûjours indéterminés ou impossibles.

II. Quant aux Problêmes des deux ou trois cordons ainsi attachés ensemble par un seul nœud, & de directions aussi données à volonté; on voit assez,

1°. Que lorſqu'il n'y a que deux cordons de directions données, le Problême eſt toûjours déterminé à deux puiſſances égales entr'elles, lorſque ces cordons ſont en ligne droite; & toûjours impoſſible, lorſqu'ils ſont quelqu'angle entr'eux: ce cas eſt celui d'une ſimple corde aux extremités de laquelle il faudroit appliquer deux puiſſances propres à faire équilibre entr'elles, leſquelles la rendroient toûjours en ligne droite.

2°. Que lorſqu'il n'y a que trois cordons de directions données, le Problême eſt toûjours auſſi déterminé ou impoſſible.

Il eſt toûjours déterminé lorſque les trois cordons *AB*, *AC*, *AD*, en ſont donnés en même plan, & répandus en plus d'un demi-cercle. Car alors le prolongement de chacun d'eux, par exemple, le prolongement *AQ* du cordon *AB*, diviſant toûjours l'angle *CAD* des deux autres *AC*, *AD*, en raiſon déterminée, le parallelogramme *KL* d'une diagonale quelconque *AG*, priſe à volonté ſur *AQ*, & de côtés *AK*, *AL*, ainſi déterminés ſur *AC*, *AD*, aura toûjours cette diagonale en raiſon déterminée à chacun de ces côtés; & conſequemment les trois puiſſances *B*, *C*, *D*, requiſes aux trois cordons *AB*, *AC*, *AD*, pour faire équilibre entr'elles ſuivant ces directions ici données, devant être entr'elles comme les parties correſpondantes *AG*, *AK*, *AL*, de ces directions, chacune de ces trois puiſſances ſera toûjours ici en raiſon déterminée à chacune des deux autres; & conſequemment auſſi le problême y ſera toûjours déterminé. FIG. XII.

Au contraire il ſera impoſſible (*Lem.* 2. *corol.* 2.) en tout autre cas: ſçavoir, lorſque les trois cordons en même plan, n'y ſeront pas répandus en plus d'un demi-cercle; & auſſi lorſqu'ils ſeront en plans differens, n'y pouvant être répandus en plus d'une demi-ſphere.

III. Joignons preſentement ces deux articles avec les ſolutions des deux Problêmes précedens; & l'on verra pour tous les Problêmes imaginables où il s'agira d'aſſigner des puiſſances, qui appliquées chacune à chacun de tant de

cordons qu'on voudra, attachés ensemble par un seul nœud, & de directions données à volonté, feroient équilibre entr'elles suivant ces directions : on verra, dis-je,

1°. Que (*art.* 2.) le problême de deux ou de trois cordons, sera toûjours déterminé ou impossible.

2° Que (*Solut. du prob. 1.*) le Problême de quatre cordons sera tantôt déterminé, tantôt indéterminé, & quelques fois impossible.

3°. Qu'enfin (*solut. du probl.* 2. *& art. 1. d'ici*) tous les autres Problêmes de plus de quatre cordons à l'infini, seront toûjours indéterminés ou impossibles.

IV. Cela étant de tous les Problêmes de directions données de tel nombre de cordons qu'on voudra, attachés tous ensemble par un seul & même nœud, & ausquels on demanderoit d'appliquer autant de puissances (une à chacun) propres à faire équilibre entr'elles suivant ces directions données : Cela, dis-je, étant ainsi (*art.* 3.) de tous ces problêmes, il est aisé de voir que ceux de directions données de differentes branches de corde, issuës de differens nœuds, se rapportant à quelqu'un de ceux-là en chaque nœud ; sont aussi tous déterminés, ou indéterminés, ou impossibles, selon le nombre des branches ou cordons de chaque nœud : sçavoir,

1°. Déterminés ou impossibles (*art 3. nomb. 1.*) s'il ne part que trois cordons de chaque nœud; ce qui est le moins qu'il en puisse partir : deux cordons seuls ne faisant qu'une simple corde; outre qu'ils ne rendroient encore (*art. 3. nomb. 1.*) le Problême que déterminé ou impossible.

2°. Il sera (*art. 3. nomb.* 2.) déterminé, ou indéterminé, ou impossible, s'il y a des nœuds de quatre cordons, & aucun de davantage.

3°. Enfin le Problême sera (*art. 3. nomb. 3.*) indéterminé, ou impossible, s'il y a des nœuds de plus de quatre cordons.

C'est-là tout ce que j'avois avancé au commencement de

Fig. 2.

Fig. 3.

Fig. 5.

Fig. 6.

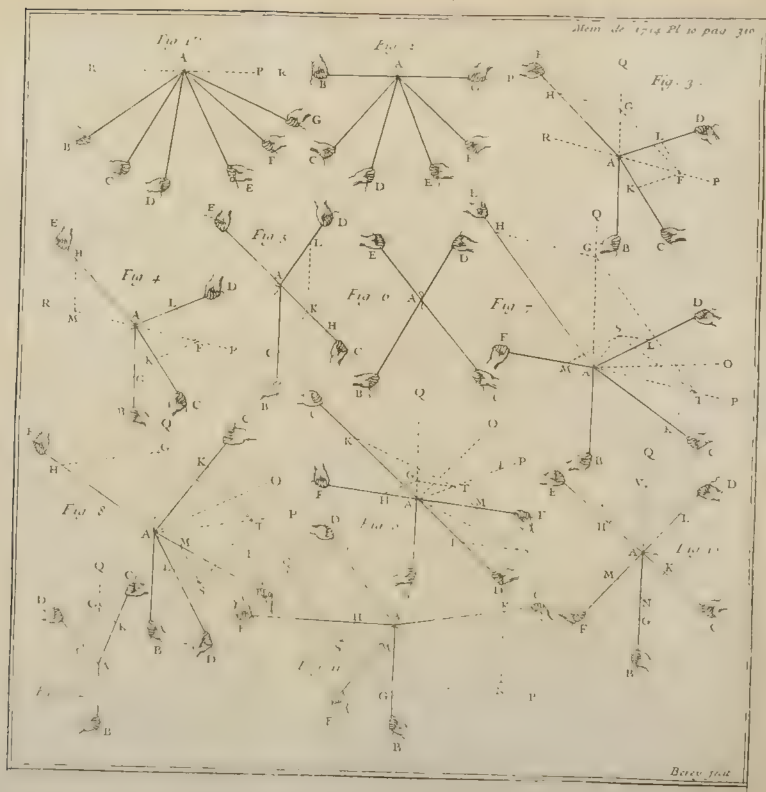
Fig. 7.

Fig. 9.

Fig. 10.

Fig. 11.

Berey fecit


Mem. de 1714. Pl. 10. pag. 310.
Fig. 1re
Fig. 2
Fig. 3.
Fig. 4
Fig. 5
Fig. 6
Fig. 7
Fig. 8
Berey fecit

ce Memoire ; & ce qui comprend tous les Problêmes qu'on peut faire à l'infini par rapport à tel nombre de cordons qu'on voudra, attachés ensemble par un seul ou plusieurs nœuds, & ausquels il faudroit appliquer autant de puissances (une à chacun) propres à faire équilibre entr'elles suivant les directions données de ces cordons : les solutions de tous ces Problêmes se trouveront précisement comme les précedentes des Probl. 1. 2. & du nomb. 2. de l'art. 2. de la Remarque qui les suit ; il n'y a aura de difficulté nouvelle que pour l'imagination à se démêler de l'embaras des lignes & des plans que la multiplicité des cordons & de leurs directions données à volonté, y exigera pour tous les parallelogrammes qui y seront necessaires, sur-tout lorsque les cordons y seront donnés de position en differens plans. C'est ce qui m'a empêché d'entrer ici dans un plus grand détail de ces Problêmes, outre que ce Memoire n'est peut-être déja que trop long, vû la facilité de la méthode qu'on y a suivie, laquelle fait assez voir que si au lieu de directions données, c'étoient seulement autant de points donnés par où ces directions dussent passer, ces sortes de Problêmes seroient susceptibles d'un nombre infiniment plus grand de solutions que lorsque ces directions sont données ; puisqu'alors les puissances cherchées auroient leurs directions arbitraires qui prises à volonté par les points donnés, détermineroient ces puissances comme elles le viennent d'être par leurs directions données : ces Problêmes, dis-je, seroient tous alors indéterminés, excepté le seul de deux cordons seulement ou d'une simple corde, qui pour l'équilibre entre deux puissances appliquées à ces extremités, les exige toûjours égales entr'elles ; au lieu que dans les Problêmes de trois cordons toûjours en même plan, ou de quatre en plans differens, les rapports des puissances seroient aussi variables que leurs directions, & encore plus qu'elles dans le Problême de quatre cordons en même plan, & dans les autres d'un plus grand nombre de cordons attachés ensemble par un seul & même nœud : variabilité des rapports des puissances requises pour l'équilibre, laquelle augmenteroit avec le nombre de ces cordons.

DU CORDON OMBILICAL

Par M. ROUHAULT.

30. Juin. 1714.

LE Cordon Ombilical, selon la plûpart des Anatomistes, est un Canal membraneux, rond, médiocrement épais, composé de deux membranes, une externe, qu'ils disent être formée du pannicule charnu; l'autre interne, qui vient du peritoine, qui enveloppe les vaisseaux & renferme dans sa cavité une humeur blanche & laiteuse.

Cette définition ne paroît pas convenir au Cordon, elle donne l'idée d'un canal creux, & il ne l'est point, composé de deux membranes, & il n'y en a qu'une; enfin il y est parlé d'une humeur laiteuse, sans dire dans quelle partie elle est contenuë.

Ayant examiné le Cordon attentivement, j'ai trouvé qu'il n'avoit qu'une membrane, & qu'il n'étoit point creux; qu'il renfermoit les vaisseaux ombilicaux; que ces vaisseaux étoient séparés les uns des autres & recouverts par un corps que Hobokenus a nommé une substance fibreuse, membraneuse & humide. Quelqu'exacte qu'ait été cet Auteur dans la recherche des parties qui composent le cordon, il n'a pas examiné d'assez près cette substance qu'il appelle *fibreuse*, autrement il auroit reconnu comme moi que c'est un corps spongieux.

Pour donner une idée plus juste du Cordon ombilical, je dirai que c'est un lien membraneux, tortueux & inégal qui s'étend depuis le placenta jusques à l'Ombilic de l'Enfant qui renferme les vaisseaux ombilicaux; que ces vaisseaux sont maintenus dans leurs situations par un corps spongieux *aaa* qu'ils traversent dans toute leur route.

FIG. IX. X.

Le Cordon ombilical est revêtu exterieurement & dans toute sa longueur par une membrane fine, forte & d'un

d'un tiſſu ſerré qui lui vient de la membrane moyenne des enveloppes du Fœtus ; cette membrane eſt ſi adherante, que l'on ne peut la ſeparer que difficilement des parties qu'elle recouvre.

Au-deſſous de cette enveloppe eſt un amas de celules membraneuſes inconnuës jusques à preſent, au moins je ne ſçache aucun Anatomiſte qui les ait remarquées avant moi. Ces celules ſont placées les unes ſur les autres, communiquent entr'elles, & forment un corps que je nommerai *ſpongieux*, à cauſe qu'il reſſemble à une éponge *aaa* ; ce corps s'étend depuis le nombril de l'Enfant jusques à la diviſion des vaiſſeaux qui vont au Placenta. Il eſt difficile de gonfler ce corps plus loin, parce que l'Amnios qui s'y termine fait comme une eſpece d'anneau qui empêche que l'air ne paſſe facilement : que ſi l'on pouſſe l'air avec force pour ſurmonter cet obſtacle, il arrive que la membrane du Cordon ſe rompt avec bruit dans cet endroit.

Fig. IX. X. XI.

Quoique cet obſtacle ſe rencontre trés ſouvent, il ſe trouve cependant des Cordons où cet anneau fait moins de reſiſtance, alors on peut ſouffler le corps ſpongieux jusques ſur le Placenta. Je l'ai gonflé dans deux jusques à un pouce au-delà de l'endroit où le Cordon s'implante, mais du côté de l'Enfant le corps ſpongieux ſe termine à l'anneau ombilical & ne va pas plus loin. Le corps ſpongieux eſt perſé dans toute ſa longueur par trois vaiſſeaux ; ſçavoir, deux arteres *bb*, & une veine *c*. Les arteres entrent plus profondément dans le corps ſpongieux que la veine qui n'en eſt recouverte que de la ſixiéme partie d'une ligne (Fig. 10.) pendant que les arteres le ſont de prés d'une ligne (Fig. 10.) Quoique j'aye dit que la veine n'eſt recouverte que de la ſixiéme partie d'une ligne du corps ſpongieux, il arrive quelquefois qu'elle l'eſt autant que les arteres, comme je l'ai remarqué dans un cordon où la veine *c* l'étoit autant qu'elles *bc*.

Fig. IX. & X. *bb*. Fig. IX. *c*. Fig. IX.

Le corps ſpongieux ne recouvre pas ſeulement les vaiſſeaux, mais encore il les écarte les uns des autres. Les ce-

lules qui compoſent le corps ſpongieux ſont remplies d'une humeur claire, viſqueuſe & gluante, que Warthon appelle de la *gelée*. Cette gelée eſt quelquefois ſi abondante, qu'elle ſort avec l'air par l'ouverture par laquelle on a ſoufflé le corps ſpongieux, comme une petite écume blanche; quelquefois elle eſt en ſi petite quantité, que quelque preſſion que l'on faſſe au corps ſpongieux aprés l'avoir ſoufflé, il n'en ſort que trés peu ou point du tout.

Fig. VI. VIII. Les vaiſſeaux qui entrent dans la compoſition du Cordon ombilical ſont deux arteres *b* & une veine *c*. La veine vient du Placenta, & va porter le ſang en paſſant par la ſciſſure du foye au travers de la veine porte, par un conduit veineux, juſques dans la veine cave & de-là au cœur pour la nourritute du Fœtus. Les arteres viennent des arteres hypogaſtriques, & quelquefois des iliaques internes du Fœtus, pour reporter le ſang, qui n'a pû être employé pour ſa nourriture au Placenta. Ces vaiſſeaux ne traverſent pas le corps ſpongieux en ligne droite, mais en ſerpentant autour du centre de ce corps qui en fait comme le noyau. Les contours que les vaiſſeaux font autour du centre de ce corps ſont tantôt réguliers, tantôt ils ne le ſont pas. Lorſque les contours que font les vaiſſeaux ſont réguliers, le Cordon repreſente une colomne torſe, alors

Fig. VIII. la veine *c* ſerpente autour des arteres *b b*, & les arteres autour de la veine. Ce qui n'arrive pas dans tous les Cordons, ni dans toute la longueur d'un même Cordon: il arrive même que les arteres rampent ſur la veine, & quelquefois que la veine ſe trouve placée entre les deux arteres.

On remarque au Cordon des tâches & des éminences. Ces tâches ſont appellées par les Anatomiſtes des nœuds

Fig. III. *d d d*; elles ſont de differentes grandeurs & de differentes couleurs. Ces nœuds, ſelon Harvée, ſe trouvent à la veine: *Ejuſdem funiculi venæ, variis locis nodos aliquot ſive varices, quaſi veſiculas ſanguine plenas obtinent: quâ arte cautum eſt ne ſanguis in Fœtum confertim refluat.* Harveïus de Umbilico, p. 375.

Ce n'eſt pas ſeulement à la veine que j'ai trouvé ces tâches, j'en ai rencontré plus ſouvent & en plus grand nombre aux arteres, mais elles étoient plus petites. Hobokenus les a remarquées comme moi, comme il le témoigne dans ſon Traité qui a pour titre : *Anatomia ſecundinæ humanæ*, pag. 33. paragraphe 10. *Et in arteriis quouſque fune comprehenderentur nodulos varios ad gemmularum ſpeciem obſervavi. Quos dum perquirerem eos deprehendi ratione ſanguinis referre maculas prænominatas.* Cet Auteur ne ſe contente pas de dire qu'il a trouvé des nœuds dans les arteres, mais encore il fait connoître la matiere qui les produit, qui eſt le ſang arrêté dans leurs cavités par le moyen des valvules, *Et eos aperiens* (c'eſt des nœuds qu'il parle) *valvulas ex tunicæ laxioris plicatura orbiculari efformatas reperi, recurſum ſanguinis arterioſi a placenta verſus Umbilicum Fœtus inhibentes.* Hobokenus, pag. 33.

Mais quoique cet Auteur ait fait graver des valvules dans ces Figures, il n'y en a point; il a pris un enfoncement *b* des membranes de l'artere en dedans pour des valvules. S'il y en avoit, il ſeroit impoſſible d'injecter ou de ſouffler les arteres du côté du placenta. Mais ſoit que l'on les ſouffle, ou que l'on les injecte du côté du placenta ou du côté de l'Enfant, l'air ou l'injection paſſe également & avec la même facilité d'un côté que de l'autre, ce qui n'arriveroit pas s'il y avoit des valvules. De plus, j'ai ſoufflé les arteres & la veine de pluſieurs Cordons auxquels j'avois remarqué beaucoup de ces tâches ou nœuds, & aprés les avoir fait ſécher, je les ai ouverts, & je n'ai trouvé aucune valvule, ſoit dans la veine, ſoit dans les arteres, l'enfoncement des membranes des vaiſſeaux ſe fait en dedans, lorſqu'en tirant le Cordon pour délivrer la Femme, l'on le tourne dans un ſens oppoſé à la route des vaiſſeaux ; & comme le côté des arteres ou de la veine qui eſt au centre du Cordon, ne peut s'étendre à cauſe du corps ſpongieux qui le retient, le côté de l'artere ou de la veine qui eſt hors du centre, ſe trouve preſſé ſelon ſa longueur, ce qui

FIG. IV.

FIG. IV. & V. le fait enfoncer en dedans en differens endroits *b b b*, & former des replis qui y arrêtent le ſang, de ſorte que la Mere étant délivrée, le ſang qui ſe trouve dans tout le reſte du canal ſe vuide en partie par l'extremité du Cordon, & en partie par la ſurface du placenta qui regarde la matrice par le reſſort des vaiſſeaux & par le poids d'une partie du Cordon, de maniere que celui qui eſt renfermé dans les eſpaces, que les plis de l'artere, ou de la veine ont formés, ne peut ſortir, parce que les parois du reſte du canal, ſoit veine, ſoit artere, ſe ſont affaiſſées, & lui ont fermé le paſſage. Pour m'aſſurer ſi la choſe arrivoit ainſi que je viens de le dire, j'ai rempli les vaiſſeaux du Cordon alternativement d'eau & d'air, & ayant fait une forte ligature en deux bouts du Cordon, je l'ai étendu en le tournant dans un ſens oppoſé à la route des vaiſſeaux, & j'ai vû que leurs membranes s'enfonçoient dans un endroit, & enſuite abandonnant un des bouts du Cordon, je voyois que ce qui s'étoit enfoncé ſe relevoit; puis reprenant le bout du Cordon que j'avois abandonné, je l'étendois comme auparavant, & il ne ſe faiſoit plus d'enfoncements aux mêmes endroits où je les avois remarqués, mais en d'autres. Non content de cette experience, j'ai ſoufflé les vaiſſeaux de pluſieurs Cordons où j'avois remarqué de ces tâches ou nœuds, & ils m'ont paru d'une même groſſeur d'un bout à l'autre. Je les ai laiſſé ſécher, & j'ai remarqué que les vaiſſeaux n'avoient pas plus de diametre dans un endroit que dans un autre, & qu'il n'y avoit aucune valvule. Néanmoins il a pû arriver que cet Auteur ait trouvé les vaiſſeaux plus dilatés à l'endroit de ces tâches, pendant que le ſang y étoit renfermé, parce que le ſang en cet endroit aura fait reſiſtance, & aura empêché les vaiſſeaux de reprendre leur reſſort, ou de s'affaiſſer comme ils auront pû faire dans les autres endroits où il n'y avoit plus de ſang. Il paroît par ce que je viens de
FIG. III. dire, que ces tâches *d d* ou prétendus nœuds n'exiſtent que par hazard, & qu'ils ont été produits lorſqu'en délivrant la

femme on a tourné le Cordon dans un sens opposé à la route des vaisseaux. Cependant la plufpart des Sages-femmes prétendent connoître par la couleur & par le nombre des nœuds la quantité d'Enfans qu'aura la Mere, & de quel sexe ils seront. Si ces nœuds sont prés à prés du côté du ventre de l'Enfant, elles disent que la Mere aura autant d'Enfans de suite qu'il y a de nœuds au Cordon. Si ces nœuds sont éloignés, qu'elle aura des Enfans loin à loin. Que s'il ne s'en rencontre point, que la Mere deviendra sterile. Enfin, si ces nœuds sont de couleur rouge, elle aura des Garçons : s'ils sont pâles, elle aura des Filles. Cette divination n'est pas nouvelle; Eucharius, Avicenne & Rhodion, au rapport de Rioland, ont été dans cette pensée. Du temps d'Harvée cette opinion regnoit parmi les Sages-femmes, comme il le témoigne dans son Traité *de Umbilico*, pag. 375. *Ex horum varicum copiâ superstitiosæ obstetrices de futuræ sobolis numero divinare solent; & si nulli ejusmodi nodi* d *adfuerint steriles inposterum fore pronuntiant; ex eorumdem quoque ad invicem distantiâ de puerperiorum intervallo; & ex colorum varietate de sexus discrimine hariolantur.* FIG. III.

Quoique je ne tombe pas d'accord que ces tâches soient des nœuds, je ne dis pas pour cela qu'il ne se trouve dans le Cordon des tumeurs que l'on peut prendre pour des nœuds; mais ces tumeurs ne sont pas en grand nombre. Le plus grand nombre que j'en aye trouvé, n'a pas passé trois; quelquefois il ne s'en trouve qu'une, & fort souvent point du tout.

Ces tumeurs ou nœuds sont produits par le retour *d* FIG. II. que l'artere fait sur elle-même; puis faisant une espece VI. d'anneau, ou quelque chose d'approchant, elle continuë sa route : tantôt il n'y a qu'une artere qui fait une tumeur *d*, tantôt elles en font chacune une. Les espaces qui FIG. XII. se trouvent dans ces tumeurs, sont remplis par le corps spongieux *e*. FIG. XII.

Ces nœuds ne se trouvent pour l'ordinaire que dans

les cordons où les arteres ne serpentent pas autour de la veine, mais rempent sur son corps à peu-prés en ligne droite. Lorsque les arteres, en entrant dans le Cordon, font leur chemin presqu'en ligne droite, il se trouve des nœuds au bout du Cordon du côté du placenta : au contraire, s'il se trouve des nœuds au bout du Cordon du côté de l'Enfant, les arteres vont presqu'en ligne droite jusques à l'extremité du Cordon du côté du placenta. Dans l'un de ces cas le sang ayant fait beaucoup d'effort pour traverser ces nœuds, la nature a fait descrire une ligne presque droite aux arteres, afin que le sang pût couler plus facilement dans le reste du canal. Dans l'autre cas le sang, ayant parcouru avec une extrême facilité les arteres dans le commencement du Cordon, est retardé en parcourant le contour de ces nœuds, parce que le sang y fait plus de frotements que dans un canal droit.

Pour finir ce qui regarde les vaisseaux, je dirai que le diametre de la veine est deux fois plus grand que le diametre de chaque artere.

J'ai injecté les vaisseaux de deux Cordons que j'ai fait sécher : l'un de ces Cordons avoit deux pieds de long, la veine avoit quatre lignes de diametre, & chaque artere avoit plus d'une ligne & demi de diametre.

L'autre Cordon avoit seize pouces de long, la veine avoit deux lignes deux tiers de diametre, & chaque artere avoit une ligne & un tiers.

Non content de cette experience, j'ai soufflé les vaisseaux de deux Cordons, l'un desquels avoit quatorze pouces, & l'autre un pied & demi de long, je les ai fait sécher. J'ai trouvé que la veine du Cordon de quatorze pouces avoit quatre lignes & un peu plus de diametre, & chaque artere deux lignes. La veine du Cordon d'un pied & demi avoit quatre lignes de diametre, & chaque artere avoit deux lignes & plus. Ainsi je crois pouvoir assurer que le diametre des deux arteres est au diametre de la veine, comme un est à deux, & par consequent la capacité

où l'ouverture de la veine eſt à l'ouverture d'une artere comme quatre eſt à un, & à celle des deux arteres comme quatre eſt à deux. Voilà toutes les parties que j'ai remarquées dans le Cordon. Les Anciens y adjoutoient l'ouraque, mais je n'y en ay trouvé aucun veſtige, il ne paſſe pas l'Ombilic de l'Enfant. Je ne parlerai point de l'uſage qu'ils lui donnoient, il ſeroit inutile de parler d'une partie qui n'exiſte point au moins pour l'ordinaire. Le Cordon n'eſt pas d'une même longueur, il y en a de deux pieds & plus, d'autres d'un pied & demi, d'autres enfin qui n'ont que douze à treize pouces de long. A l'égard du diametre, il ſe trouve des cordons qui ont quatre lignes, d'autres ſix lignes & plus de diametre : la difference de diametre des Cordons dans les Fœtus parfaits, dépend du plus ou du moins de cette gelée, que nous avons dit être contenuë dans le corps ſpongieux.

Dans la pluſpart des Cordons le diametre eſt preſque égal d'un bout à l'autre : néanmoins il s'en trouve qui ſont plus gros vers leurs extremités du côté de l'Enfant, & cette groſſeur va quelquefois juſques à deux lignes & plus de diametre en cet endroit qu'au reſte du Cordon, de ſorte qu'un Cordon qui aura quatre lignes de diametre dans la plus grande partie de ſa longueur aura ſix lignes & plus de diametre vers ſon extremité. Cette groſſeur ne vient point inſenſiblement, mais tout à coup, de ſorte qu'il ſembleroit que l'on auroit fait entrer un petit cordon dans un plus gros ; enfin pour donner une idée plus ſenſible, cette partie de Cordon reſſemble à ces nœuds que l'on remarque aux Cannes de Joncs. Cette groſſeur ſubite ne vient que parce que les vaiſſeaux ayant traverſé la plus grande partie du Cordon en rampant, font dans cet endroit des contours trés prés les uns des autres. Cette groſſeur de Cordon a quelquefois quatre à cinq pouces de longueur, & ſe termine au ventre de l'Enfant.

Le Cordon eſt d'une couleur d'un blanc griſâtre ; il paroît un peu tortillé ; on remarque dans ſa longueur des

tâches & des tumeurs dont nous avons parlé.

Le Cordon a deux usages, l'un pendant que l'Enfant est dans le sein de la Mere, l'autre aprés qu'il en est sorti.

Pendant qu'il est dans le sein de la Mere, il sert de moyen pour que le sang coule de la Mere à l'Enfant, & de l'Enfant à la Mere. Aprés que l'Enfant est sorti, il sert de lien propre à tirer le placenta, & par ce moyen délivrer la Mere.

Le corps spongieux tient les vaisseaux écartés, & empêche qu'ils ne se touchent immediatement; il leur sert comme d'une enveloppe mole, capable de ceder à la dilatation des vaisseaux. Par la gelée qu'il contient, il amolit & assouplit les parties contenuës dans le Cordon. Enfin il empêche que dans les mouvemens que l'Enfant fait dans le sein de sa Mere, le Cordon ne se tourne dans un sens opposé à la route des vaisseaux, ce qui lui causeroit infailliblement la mort.

SUR L'OBSERVATION DU SOLSTICE.

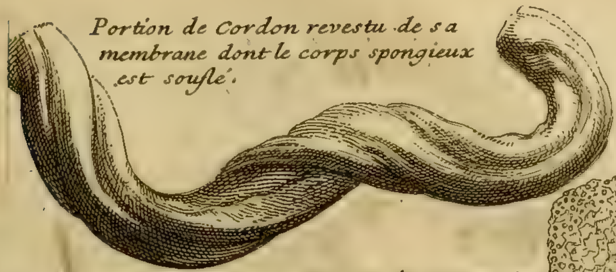
Par M. DE MALEZIEU.

14. Aoust 1714.

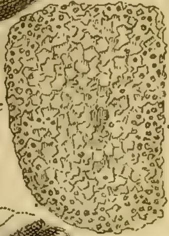
RIEN n'est plus important dans le Calcul Astronomique, que la connoissance de la durée précise de l'année Solaire moyenne, qui est la régle commune de toutes les autres durées; & c'est aussi ce qui a de tous temps engagé les plus habiles Astronomes à la déterminer le plus précisément qu'il leur étoit possible.

Cette détermination ne se peut faire que par la comparaison du lieu du Soleil observé deux fois au même point de l'Ecliptique. Mais comme ces Observations sont toûjours sujettes à de petites erreurs; pour être plus sûr de son compte, il faut choisir des Observations trés éloignées les unes des autres, afin que l'erreur, se distribuant également à chaque année intermediaire, devienne comme insensible dans chacune en particulier.

Les


Portion de Cordon revestu de sa
membrane dont le corps spongieux
est soufle.

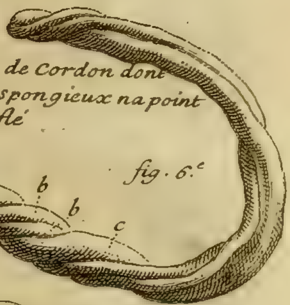

d
d


Morceau du corps spongieux
coupé selon la longeur du
Cordon

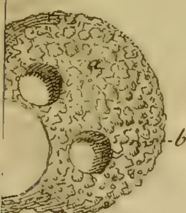

b

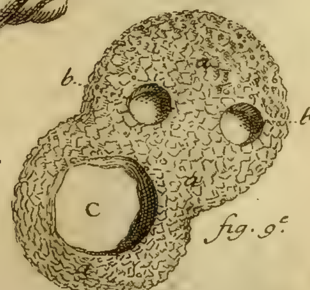

fig. 2.e
d

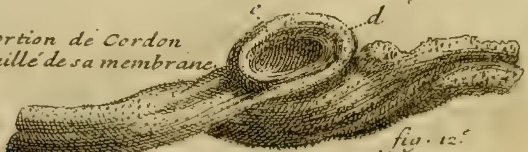

d
d

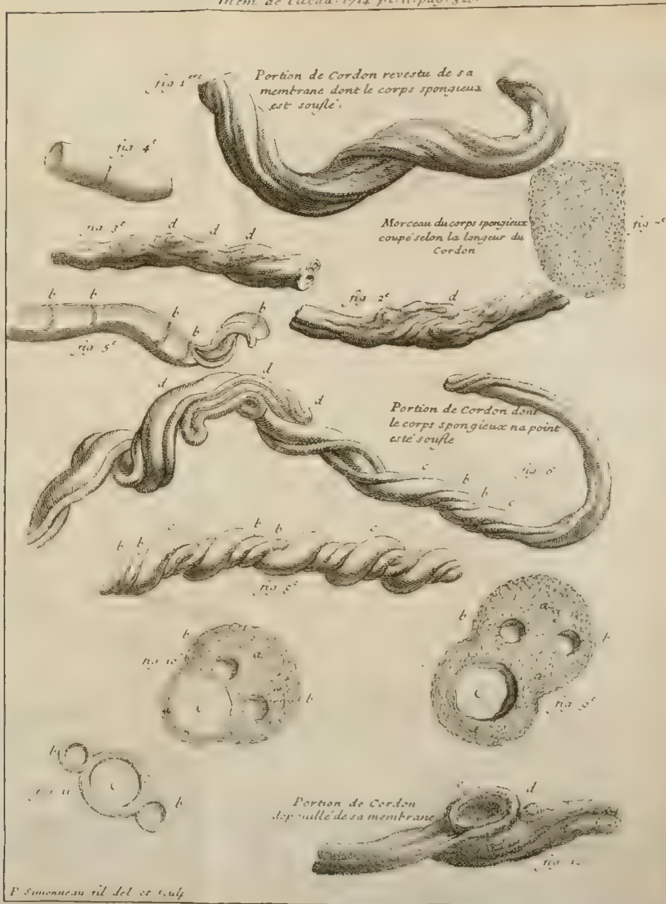

Portion de Cordon dont
le corps spongieux na point
esté soufle
c
b
b
c
fig. 6.e


b
b
c
fig. 8.e


a
b


b
a
b
a
C
fig. 9.e


Portion de Cordon
depouillé de sa membrane
c
d
fig. 12.e


Portion de Cordon revestu de sa membrane dont le corps spongieux est soufle.
Morceau du corps spongieux coupé selon la longeur du Cordon
Portion de Cordon dont le corps spongieux na point esté soufle
Portion de Cordon depouillé de sa membrane
P. Simonneau fil. del. et sculp.

Les Aſtronomes ont le plus ſouvent choiſi les Equinoxes pour faire ces comparaiſons, parce que la déclinaiſon du Soleil variant alors d'une minute de degré par heure, eſt en effet bien plus obſervable que dans le temps des Solſtices où elle varie imperceptiblement.

Cependant je ſuis très perſuadé que ſi nous avions un Solſtice obſervé par Hipparcque avec les mêmes précautions, & avec un inſtrument pareil à celui que nous avons employé, M. Maraldi & moi, dans l'Obſervation du Solſtice d'Eté de la preſente année 1714, nous pourrions prononcer avec bien plus de certitude ſur le nombre des ſecondes qui compoſent l'année Solaire moyenne, qu'il n'eſt poſſible de le faire par la comparaiſon des anciens Equinoxes que ce grand Aſtronome nous a laiſſés.

L'exactitude de l'Obſervation Equinoxiale dépend de pluſieurs élemens, dont chacun en particulier peut cauſer une erreur conſiderable.

Il faut connoître dans la derniere préciſion l'élevation du pole de l'Obſervateur. Une minute d'erreur retardera ou avancera d'une heure entiere l'entrée du Soleil dans le point Equinoxial, & il n'y a que ceux qui n'ont jamais obſervé, qui ſe perſuadent qu'on puiſſe, ſans des précautions infinies, déterminer l'élevation du pole à 25 ou 30 ſecondes près.

Il faut être aſſuré que l'inſtrument dont on ſe ſert pour faire l'Obſervation eſt ſi parfaitement diviſé & diſpoſé de telle ſorte, qu'il donne l'élevation du Soleil préciſément telle qu'elle eſt en effet : ce qui n'eſt pas une mediocre difficulté. Il m'eſt arrivé plus d'une fois d'avoir rectifié un fort excellent Quart de Cercle diviſé par le S[r] Butterfield, & d'avoir éprouvé le lendemain que le ſeul tranſport d'une chambre dans un autre, y cauſoit une variation de plus d'une minute. Il ſera fort difficile de ſe contenter ſur ce point, quand on y voudra chercher une certitude Mathematique; car quand on auroit rectifié l'inſtrument la veille de l'Obſervation, & qu'on le trouveroit le lendemain

au même point, il ne feroit pas abfolument impoffible qu'il n'eût varié dans le temps de l'Obfervation même, & que le hazard l'eût remis enfuite, au point où il avoit été mis par la rectification.

Ce n'eft pas encore tout : il faut avoir une connoiffance très exacte de la refraction, dans les tems & dans les lieux des Obfervations que l'on compare, & l'on n'eft pas toûjours fûr de les connoître exactement.

Nous avons remedié à tous ces inconveniens dans l'Obfervation du dernier Solftice.

J'ai dans ma maifon de Chaftenay un inftrument qui n'eft point fujet à variation, & dont les erreurs, s'il y en a, font toûjours les mêmes : ce qui fuffit, comme l'on va voir, pour la certitude de la méthode dont nous nous fommes fervis.

C'eft une Colomne de Pierre de taille, de quinze pieds ou environ, pofée fur un maffif fait à chaux & à ciment fur le Roc, au pied de laquelle on a élevé un demi-pied hors de terre un petit mur long de cinquante pieds, en tirant vers le Nord, dont les fondemens font auffi pofés fur le roc, & maçonnés à chaux & à ciment, comme le fondement de la Colomne. Sur ce petit mur regne une chaîne ou chapiteau de pierre de Liais, difpofé horizontalement avec le niveau d'eau. Il y avoit trois ans que cette maçonnerie étoit faite, lorfque M. Maraldi voulut bien prendre la peine de mettre la derniere main à la conftruction de l'inftrument : & nous attendîmes exprès ce temps, afin que la pefanteur de la Colomne & des pierres, eût fait fon effet fur les fondemens. M. Maraldi a pofé le long de ce chapiteau de pierre de taille, une Regle de Cuivre d'un demi-pouce en quarré, qui a été enchaffée dans la pierre, & difpofée horizontalement avec toutes les précautions imaginables. Il s'eft fervi de toutes fes connoiffances & de toute fon induftrie pour tracer fur cette Régle une Meridienne divifée en parties aliquottes de la Colomne, avec laquelle elle fait un angle parfaitement droit. Au haut de

la Colomne eſt une plaque de Cuivre qui la déborde, & qui eſt placée horizontalement; elle eſt percée d'un petit trou de quatre lignes de diamettre par où paſſent les rayons du Soleil. Elle eſt fort épaiſſe & attachée à la Colomne par des liens de fer & par des vis, en ſorte qu'il eſt impoſſible qu'il y puiſſe arriver aucun changement. On peut ſe fier à l'habileté de M. Maraldi pour toutes les précautions qu'il a fallu prendre dans la conſtruction de la machine. Il n'a pas oublié de faire élargir le trou en chamfrain ſuivant l'angle de la plus petite hauteur Meridienne.

Avec cet inſtrument dont la poſition eſt invariable, il nous a été facile d'avoir deux déclinaiſons du centre du Soleil parfaitement égales entr'elles, l'une avant le Solſtice, & l'autre après; & cela, indépendemment de l'élevation du pole, des refractions, & même de l'erreur qui pourroit être dans les diviſions de la Meridienne, & dans la poſition de l'angle droit, qu'on ſuppoſe qu'elle forme avec la Colomne: car comme la machine eſt inébranlable ſi après avoir obſervé les deux points de la Regle de Cuivre, que coupent les deux bords de l'image du Soleil, précisément à midi, pluſieurs jours avant le Solſtice, on eſt attentif à obſerver après le Solſtice quel jour les deux mêmes bords de l'image du Soleil ou couperont les deux mêmes points, ou les approcheront de plus près; on pourra s'aſſurer d'avoir deux hauteurs Meridiennes, ou parfaitement égales, ou qui differeront ſeulement d'une petite quantité connuë. Dans le premier cas on aura deux déclinaiſons égales, & par conſequent deux points également éloignés du Solſtice; dans le ſecond, l'on ſçaura par la déclinaiſon journaliere, combien il faut ajoûter ou ôter au midi de l'Obſervation, pour avoir le moment de la déclinaiſon égale à la premiere déclinaiſon Meridienne obſervée.

Cela poſé, le reſte eſt facile. Comme ces deux points de déclinaiſon égale ſont également éloignés du Solſtice; ſi le mouvement du Soleil étoit uniforme, il n'y auroit

qu'à prendre la moitié du temps écoulé entre les deux déclinaisons, & l'ajoûter au premier temps, ou l'ôter du second, pour avoir le moment du Solstice, mais l'Apogée du Soleil n'étant pas dans le premier point du Cancer, il faut avoir égard aux Equations. Voici donc ce que nous avons pratiqué.

A prendre du centre du trou par où passent les rayons du Soleil, jusques au point qui lui correspond perpendiculairement sur la Meridienne, nous comptons cent mille parties ou divisions ; & comme la Meridienne est divisée en aliquottes pareilles, le nombre des parties de la Meridienne comprises entre ce point situé perpendiculairement sous le trou de la placque, & ceux où l'image du Soleil coupe la Meridienne, est la tangente de l'angle qui mesure la distance du Zenith aux bords superieur & inferieur du Soleil. Il faut avoir seulement la précaution d'ajoûter le demi-diametre du trou à la longueur de la tengente qui correspond au bord superieur du Soleil, & de retrancher ce même demi-diamettre de la Tangente qui correspond au bord inferieur.

Le 3 Juin 1714 au Gnomon de Chastenay à midi, Tangente de l'angle qui mesure la distance du Zenith au bord superieur du Soleil, corrigée par l'addition du demi-diamettre du trou . . . . 49225 parties.
Tangente corrigée de l'inferieur . . . . . 50325 parties.

Le 9 Juillet à midi, Tangente correspondante du bord Superieur du Soleil corrigée . . . . 48979 parties.

Il y a donc de difference entre les deux Tangentes correspondantes 246 parties d'un Rayon de 100000.

Ces 246 parties donnent 6′ 47″ de difference de déclinaison entre le midi du 3 Juin & le midi du 9 Juillet.

Alors en 24 heures la déclinaison change de 7′ 16″, & dans cette proportion 6′ 47″ demandent 22^h 24′.

Donc le 10 Juillet à 10^h 24′ du matin, la déclinaison a été précisément la même que le 3 Juin à midi.

Le 3 Juin à midi, l'Equation du Soleil additive étoit

50′ 45″ que le Soleil par ſon mouvement moyen, parcourt en 20^h 35′ 30″; & comme l'Equation eſt additive, la ligne du mouvement moyen ſuit celle du vrai. Ainſi ajoûtant 20^h 35′ 30″ au midi du 3 Juin, on a le tems auquel la ligne du mouvement moyen arrive à 2^s 12^d 22′ 25″, où le Soleil étoit par ſon mouvement vrai, le 3 Juin à midi.

Donc le 4 Juin, à 8^h 35′ 30″ du matin, la ligne du mouvement moyen touche le point de 2^s 12^d 22′ 25″.

D'ailleurs le 10 Juillet à 10^h 24′ du matin, la déclinaiſon étant préciſément la même que le 3 Juin à midi, le Soleil ſelon ſon mouvement vrai doit avoir été à égale diſtance du point Solſticial. Donc ſon vrai lieu étoit 3^s 17^d 37′ 35.

Alors ſon Equation ſouſtractive eſt 20′ 31″, qu'il parcourt par ſon mouvement moyen en 8^h 19′ 30″, qu'il faut ôter de 10^h 34′. Donc

Le 10 Juillet à 2^h 4′ 30″ du matin, la ligne du mouvement moyen arriva au point de 3^s 17^d 37′ 35″.

Or depuis le 4 Juin à 8^h 35′ 30″ du matin juſqu'au 10 Juillet à 2^h 4′ 30″ du matin, il y a 35 jours 17^h 29′. J'en prends la moitié qui eſt 17 jours 20^h 44′ 30″. Je l'ajoûte au 4 Juin à 8^h 35′ 30″ du matin; il me vient le 22 Juin à 5^h 20′ du matin pour le moment auquel la ligne du mouvement moyen arrive au point Solſticial: & comme l'Equation eſt alors additive, qu'elle eſt de 15′ 51″, que le Soleil parcourt en 6^h 26′ par ſon mouvement moyen, & que la ligne du mouvement vrai marche avant celle du moyen, il s'enſuit qu'il faut ôter ces 6^h 26′, du moment auquel la ligne du mouvement moyen arrive au point Solſticial, pour avoir celui auquel la ligne du mouvement vrai y arrive. Donc la ligne du mouvement vrai y eſt arrivée à Chaſtenay l'an 1714 le 21 Juin à 10^h 54′ du ſoir.

Mais comme ce n'eſt point aſſez de deux correſpondantes, il en faut encore examiner d'autres.

Le 25 Mai.

Tangente du bord ſuperieur corrigée . . . 52232.
De l'inferieur . . . . 53400.
Cela donne diſtance du centre au Zenith $27^d\ 50'\ 26''$.

Le 20 Juillet.

Tangente du bord ſuperieur corrigée . . . 52660.
De l'inferieur . . . . 53790.
Cela donne diſtance du centre du Soleil au Zenith . . . . $28^d\ 1'\ 26''$.

Difference de déclinaiſon entre le 25 Mai & le 20 Juillet à midi, $11'$.

Par le calcul, déclinaiſon du 19 Juillet . . $20^d\ 56'\ 30''$.
Déclinaiſon du 20 Juillet . . . . $20^d\ 45'\ 30''$.

Difference de déclinaiſon $11'$ égale à la difference de déclinaiſon, entre le midi du 25 Mai & le midi du 20 Juillet.

Donc en ſuppoſant le mouvement du Soleil uniforme, & coupant en deux, le temps intermediaire viendroit le 21 Juin à minuit par le temps du Solſtice. Voici comme M. Maraldi fait les Equations, & c'eſt un abregé de la méthode dont je me ſuis ſervi ci-deſſus.

Le 25 Mai à midi, Equation du Solſtice additive . . . . $66'\ 9''$.
Le 19 Juillet à midi, Equation ſouſtractive . . . $37'\ 50''$.
La difference . . . . $28'\ 19''$.
La moitié . . . . $14'\ 9''$.
Comparée avec l'Equation Solſticiale . . . . . . $15'\ 51''$.

Vient la difference $1'\ 42''$ qui eſt en temps $43'$ qu'il faut ſouſtraire du minuit entre le 21 & 22 Juin. Donc par ces deux correſpondantes à Chaſtenay 1714.

Le Solſtice . . . . à $11^h\ 17'$ du ſoir.

Les correſpondantes du 6 Juin & du 6 Juillet, du 8 Juin & du 4 Juillet, qui ſont entre celles que nous venons de calculer, donnent le Solſtice vers les onze heures

du soir. Ainsi, nous pouvons en toute sûreté prendre un Solstice moyen entre $10^h\ 54'$ & $11^h\ 17'$ du soir, & le déterminer à $11^h\ 5'\ 30''$ le 21 Juin 1714.

On est assuré par cette détermination d'avoir un Solstice qui n'est pas éloigné du veritable de $12'$ de temps. Ce qui est une précision plus grande que celle qu'on peut esperer de la détermination des Equinoxes, & d'autant plus préferable, qu'elle est fondée sur des principes qu'on ne peut contester. On est assuré par consequent d'avoir le vrai lieu du Soleil, à moins de $30''$ de degrez près de la verité; de quoi je doute fort qu'on puisse s'assûrer par aucune autre méthode.

Le Meridien de Chastenay est plus occidental que celui de Paris de $10''$ de temps.

L'élevation du Pole est de $48^d\ 45'\ 55''$.

SUR DES VAISSEAUX PARTICULIERS observés dans des Corps morts de perte de sang.

Par M. LITTRE.

Les pertes de sang viennent ou du côté des vaisseaux sanguins, ou du côté du sang qui y est contenu. Elles viennent du côté des vaisseaux sanguins en deux manieres, ou par la solution de leur continuité, ou sans qu'il y arrive de solution de continuité. Les pertes, qui dépendent de la solution de continuité des vaisseaux sanguins, sont faites, ou par des causes externes, ou par des causes internes. On comprend par les causes externes, des instrumens trenchants, piquants, contendants & rongeants. On entend par les internes les humeurs du corps, lorsqu'elles péchent en quantité ou en qualité. 18. Juillet 1714.

Les pertes de sang qui arrivent sans qu'il y ait solution de continuité dans les vaisseaux sanguins, viennent encore ou de côté des vaisseaux sanguins, ou du côté du sang,

Du côté des vaiſſeaux, lorſque leurs pores ſont trop dilatés, ou que le diametre de la cavité des conduits ſecretoires ou excretoires eſt extraordinairement agrandi. Les pertes qui viennent du côté du ſang, quoi-qu'il n'y ait point de ſolution de continuité dans les vaiſſeaux ſanguins, arrivent lorſque le ſang eſt extraordinairement fin & délié. Car alors le diametre ordinaire des pores des veines & des arteres, & celui de la cavité des conduits ſecretoires & excretoires ſe trouvent aſſez grands pour lui donner paſſage.

Toutes les pertes de ſang peuvent devenir mortelles, ſi elles continüent juſqu'à ce qu'il ne reſte plus aſſez de ſang dans les vaiſſeaux pour l'entretien & la conſervation de la vie. Je ſuis perſuadé qu'il eſt rare qu'ils en perdent juſqu'à ce point-là. Dans toutes ces pertes, lorſque la quantité de ſang, eſt fort diminuée; d'un côté les parois des vaiſſeaux s'affaiſſent & ſe retreciſſent; & de l'autre le ſang qui y reſte devient groſſier, épais & compacte, & coule lentement dans leur cavité. Pour lors ce ſang n'a ni aſſez de force pour écarter & ſoulever les parois des vaiſſeaux, ni aſſez de fineſſe pour s'échapper par de petites ouvertures.

Le ſang qui s'échappe des vaiſſeaux, ou il ſort hors du corps à meſure, ou il y reſte. Si le ſang reſte dans le corps, ou il eſt placé entre ſes parties, ou dans les inteſtices de leurs fibres, ou bien il tombe dans quelqu'une des cavités du corps.

Le ſang ſort hors du corps à meſure qu'il s'échappe des vaiſſeaux, lorſque ces vaiſſeaux ſont dans les parties exterieures du corps, & que rien ne s'oppoſe à ſa ſortie. Pour lors il n'y a à craindre ni fievre ni inflammation ni abſcès, &c. & la vie eſt en ſureté, à moins que la perte ne ſoit grande, & que le Malade ne ſoit point ſecouru. D'autant qu'on a la liberté de mettre en uſage les moyens propres pour l'arrêter.

Le ſang extravaſé s'arrête entre les parties ou dans les intervalles

intervalles de leurs fibres, lorſqu'il ne trouve point d'iſſuë libre pour ſortir hors du corps. Ce ſang alors ou ſe diſſipe par la voye de l'inſenſible tranſpiration, ou il rentre dans les vaiſſeaux par la voye des pores, & ne cauſe point d'accident ou du moins fâcheux, ou bien il reſte à l'endroit où il s'eſt épanché, où ſe corrompant par ſon ſejour, il allume la fievre, & y produit de l'inflammation, un abſcès, &c.

Enfin ſi le ſang qui ſort des vaiſſeaux, tombe dans quelqu'une des cavités du corps, principalement dans celle du crâne, de la poitrine & du ventre, il cauſe la mort pour l'ordinaire, ſur-tout s'il y en tombe beaucoup. Ce n'eſt pas pourtant parce qu'il ne reſte pas encore aſſez de ſang dans les vaiſſeaux pour l'entretien & la conſervation de la vie.

J'ai vû pluſieurs perſonnes de l'un & de l'autre ſexe, qui ont perdu dans l'eſpace de 12 à 15 heures environ un ſeau de ſang, qui non-ſeulement ne ſont pas mortes, mais qui dans 3. ou 4. mois de tems ſe ſont auſſi-bien portées qu'avant la perte.

Or il n'y a point de cavité dans nôtre corps, qui à beaucoup près, ſoit naturellement capable de contenir une pareille quantité de ſang; auſſi eſt-ce par d'autres endroits que ces ſortes d'épanchemens de ſang ſont funeſtes. Le ſang épanché par exemple dans la cavité du crâne, comprime le cerveau. Par cette compreſſion il empêche la philtration & la diſtribution des eſprits animaux, & il interrompt la circulation du ſang dans les vaiſſeaux de cette partie. D'où il peut s'en enſuivre la Paraliſie, l'Apoplexie, la Léthargie, la Fievre, des Inflammations, des Abſcès, la Gangreine, & enfin la mort. Les épanchemens de ſang faits dans les autres cavités peuvent produire une grande partie des mêmes accidens, & conſequemment la mort.

Les frequentes ouvertures que j'ai faites ou que j'ai fait faire de corps, qui ſont morts en peu de tems après de grandes pertes de ſang, m'ont donné occaſion de faire les Obſervations que je vais rapporter.

Premiere Observation. En ces sortes de cadavres, on ne trouve point de sang dans les ventricules du cœur; au lieu qu'on en trouve pour l'ordinaire dans les corps morts de quelqu'autre espece de maladie, sur-tout dans le ventricule droit.

Seconde Observation. On ne trouve pas non plus de sang dans les arteres de ces mêmes cadavres; & on en remarque dans les arteres des corps qui ne sont pas morts de perte de sang. Cependant les arteres vuides de sang ont leurs parois peu affaissées, & leur cavité peu diminuée.

Troisiéme Observation. Le sang, qu'on observe dans ces cadavres, est renfermé dans leurs veines, principalement dans celles, qui sont proches du cœur, & ce sang est grossier, épais & compacte.

Quatr. & dern. Observat. Ce que j'ai remarquai de plus particulier dans les corps morts de perte de sang, ce sont quantité de vaisseaux transparens de differente grosseur, que l'on apperçoit en diverses parties du corps, sur-tout dans celles qui sont éloignées du cœur. Les premieres fois que j'ai remarqué ces vaisseaux, je les ai pris pour des vaisseaux lymphatiques. Mais dans la suite les ayant soigneusement examinés, j'ai été convaincu qu'ils en étoient entierement differents.

Premierement, la surface exterieure de ces vaisseaux est uniforme, je veux dire, qu'ils ne sont pas faits en chapelet comme les lymphatiques. Secondement il n'y paroît point de valvules, qui cependant sont en grand nombre dans les lymphatiques. Troisiémement, leurs tuniques sont beaucoup plus épaisses. Quatriémement, j'ai suivi ces vaisseaux, & les ai conduit tous jusqu'à des veines dont j'ai reconnu qu'ils étoient de vrayes ramifications. Je les ai comparés aux autres veines, & je n'y ai point remarqué de difference. Enfin j'ai ouvert ces vaisseaux, au lieu de lymphe, que je m'attendois d'y trouver, je n'y ai trouvé que de l'air.

Il reste à present à examiner d'où peut venir tout cet

air. On ne ſçauroit diſconvenir qu'il n'y ait de l'air dans les vaiſſeaux, ſoit qu'il ſoit porté par la voye de l'œſophage, ou par la voye de la trachée artere ; & qu'il n'y ſoit exactement mêlé avec le ſang, du moins pendant qu'il eſt fluïde & coulant, & que ſes parties ſont fines & déliées.

Or dans les derniers momens de la vie principalement, le ſang ne doit pas être en grande quantité dans les vaiſſeaux à cauſe de la perte. Il y doit couler lentement, y être épais, groſſier & compacte, & être difficile à pouſſer. Et ce ſang ne ſçauroit devenir épais, groſſier & compacte, que ſes parties ne s'approchent les unes des autres ; elles ne ſçauroient s'approcher ſans ſe preſſer & ſe ſerrer ; & elles ne ſçauroient ſe preſſer & ſe ſerrer les unes & les autres, qu'elles n'expriment & ne chaſſent de leurs interſtices les parcelles d'air qui y ſont logées. D'autant que l'air, qui eſt de ſa nature un corps liquide, fait continuellement effort pour s'échapper & ſe mettre en liberté.

L'air ainſi dégagé d'entre les parties du ſang dans les veines, peut être une des ſources de celui dont les vaiſſeaux tranſparens ſont remplis. En effet, cet air étant alors libre, peut ſe porter d'un côté & d'autre dans les veines, & principalement aux endroits où il n'y a point de ſang, & où par conſequent il rencontre peu de reſiſtance.

On peut regarder la trachée artere comme une autre ſource du même air. Pendant que l'homme vit, il paſſe à chaque reſpiration de l'air de ce conduit dans la veine pulmonaire : il s'y mêle avec le ſang & circule avec lui, tant que le ſang eſt fluïde & coulant, & que ſes parties ſont fines & déliées. Mais s'il devient épais, groſſier & compacte, comme il arrive dans les pertes de ſang. Pour lors ce ſang eſt plus propre à chaſſer d'entre ſes parties l'air qui y eſt contenu, qu'à en recevoir de nouveau & à ſe mêler avec lui. C'eſt pourquoi l'air, qui eſt porté dans ce tems-là de la trachée artere dans la veine du poulmon, n'étant plus contraint par aucun mêlange, peut facilement paſſer de

cette veine dans le ventricule gauche du cœur. Le passage est libre, parce que ce vaisseau contient alors peu de sang, & que ce sang est condensé & laisse par consequent de la place pour l'air. D'ailleurs l'air est un corps qui est composé de parties fines, legeres & élastiques. Il peut donc parvenir jusqu'à ce ventricule, son ressort & celui qui reste encore aux parties qui composent le poumon & à celles qui sont destinées à resserrer la poitrine suffisent pour l'y pousser, tandis qu'ils sont insuffisants pour y pousser le sang à cause de son épaisseur, de sa grossiereté & de sa pesanteur.

L'air reçu dans le ventricule gauche du cœur peut par des pareilles causes être poussé de ce ventricule dans les arteres & des arteres dans les veines, où il doit être arrêté tant par le sang que par l'air, qui y sont contenus, & par consequent remplir les espaces qui y sont vuides de sang. La possibilité y est, & le systême du plein dans la nature le demande.

Enfin, on peut inferer de ces vaisseaux transparens, qu'un des usages de l'air enfermé dans les vaisseaux de notre corps, est d'empêcher que leur cavité ne s'efface ou ne diminue, de sorte qu'ils soient hors d'état de faire leur fonction, ou de la faire fort imparfaitement. Les parois de nos vaisseaux sont composées de fibres, qui tendent toûjours à se serrer & à s'approcher les unes des autres, & par consequent à effacer, ou à diminuer extraordinairement la cavité qu'elles forment. Les parties solides, dont nos vaisseaux sont entourés de toutes parts; de même que l'air qui environne exterieurement notre corps, tendent toûjours aussi à la même fin.

Il falloit donc qu'il y eut toûjours dans la cavité de nos vaisseaux quelque corps qui s'opposât continuellement à l'effort de toutes ces causes, & qui tint lieu d'un vrai antagoniste à leur égard. Or ce corps ne peut être autre que l'air enfermé dans cette cavité. En effet, l'air par son ressort tend toûjours en se rarefiant à écarter & tenir écartées

les parois des vaiſſeaux, & par conſequent à conſerver leur cavité dans l'état où elle doit être pour qu'ils ſoient toûjours en état de faire leur fonction.

L'état où on trouve les arteres des corps morts, principalement de perte de ſang, confirme cet uſage de l'air. On remarque dans ces vaiſſeaux, que leurs parois, quoi-que la cavité ſoit vuide de ſang & d'autre corps ſenſible, ſont peu affaiſſées. Il faut donc que ces arteres contiennent de l'air dans leur cavité, & que cet air par ſon reſſort en écarte & ſoutienne les parois. Au reſte il n'y a pas lieu de douter que l'air, dont la cavité des arteres eſt remplie, n'ait les mêmes ſources que celui qu'on trouve dans les vaiſſeaux tranſparens.

REMARQUES
SUR LA CHEUTE DES CORPS DANS L'AIR.

Par M. DE LA HIRE.

JE crois qu'une des principales occupations de l'Academie doit être de rectifier & de perfectionner autant qu'il eſt poſſible les Obſervations qui ont été faites par les Academiciens qui nous ont précedé, leſquels on doit toûjours eſtimer beaucoup de nous avoir frayé le chemin pour pouſſer nos découvertes plus loin qu'ils n'ont fait, en ſuivant autant qu'on le trouve à propos, les mêmes vûës qu'ils ont eües d'abord, mais en ne s'attachant pas ſervilement à leurs idées, lorſqu'on y trouve des difficultés qui pourroient nous jetter dans l'erreur. 22. Août 1714.

M. Mariotte qui avoit un genie tout particulier pour la Phyſique, & qui étoit infatigable pour toutes les experiences qu'il faut faire pour avancer dans cette ſcience,

trouvoit bon que je fusse temoin de ce qu'il faisoit, & même il me fit par son Testament dépositaire de tous ses Ecrits pour les donner au Public ; ce que j'ai executé pour le mouvement des Eaux, qui étoit celui auquel il travailloit l'orsqu'il mourut.

Et comme il y a beaucoup à profiter dans la lecture de ses ouvrages, lorsque je suis venu dernierement à examinet avec attention ce qu'il rapporte à la fin de son Traité de la Percussion au sujet de la Chûte des corps dans l'air, dont nous avions fait ensemble les Observations dans l'ouverture qui perce à plomb du dessus de la Plate-forme de l'Observatoire jusqu'au fond des Carrierres, & dont la hauteur est de 168 pieds, j'ai voulu examiner la regle qu'il donne pour déterminer la perte du chemin qu'un corps, comme une bale de plomb, fait en tombant dans l'air par la resistance qu'il y trouve dans les differens tems & à differentes hauteurs de sa chûte par rapport au chemin que ce même corps parcoureroit dans le vuide.

Il suppose d'abord que cette bale qui est de six lignes de diametre, tomberoit dans le vuide dans la premiere seconde de tems de 15 pieds de hauteur, mais que dans l'air tel qu'il est sur la terre où nous sommes, elle ne tomberoit que de 14 pieds, d'où il conclut que la résistance de l'air lui fait perdre un pied dans cette premiere seconde.

» Il ajoûte ensuite que cette bale dans le vuide doit par-
» courir 60 pieds en deux secondes, & 135 pieds en trois
» secondes, & ainsi de suite ; mais la resistance de l'air qui
» lui fait perdre un pied dans la premiere seconde, lui fe-
» roit perdre plusieurs pieds dans les secondes suivantes, sui-
» vant la proportion des quarrés des tems de la chûte, si
» l'air ne resistoit pas plus à une grande vitesse qu'à une pe-
» tite ; mais par cette cause cette diminution des pieds sera
» plus grande que selon la proportion des quarrés des tems,
» & parce que suivant la doctrine de Galilée la vitesse ac-
» quise à la fin de la deuxiéme seconde doit être double de
» celle qui est acquise à la fin de la premiere, & que celle

qui est acquise à la fin de la troisiéme en doit être triple, «
& ainsi de suite, la resistance de l'air sera double à la fin de «
la deuxiéme, mais elle ne sera que simple en son com- «
mencement, & elle augmentera par des degrés égaux : il «
faudra donc prendre celle qui sera dans le milieu de cette «
deuxiéme seconde pour la résistance moyenne, c'est-à-dire, «
que comme on n'ôteroit pas assez, si on n'ôtoit que 4 pieds «
de 60 pieds qui doivent être parcourus dans les deux se- «
condes, & qu'on en ôteroit trop, si on en ôtoit 8 pieds, «
puisque la résistance n'est double qu'à la fin des deux se- «
condes, on peut prendre l'unité pour la premiere seconde, «
& $\frac{1}{2}$ pour la suivante, dont la somme 1 $\frac{1}{2}$ multipliant 4, «
le produit qui est 6 pieds sera la quantité qu'il faudra ôter «
de 60 pieds que le mobile devroit passer en deux secon- «
des ; & suivant cette regle, il ne fera que 54 pieds. «

On fera de même pour le tems de trois secondes, & «
on ôtera de 135 pieds qui est le produit de 15 par 9 «
quarré de 3, 18 pieds qui est le produit de 9 par le nom- «
bre 2, lequel est composé de la premiere unité pour la «
premiere seconde, & d'une autre unité pour la moitié des «
deux autres secondes, & ce nombre 18 étant ôté de 135, «
il restera 117 qui sera le nombre des pieds que la bale de «
Plomb fera en 3 secondes. «

Pour le tems de 4 secondes on prendra 2 $\frac{1}{2}$ qui est un «
nombre composé de la premiere unité & de la moitié des «
trois autres unités, & l'on multipliera par ce nombre le «
quarré de 4 qui est 16, le produit sera 40 qu'il faudra «
ôter de 240 produit de 16 par 15, le reste 200 sera le «
nombre des pieds que la bale parcourra de haut en bas «
en 4 secondes & ainsi de suite. «

Ce sont les propres paroles de M. Mariotte, où l'on voit la régle qu'il établit pour trouver la perte ou la diminution du chemin qu'une bale de plomb de 6 lignes de diametre fait en tombant dans l'air par la résistance que cet air lui fait, en lui comparant sa chûte dans le vuide. Mais il me semble qu'il y a plusieurs remarques à faire sur tout ce qu'avance ici M. Mariotte.

Il dit d'abord que la perte de l'eſpace parcouru doit être *ſuivant la proportion des quarrés des temps de la chûte* par la cauſe de la réſiſtance de l'air. Mais il n'en demeure pas là, & il ajoute, *Si l'air ne reſiſtoit pas plus à une grande viteſſe qu'à une petite*, & par conſequent il joint enſemble deux réſiſtances de l'air pour n'en compoſer qu'une.

Enſuite pour déterminer la ſeconde réſiſtance de l'air dont il parle, il dit qu'à la fin de la deuxiéme ſeconde du temps de la chûte de la bale, il faut prendre toute la réſiſtance de l'air à la fin de la premiere ſeconde, & y joindre la réſiſtance de la moitié entre la fin de la premiere & de la deuxiéme, c'eſt ce qui eſt $1\frac{1}{2}$ de réſiſtance, & le multiplier par le quarré de la premiere réſiſtance qu'il a poſée, qui eſt 4 pour la fin de la deuxiéme ſeconde, ce qui donnera 6 pieds de perte qu'il faut ôter aux 60 pieds, car il dit que ſi l'on n'otoit que 4 pieds de 60, on n'ôteroit pas aſſez, & que ſi on en ôtoit 8, on ôteroit trop; mais ce trop peu & ce trop n'eſt que relatif à ce qu'il faut ôter qui eſt donné par l'experience, & ainſi pour les autres ſecondes.

Il paroît dans ce que dit ici M. Mariotte, qu'il cherchoit à établir une régle qui pût ſatisfaire aux experiences; mais quoi-que ces experiences fuſſent faites ſur des hauteurs bien plus grandes que toutes celles qu'on avoit faites auparavant, elles n'étoient pas pourtant encore ſuffiſantes pour confirmer ſa régle dans laquelle il employe celle de Galilée. Il laiſſe à juger que celle de Galilée n'étoit que pour le vuide, quoique Galilée ne l'eût établie que ſur les experiences qu'il avoit faites dans l'air, mais ſur de petites hauteurs.

M. Mariotte s'appercevoit bien qu'en ſuppoſant la regle de Galilée pour la chûte d'un corps dans le vuide, lorſqu'on vouloit déterminer le chemin que ce corps faiſoit dans l'air, en y tombant dans des temps déterminés, il falloit y employer la réſiſtance de l'air, qui eſt un corps liquide;

liquide ; mais de plus il faut encore obſerver que ce corps de l'air n'eſt pas homogene par-tout, mais qu'il devient plus denſe à proportion de ſes hauteurs ou de ſes charges, & à quoi il ne paroît pas que M. Mariotte ait fait attention. On dira peut-être que cette condenſation de l'air pouvoit être négligée dans les experiences que nous fimes, mais elle ne doit pas l'être dans l'établiſſement de la régle, car elle devient très-conſiderable dans de grandes hauteurs ; & dans celles où nous obſervâmes, il eſt certain qu'au bas du lieu où nous étions, l'air y étoit plus peſant, & par conſequent plus condenſé, d'un douziéme environ de toute la peſanteur qu'il avoit ; ce qui devoit retarder la deſcente de la bale vers le bas.

On entend ordinairement par le mot de *vuide* une eſpace qui eſt vuide des particules de l'air, tel qu'il eſt ſur la ſurface de la terre ; c'eſt auſſi ce qu'on nomme *Eter* ou *matiere ſubtile*. Cette matiere ſubtile pénetre tous les corps & même les plus durs, en paſſant au travers de tous leurs pores les plus déliés ſans aucune difficulté. Il ſemble de-là que cette matiere doit être indifferente au mouvement des corps qui la traverſent ; auſſi l'on n'a pû attribuer les loix de leur mouvement qu'à la puiſſance qui les pouſſe, & ce ſont celles que M. Mariotte a ſuivies en les tirant de Galilée.

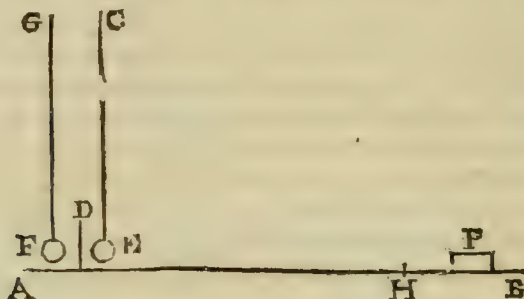
On ne ſçauroit douter que l'air ne faſſe de la réſiſtance aux corps qui s'y meuvent, & que cette réſiſtance ne ſoit comme les quarrés de la viteſſe de ces corps. Mais pour déterminer la quantité de cette réſiſtance par rapport à une certaine viteſſe, on ne le peut faire que par des experiences qui ne peuvent pas avoir une grande juſteſſe.

M. Mariotte ſuppoſe que la bale de Plomb tombe dans le vuide pendant la premiere ſeconde de temps, de 15 pieds de hauteur, dont il n'avoit aucune certitude, & que dans l'air elle tombe dans le même temps de 14 pieds ſeulement, comme nos Obſervations lui avoient fait connoître ; & ſuppoſant la régle de Galilée pour la chûte des corps

dans le vuide, il donne la ſienne qui s'accorde avec les Obſervations dans les quatre premieres ſecondes de temps de la chûte, qui étoit ce que nous avions pû faire, ainſi cette régle ne peut pas être beaucoup écartée de la verité. Mais comme j'avois quelque lieu de douter que nos Obſervations ou Experiences n'euſſent pas toute la juſteſſe que j'aurois ſouhaité, je les ai refaites comme il ſuit d'une maniere differente & moins ſujette à erreur que celles que nous fimes autrefois.

EXPERIENCES.

J'ai pris une petite Planchette fort mince de 15 pouces de long ſur 2 pouces de large repreſentée en *AB* & vers



ſon extremité *A*, y ayant attaché perpendiculairement une petite piece *D* de la même planche qui la traverſoit à l'équaire & qui n'avoit de hauteur que 1½ pouce, j'ai fait de la planche *AB* une balance, ayant arrêté ferme vers *H* aux trois quarts de *AB* vers *B* un fil de Fer en travers qui lui ſervoit d'aiſſieu pour tourner, & qui débordoit d'un pouce au-delà de la planche par les deux côtés. Mais comme la partie *ADH* étoit plus peſante que le reſte *HB*, j'ai ajouté ſur *HB* un poids *P*, pour la mettre en équilibre ſur ſon appuy *H*. Enſuite j'ai ajuſté cette balance ſur un pied qui portoit l'aiſſieu *H*, & j'ai attaché ce pied contre un mur, en ſorte que la planche où la balance demeuroit

par-tout à même distance du mur en se mouvant, & elle pouvoit rester de niveau, mais de telle sorte, que le moindre petit effort d'un côté ou d'autre de *H* pouvoit l'emporter.

Ensuite j'ai suspendu contre le même mur un Pendule simple *CE* fait d'une bale de Plomb de 9 lignes $\frac{1}{2}$ de diametre, & dont la longueur du fil qui étoit fort delié, depuis sa suspension *C* jusqu'au centre d'oscillation de la bale, étoit de 36 pouces 8 $\frac{1}{2}$ lignes, lequel fait ses vibrations en une seconde de temps, & ses demi-vibrations en une demi-seconde. La bale *E* étant en repos, étoit tout proche de la petite planche *D* de la balance, en sorte que quand le Pendule étoit mis en mouvement pour lui faire décrire un arc parallele au mur, il rencontreroit la piece *D* à la moitié de sa vibration, c'est-à-dire, en une demi-seconde de temps depuis qu'on l'avoit laissé aller.

De plus, j'ai planté contre le même mur, à la hauteur de 4 pieds depuis l'extremité *A* de la planchette, un fil de Fer bien poli, & j'ai fait passer par dessus ce fil de Fer un fil très délié qui soutenoit une bale de Plomb *F* de même grosseur que la bale *E*, & la bale *F* étant élevée par le moyen de son fil, elle pouvoit tomber sur l'extremité *A* de la balance; mais ayant élevé cette bale *F*, en sorte que son centre fût élevé au-dessus de la balance *AB* placée de niveau de la hauteur de 3 pieds 6 pouces, qui est le quart de 14 pieds, j'ai écarté la bale *E* du Pendule d'environ 7 pouces de sa situation verticale, & tenant cette bale entre le pouce & le doigt index, & à même temps l'extremité du fil de la bale *F* contre la bale *E*, & en lâchant ensuite la bale *E* & l'extremité du fil de la bale *F* dans le même instant, en ouvrant les deux doigts, la bale *E* pouvoit frapper dans le même temps la planchette *D*, & la bale *F* la partie *A* de la balance, & je pensois que si cela arrivoit ainsi, je connoîtrois que la bale *F* employoit justement une demi-seconde à tomber de la hauteur de 3 pieds 6 pouces; mais si la bale *F* employoit un temps

plus court à parcourir cet espace, elle rencontreroit la balance en *A*, & la faisant tourner, la bale *E* qui ne viendroit qu'ensuite dans la ligne verticale *CE*, ne rencontrant pas la partie *D*, elle passeroit outre en achevant sa vibration.

J'ai répeté plusieurs fois cette experience, & j'ai toûjours remarqué que la bale *E* du Pendule retournoit en arriere, & que la bale *F* poursuivoit son chemin en tombant, & par consequent je pouvois conclure que la bale *E* arrivoit plûtôt contre *D* que la bale *F* n'arrivoit sur la balance en *A*, d'où il s'ensuivoit que la chûte de la bale *F* de 3 pieds 6 pouces de hauteur étoit trop grande pour une demi-seconde de temps. J'ai donc encore répeté cette experience, n'ayant élevé la bale que de 3 pieds 5 pouces & de 3 pieds 4 pouces, & j'ai toûjours observé la même chose : il est vrai que 2 ou 3 pouces sont parcourus bien vîte par la bale qui tombe de cette hauteur. Mais je n'ai pas continué ces experiences, car il m'est venu en pensée qu'elles étoient sujettes à erreur. Car lorsque la bale *F* rencontre en tombant la balance en *A*, elle la choque fortement; & quoi-que cette balance soit très facile à être mise en mouvement, l'air qui lui résiste par dessous l'empêche d'être emportée aussi-tôt qu'elle est frappée, & la bale *E* a le temps de rencontrer la partie *D* qui la repousse en arriere, & j'ai déja dit que par le bruit que font ces deux bales en rencontrant la balance, on ne sçauroit juger laquelle des deux frappe la premiere. J'ai donc pensé à faire une autre experience.

J'ai supprimé la balance, & le Pendule demeurant dans l'état où il étoit, éloigné du mur de trois pouces, j'ai approché le fil de Fer, par dessus lequel passoit le fil de la bale *F* vers le Pendule, ensorte que le Pendule étant en repos, & la bale *F* y étant aussi, & étant soutenuë par son filet qui passoit par dessus le fil de Fer, ils commençassent à se toucher, afin que lorsque je lâcherois la bale *E* du Pendule, & le fil de la bale *F* dans le même temps, ils

puſſent ſe rencontrer, ſi la hauteur d'où la bale *F* tomboit, convenoit au temps marqué par le Pendule qui étoit d'une demi-ſeconde, & la bale *F* étant élevée de 3 pieds 6 pouces; cette experience m'a toûjours très-bien réüſſi, étant répetée pluſieurs fois; car la bale *F* rencontroit toûjours la bale *E* du Pendule, & en rompoit le fil, quoi-qu'elle ne fiſt que l'effleurer.

Mais comme la bale *F* ne tomboit que de $3\frac{1}{2}$ pieds de hauteur, j'ai voulu la faire tomber de 14 pieds, en me ſervant toujours du Pendule à ſeconde, & lui faire rencontrer la bale *E* de ce Pendule à la fin de ſa vibration entiere; mais j'ai penſé que cette bale *E* va dans cet endroit fort lentement, & qu'elle pourroit être rencontrée par la bale *F* un peu plûtôt ou un peu plus tard qu'elle ne devroit par rapport à la hauteur de la bale *F*; c'eſt pourquoi j'ai jugé à propos de faire le Pendule à double ſeconde, & d'en faire rencontrer la bale dans le milieu de ſa vibration, qui eſt l'endroit où elle va le plus vîte, & où elle doit marquer la ſeconde entiere. J'ai donc fait l'experience comme dans le cas précedent, & ayant écarté la bale *E* de ce Pendule de 20 pouces de ſon point de repos où elle touchoit la bale *F* quand elle étoit auſſi en cet endroit, & ayant élevé la bale *F* de 14 pieds par le moyen de ſon fil, je les ai laiſſé aller enſemble, & dans pluſieurs répetitions de cette experience, j'ai toûjours remarqué que les deux baſes ſe choquoient en ſe rencontrant, car la bale du Pendule étoit toûjours rejettée par l'autre un peu en arriere ou à côté, ce qu'on pouvoit auſſi connoître par l'impreſſion qu'elles faiſoient l'une contre l'autre.

On doit prendre garde dans ces experiences que le fil de Fer ſur lequel paſſe le filet de la bale *F* doit être poli, & que ce filet ſoit placé preſqu'à l'extremité du fil de Fer, afin qu'il s'en dégage auſſi-tôt qu'on le lâche, & qu'il ne retarde pas le mouvement de la bale *F* en coulant & frotant ſur ce fil de Fer.

J'ai auſſi obſervé que dans le temps de ces experiences le Barometre étoit à la hauteur de 27 pouces 9 lignes dans l'endroit où je les faiſois, car s'il y avoit une difference conſiderable de hauteur d'air, & par conſequent de condenſation, on pourroit trouver des differences entre les obſervations. Mon Fils m'a toûjours aidé dans ces experiences.

Puiſque cette Experience de la Chûte de la bale de Plomb de 14 pieds de hauteur dans l'air, s'accorde avec celle que j'avois faite autrefois avec M. Mariotte, je puis auſſi ſuppoſer que celles que nous fimes alors pour differentes hauteurs, comme il les rapporte, ſont autant approchantes de la verité qu'il eſt poſſible de les faire; car pour les differentes groſſeurs des bales, comme de 6 & de 9 lignes, elles ne peuvent apporter aucune varieté dans ces obſervations, comme nous l'éprouvâmes alors pour des hauteurs telles que nous les avions, & même il me ſemble que j'ai encore entre les mains celle dont nous nous ſervimes, qui eſt beaucoup plus groſſe que de 6 lignes de diametre.

La ſuppoſition que fait M. Mariotte, que la bale de Plomb qui tomberoit dans le vuide, perd un pied de ſon chemin dans la premiere ſeconde, ſi elle tombe dans l'air à cauſe de ſa réſiſtance, n'a aucun fondement par les experiences, & que ſi l'on ôte 4 pieds des 60 qu'il ſuppoſe que la bale feroit dans le vuide dans le temps des deux premieres ſecondes, ce qui feroit le quarré de la viteſſe 2. ce ne feroit pas aſſez, à cauſe qu'il faut avoir égard à la réſiſtance de l'air; mais que ſi l'on en ôtoit 8 pieds, qui feroit le cube de cette même vîteſſe, ce feroit trop, & de même pour les autres temps ou vîteſſes, dont il ne donne point de raiſon, & l'on ne voit pas qu'il en ait eu une autre que celle de faire convenir les experiences avec l'hypotheſe de la premiere perte d'un pied; cependant c'eſt ſur cela qu'il établit ſa régle. Mais s'il avoit fait attention qu'en ſuppoſant toutes les pertes du chemin de la bale

dans la raiſon des cubes des vîteſſes, il pouvoit fort bien rendre les experiences, au moins celles que nous avions faites, car il n'y avoit qu'à ſuppoſer que dans la premiere ſeconde de temps la perte du chemin de la bale n'étoit que de $\frac{2}{3}$ de pied, au lieu d'un pied comme il a fait, & par conſequent puiſque l'on connoiſſoit que le chemin de la bale en tombant dans l'air étoit de 14 pieds, elle devoit être dans le vuide de 14 $\frac{2}{3}$ de pieds, & que ces $\frac{2}{3}$ de pied étoient une quantité cubique, d'où il s'enſuivoit que dans le temps des deux premieres ſecondes la bale auroit perdu huit fois $\frac{2}{3}$ de pied, car 8 eſt le cube de 2, ce qui auroit donné la perte de $\frac{16}{3}$ ou de 5 pieds $\frac{1}{3}$, & dans le temps des trois premieres ſecondes ce ſeroit 27 fois $\frac{2}{3}$, car 27 eſt le cube de 3, ce qui donneroit 18 pieds de perte, & pour les quatre premieres ſecondes on trouveroit de même la perte de 42 pieds $\frac{2}{3}$, & c'eſt tout ce qu'on pouvoit comparer aux obſervations.

Maintenant ſuivant la régle de Galilée, ſi la bale dans le vuide eſt tombée de 14 pieds $\frac{2}{3}$ de hauteur dans le temps de la premiere ſeconde, elle doit tomber dans le temps des deux premieres de quatre fois cette hauteur qui ſera 58 pieds $\frac{2}{3}$, & pour les trois premieres ſecondes de neuf fois la premiere qui ſera 132 pieds, & dans les quatre premieres de 234 pieds $\frac{2}{3}$. Si l'on ôte donc les pertes qu'on vient de trouver, de chacun de ces eſpaces, il reſtera pour la premiere ſeconde de temps, la perte étant déduite, 14 pieds, pour les deux premieres ſecondes 53 pieds $\frac{1}{3}$, pour les trois premieres ſecondes 114 pieds, & pour les quatre premieres 192 pieds.

Nos Obſervations, comme M. Mariotte les a fait imprimer, & peut-être un peu accommodées à ſa régle, donnent pour la premiere ſeconde 14 pieds; pour les deux premieres 54 pieds, pour les trois premieres 117 pieds, & pour les quatre premieres 200 pieds. Il y a ſi peu de difference entre ces nombres & ceux que je viens de trouver, qu'on peut les regarder comme veritables, puiſqu'auſ-

ſi-bien il y a aſſez d'apparence que nos anciennes Obſervations ne peuvent pas avoir une extréme juſteſſe, ſi l'on conſidere qu'il n'étoit pas poſſible de ſçavoir le temps de la chûte de la bale à quelques tierces près, & qu'à la fin de la troiſiéme ſeconde la bale ayant parcouru dans l'Eter ou dans le vuide 132 pieds, elle a acquis en cet endroit une viteſſe telle qu'elle peut parcourir dans le même temps de 3 ſecondes 264 pieds, qui eſt le double de 132 d'un mouvement uniforme, & 88 pieds en une ſeconde, ce qui donneroit pour une tierce de temps un pied & près d'un tiers.

Enfin les Obſervations que j'ai rapportées ici pourront ſervir à ceux qui ont travaillé ſur cette matiere, pour voir ſi leurs hypotheſes s'accordent avec ce que nous avons trouvé pour les hauteurs que nous avions.

DES EFFETS QUE PRODUIT le Poiſſon appellé en François Torpille, *ou* Tremble, *ſur ceux qui le touchent; Et de la cauſe dont ils dépendent.*

Par M. DE REAUMUR.

14 Novembre 1714.

IL n'y a guere de Naturaliſtes qui n'ayent dit quelque choſe de l'effet que produit, ſur ceux qui le touchent, le Poiſſon appellé en Latin *Torpedo*. Les ſciences ont toutes certains points éclatans ſur leſquels on entre volontiers en lice, & ce n'eſt pas ce qu'elles ont de mieux éclairci: tels ſont en Phyſique le Flux & le Reflux de la Mer, les proprietés de l'Aimant, & tel eſt dans l'hiſtoire Naturelle l'effet du *Torpedo*. Les uns, & ſur-tout quelques Anciens, l'ont raconté avec des exagerations qui n'ont pas trouvé croyance, & on n'a pas eu tort de ne la leur pas donner: d'autres au contraire qui ont vû & manié ce Poiſſon dans certaines circonſtances ſans en reſſentir d'engourdiſſement

dissement, en ont parlé comme d'un fait fabuleux. Il n'y a pourtant plus eu lieu d'en douter depuis que des Physiciens tels que Redy & Borelly ont attesté au public, qu'ils l'avoient experimenté. Mais le fait ayant été bien établi pour certain, la cause n'en a pas paru telle : ce qui n'est pas rare en Physique.

M'étant trouvé sur les Côtes de Poitou, dans une saison où l'on pêche cette espece de Poisson assez communément, je me proposai de l'éxaminer, non par rapport à sa structure : nous avons sur cette matiere un petit traité de M. Lorenziny, imprimé à Florence en 1678. qui laisse peu à souhaiter. Mais ce que je me proposai d'examiner, c'est la cause d'où dépend l'engourdissement qu'il produit dans ceux qui le touchent, & en quoi consiste précisément cet engourdissement; quelles sont les circonstances qui l'accompagnent ; car les Auteurs qui conviennent du fait, conviennent peu de ses circonstances ; les uns font imaginer l'engourdissement beaucoup plus fort, les autres beaucoup plus foible ; les uns veulent que le Poisson ne l'opere que lorsqu'on le touche immediatement ; d'autres prétendent que sa vertu soit même à craindre de loin. Je rapporterai naturellement ce que j'en ai experimenté ; j'en dirai même scrupuleusement les circonstances, elles contribüeront peut-être à découvrir la vraye cause de cet effet.

Le Poisson appellé en Latin *Torpedo*, est nommé *Tremble* sur les Côtes de Poitou, d'Aunis & de Gascogne ; c'est sous ce nom que Belon en parle. Rondelet le nomme *Torpille ;* aussi est-ce le nom qu'on lui donne sur les Côtes de Provence, & celui dont nous nous servirons le plus dans la suite comme du plus usité. Il y en a de plusieurs especes, nous ne nous arrêterons point à les caracteriser, Rondelet a pris ce soin. Il suffiroit pour donner une idée grossiere de la Figure de la Torpille, à ceux qui ne la connoissent point du tout, de dire que c'est un Poisson plat, qui ressemble assez à une Raye. Il est representé en tant

d'endroits, que nous avons hesité de donner une Figure de son exterieur ; nous nous sommes pourtant déterminés à faire graver un dessein de ce Poisson, vû du côté du dos, en faveur de ceux qui n'ont point les Traités des Poissons, & pour épargner la peine de consulter des Figures qui ne sont pas toûjours aussi exactement ressemblantes que celle-ci, que M. Aubriet a dessiné sous nos yeux. Vuillugbei & les autres Auteurs de l'histoire des Poissons, placent les Torpilles à la suite des Rayes, ou du moins après les Tares, *Pastinaca*, qui sont des Poissons peu differens des Rayes. Il y en a de differentes grandeurs. On en trouve communément sur les Côtes du Royaume, qui ont un pied & demi de long : on y en pêche quelquefois de plus grandes.

Je chargeai des Pêcheurs de me conserver en vie les Torpilles qu'ils prendroient. J'étois dans une maison éloignée de la Mer d'une lieuë, lorsqu'ils m'en apporterent deux en vie, & en apparence assez vigoureuses. Cependant j'eus beau les toucher en differens endroits & en differentes circonstances ; je ne ressentis pas même le moindre engourdissement. Pour ranimer leur vigueur je les mis dans des vases pleins d'eau de Mer ; elles y nagerent, elles s'y donnerent tous les mouvemens que les Poissons se donnent dans l'eau, mais elles ne me firent rien ressentir d'extraordinaire.

La puissance qu'a ce Poisson d'engourdir me paroissoit néanmoins averée par des témoignages trop autentiques, pour que j'osasse la révoquer en doute. Tout ce que je crus devoir conclure de cette premiere experience, c'est que mes Torpilles étoient affoiblies, & qu'en s'affoiblissant elles perdoient leur vertu. Le parti le plus sûr me parût être de les examiner dans la Mer même. J'engageai les Pêcheurs à m'y conserver celles qu'ils prendroient, ce qu'ils executerent fidellement.

Mais il me sembloit que les Torpilles vouloient me faire douter de leur vertu. La premiere que je touchai dans la

Mer, quoi-que grande, quoi-que vigoureuse, car elle avoit toûjours resté dans l'eau, se laissa manier à diverses reprises, sans me faire rien sentir d'extraordinaire. Il ne me manqua qu'un peu de vivacité à juger, pour traiter de fables tout ce qu'on nous en a rapporté. La Torpille enfin fatiguée de mes attouchemens réïterés, me fit voir ce qu'elle sçavoit faire : je sentis une espece d'engourdissement, qui subitement s'empara de tout mon bras depuis la main jusqu'à l'épaule, & qui étonna même la tête : il étoit fort different des engourdissemens ordinaires, il étoit accompagné d'une douleur considerable, quoi-que sourde. J'étois hors d'état de remuer la main & le bras; je sentois dans toute l'étenduë de mon bras une espece d'étonnement qu'il n'est pas possible de peindre, les sentimens ne peuvent gueres se faire connoître même par comparaison. Celui-ci pourtant avoit quelque rapport, avec le sentiment douloureux que l'on sent dans les bras, lorsqu'on s'est frappé le coude rudement contre quelque corps dur; c'est aussi la comparaison qu'ont employé M^rs. Lorenziny, Borelli, & quelques autres. Elle ne donne pourtant encore que peu d'idée de la douleur qui accompagne cet engourdissement, mais elle fait du moins entendre que cet engourdissement ne ressemble point du tout à ceux que l'on a quelquefois aux pieds ou aux mains que l'on a tenu long-temps dans une même situation. Dans le même instant l'engourdissement s'étendit de la main à l'épaule. Enfin j'avoüerai ingenüement que l'espece de douleur qui l'accompagna fut telle, qu'elle rallentit un peu mon ardeur à faire par moi-même des experiences sur la Torpille.

Il ne faut point être Physicien pour aimer à s'assurer des faits extraordinaires. J'avois avec moi cinq à six personnes qui eurent toutes, pour toucher la Torpille, le même empressement que j'avois eu. Elles voulurent faire essai de sa vertu, au peril de la douleur dont elles étoient menacées. La curiosité de presque tous ceux qui toucherent le Poisson fut récompensée comme la mienne, il étoit

en humeur de faire uſage de ſes forces, il en faiſoit uſage frequemment; auſſi la plûpart s'en tinrent à un premier eſſai, ſur-tout ceux qui comme moi reſſentirent l'engourdiſſement juſqu'à l'épaule. Car il y en eût deux ou trois de mieux traités; la douleur n'alla que juſqu'au coude.

Au reſte la douleur de cet engourdiſſement n'eſt pas de longue durée; inſenſiblement elle diminuë; au bout de quelques inſtans elle eſt entierement diſſipée. Quand mon bras fut revenu dans ſon premier état, l'envie de faire de nouvelles experiences, ne manqua pas de renaître. Le naufrage évité, on ſe remet ſur Mer pour courir de nouveau après la fortune, les richeſſes d'un Phyſicien ſont les experiences, & le nouveau riſque qu'il y avoit à courir n'alloit qu'à une douleur de bras; je retouchai donc la Torpille, & je m'enhardis à la toucher frequemment. L'engourdiſſement qu'elle me cauſa n'alla plus auſſi loin que la premiere fois, auſſi reſſentis-je beaucoup moins de douleur. Apparemment que la Torpille étoit affoiblie, & peut-étre que celle que M. Lorenziny toucha l'étoit auſſi; car elle ne lui cauſa jamais de douleur par de-là le coude. Redi aſſure au contraire que l'engourdiſſement que lui cauſa celle dont il éprouva la vertu, alla juſqu'à l'épaule; celle de Redi étoit auſſi vigoureuſe que la mienne l'étoit d'abord.

Un ſçavant Anatomiſte Anglois en auroit rencontré une bien plus propre à engourdir que les nôtres, ſi on peut compter ſur ce qu'il en rapporta devant le Grand Duc de Toſcane, ou ſi quelques circonſtances particulieres ne ſervirent pas à rendre la force du Poiſſon plus efficace. Cet Anatomiſte aſſura que l'attouchement de la Torpille avoit cauſé à ſon bras une douleur qui avoit duré deux jours. Borelli ſoupçonne que l'imagination aûroit bien pû augmenter le mal: mais ne pourroit-on pas ſoupçonner auſſi que cette augmentation de mal dépendoit de l'état de celui qui avoit fait eſſai de la force du Poiſſon; Borelli lui-

même nous avertit que l'Anatomiste en question étoit attaqué d'un tremblement paralitique.

Quoi-qu'il en soit du degré de force qu'a la Torpille pour engourdir, il est certain au moins, que l'engourdissement qu'elle cause s'empare quelquefois de tout le bras jusqu'à l'épaule. Mais comment le Poisson opere-t'il cet engourdissement? C'est ce qui étoit naturel d'approfondir après s'être assuré de sa réalité.

On a entrepris jusques ici d'en rendre raison par deux explications differentes ; car je ne compte pour rien la troisiéme & la plus ancienne, qui se contente de donner à la Torpille une vertu torporifique, si on la peut compter pour quelque chose ; ce n'est qu'en cas qu'on veuille la faire revenir au même que la premiere des deux opinions ; je veux dire en cas qu'on la confonde avec celle qui prétend que l'effet que produit la Torpille, dépend d'une infinité de corpuscules qui sortent continuellement de ce Poisson, mais qui en sortent plus abondamment dans certaines circonstances que dans d'autres. C'est l'opinion la plus generalement reçûë ; Mrs. Redi, Perault, Lorenziny l'ont adoptée : ils croyent que comme le feu envoye quantité de corpuscules propres à nous échauffer, c'est la maniere dont ils expliquent leur sentiment, que de même la Torpille envoye quantité de petits corps propres à engourdir la partie dans laquelle ils s'insinuent ; soit parce qu'ils y entrent en trop grande quantité, soit parce qu'ils trouvent des routes peu proportionnées à leurs figures.

La seconde explication est de Borelli, sur son simple exposé, elle sera plus du goût des Mécaniciens ; il regarde l'émission de tous ces corpuscules comme imaginaire : il dit que lorsqu'on touche ce Poisson, qu'il est agité lui-même d'un si violent tremblement, qu'il cause dans la main qui touche un engourdissement douloureux. *Hæc Torpedo, digitis compressa tremore adeo vehementi concutitur ut manum contrectantis molesto torpore dolorifico affi-*

ciat. Je ne sçai si l'idée que me firent naître les paroles de Borelli, est celle qu'il a voulu donner; mais elles me firent imaginer que l'on appercevoit une agitation très-sensible dans la Torpille prête à produire son effet, peut-être semblable à l'ondulation qui se fait dans les cordes tenduës horizontalement, lorsqu'on les retire de cette position; *tremore adeo vehementer concutitur.* Il se sert encore un peu plus bas de la même expression: *si tangatur piscis, eo ipso tempore quo concutitur.* Et pour mieux marquer qu'il ÿ a une difference visible entre le temps où il est agité, il dit, *si tangatur tempore quo quiescit.*

Je considerai attentivement la Torpille, pour tâcher de demêler à laquelle de ces deux opinions je devois me ranger, mais j'eus beau l'observer, j'eus beau l'examiner, je ne vis jamais qu'elle fût agitée elle-même d'un tremblement lorsquelle étoit prête à engourdir; peut-être que le Poisson de Borelli, moins tranquille que le mien, se donnoit des mouvemens auxquels ce celebre Auteur crût devoir attribuer toute sa force.

Après avoir bien observé la Torpille, je parvins à connoître assez précisément l'instant où elle étoit prête à produire l'engourdissement; je le predisois d'une maniere sûre à ceux qui la touchoient, & il me parût qu'en même temps j'avois deviné tout le mistere d'où dépend sa vertu. La Torpille, comme tous les Poissons plats, n'est pas néanmoins absolument plate, son dos, ou plûtôt tout le dessus de son corps est un peu convexe; je remarquai que pendant qu'elle ne produisoit, ou ne vouloit produire aucun engourdissement dans ceux qui la touchoient, que son dos gardoit la convexité qui lui est naturelle; mais vouloit-elle se disposer à agir insensiblement elle diminuoit la convexité des parties de son corps, qui sont du côté du dos, vis-à-vis de sa poitrine*; elle applatissoit ces parties; quelquefois même, de convexes qu'elles sont, elle les rendoit concaves. Alors l'instant étoit venu où l'engourdissement alloit s'emparer du bras; le coup étoit prêt à

* FIG. I. AAAA.

partir; le bras se trouvoit engourdi; les doigts qui pressoient le Poisson étoient obligés de lâcher prise; toute la partie du corps de l'animal qui s'étoit applatie, redevenoit convexe. Mais au lieu qu'elle s'étoit applatie insensiblement, elle devenoit convexe si subitement, qu'on n'appercevoit point le passage de l'un à l'autre état; peut-être que le mouvement d'une bale de Mousquet n'est gueres plus prompt que celui des chairs qui reprenoient leurs premiere situation, l'un du moins n'est pas plus aisé à appercevoir que l'autre. C'est de ce coup si subit que naît l'engourdissement qui saisit le bras; aussi semble-t'il veritablement à celui qui commence à le ressentir, que ses doigts ont été frappés fortement, quoi-qu'il ne leur ait point vû donner de coup; mais le coup étant donné & un peu avant qu'il se donne, non-seulement on n'apperçoit pas que la Torpille soit agitée par un violent tremblement, comme le veut Borelli, on ne voit même aucun mouvement sur toute la surface de son corps; on sçait qu'il y a eu du mouvement, parce que des chairs applaties sont redevenuës convexes, mais c'est un mouvement si prompt, qu'il est impossible aux yeux les plus attentifs de l'appercevoir.

C'est la seule vitesse de ce coup qui produit l'engourdissement; il ne sera pas difficile de faire voir que l'émission des corpuscules torporifiques n'y a aucune part, mais auparavant considerons le merveilleux arrangement des parties, ou plûtôt des ressorts que la nature à employés pour le produire. Une percussion aussi prompte faite par des parties dures auroit brisé les corps qui auroient touché la Torpille, soit que çeût été trop faire, soit que la structure du Poisson ne comportât pas des corps durs à ressorts; des corps mous sont destinés à cet usage: un seul coup d'un corps mou n'auroit peut-être pas produit assez d'effet; il y a un nombre prodigieux de pareils coups donnés dans un instant. Pour développer toute cette admirable mécanique, il faut faire connoître les parties dont elles dépendent.

Cette mécanique dépend de deux muſcles fort ſinguliers, qui ont été décrits par ceux qui ont donné l'anatomie de la Torpille : Redi & Lorenziny après lui les nomment *muſculi falcati* *, ils ſont faits en quelque façon en croiſſants ; enſemble ils occupent près de la moitié du volume du corps du Poiſſon ; l'un eſt à droit, l'autre eſt à gauche ; ils ont pour épaiſſeur preſque toute celle de la Torpille ; leur origine eſt un peu au-deſſus de la bouche & des yeux ; ils ſont ſeparés l'un de l'autre par les bronches qui ont dix ouvertures en dehors, rangées ſur deux lignes, comme l'a bien remarqué Ray, & non quatre comme le dit Redi. Du côté oppoſé aux bronches, chaque muſcle ſuit le cartillage * auquel ſont attachées les fibres charnuës du Poiſſon. Comme ces cartillages ſont recourbés en arc, les muſcles ont auſſi une pareille courbure de ces deux côtés, ils finiſſent à la derniere des bronches.

* FIG. I. *AAAA.* FIG. II. *DDDD, EEEE.*

* FIG. II. *II.*

Ce qu'ils ont l'un & l'autre de plus ſingulier, ce ſont leurs fibres, ſi pourtant nous pouvons donner le nom de fibres avec les Auteurs ci-devant, à des muſcles gros comme des plumes d'Oye *, dont l'aſſemblage forme les deux grands muſcles dont nous avons déterminé la place. Quelque nom que nous leur donnions, ces petits muſcles ou ces groſſes fibres ſont des cylindres gros comme des plumes d'Oye ; leur longueur eſt égale à peu près à l'epaiſſeur du Poiſſon ; ils ſont tous rangés les uns à côté des autres, & tous perpendiculaires aux ſurfaces ſuperieures & inferieures du Poiſſon, ſi on veut regarder ces deux ſurfaces comme deux plans à peu-près paralleles.

* FIG. III. *MM.*

La ſtructure de chacun de ces cylindres merite d'être connuë. Leur ſurface exterieure eſt formée de fibres blanches, dont la direction eſt la même que celle de la longueur du cylindre ; mais ces fibres ne forment qu'une eſpece de tuyau creux dont les parois n'ont pas plus d'épaiſſeur qu'une feüille de Papier un peu épaiſſe ; le creux du tuyau eſt rempli d'une matiere molle, d'une conſiſtance

ſemblable à celle de la boüillie & de même couleur. Lorſqu'on fait cuire cette matiere, elle devient ſemblable à une boüillie très-épaiſſe, ou à la colle pâte froide.

La matierre molle, l'eſpece de boüillie qui remplit le creux du tuyau, ne fait pourtant pas une ſeule maſſe. Elle eſt diviſée en vingt-cinq à trente maſſes, ou en vingt-cinq à trente parties differentes par autant de petites cloiſons paralleles à la baſe du cylindre. Des fibres tranſverſales forment ces cloiſons, de ſorte que le cylindre entier eſt en quelque façon compoſé de vingt-cinq à trente cylindres plus petits poſés les uns ſur les autres, & chacun de ces cylindres plus petits, ou parties du grand, ſont des cellules remplies de la matiere molle.

M. Lorenziny, qui comme nous, donne une figure cylindrique à ces petits muſcles, prétend néanmoins que leurs extremités ne ſont pas rondes; qu'elles ont des figures irregulieres que l'on voit marquées ſur la peau du Poiſſon. J'ai pourtant toûjours trouvé leurs extremités circulaires, ſoit que je les aye examinées cruës ou cuites. Il eſt vrai que lorſqu'on laiſſe ſécher la Torpille, il paroît ſur ſa peau des impreſſions de figures irregulieres vis-à-vis les deux grands muſcles compoſés de nos groſſes fibres cylindriques, mais ces figures ne ſont point celles des bouts des cylindres, elles y ſont imprimées par les mailles de deux rézeaux *, dont l'un recouvre les muſcles du côté du dos, & dont l'autre les recouvre du côté du ventre; les mailles de ces rézeaux ſont de figures irregulieres, preſſées contre la peau, quoi-que par des cylindres, elles y laiſſent des impreſſions qui ne ſont pas circulaires.

* Fig. II. *DDDD.*

Qu'on ſe ſouvienne à preſent que lorſque la Torpille ſe prépare à engourdir, qu'inſenſiblement elle applatit la ſurface exterieure de ſon corps; que de convexe, elle la rend concave, & on verra la mécanique d'où dépend toute ſa force. Par cette contraction lente, elle bande, pour ainſi dire, tous ſes reſſorts; elle rend plus courts tous les cylindres; elle augmente en même temps leurs baſes, ou, ce

qui revient au même, elle étend toutes les petites cloisons qui divisent la matiere molle, & peut-être que les grosses fibres perdent dans ce moment un peu de leur figure cylindrique, pour remplir les vuides qui restent naturellement entr'elles. La contraction s'est-elle faite jusqu'à un certain point, tous les ressorts se débandent, les fibres longitudinales s'allongent, les transversales, ou celles qui forment les cloisons se racourcissent; chaque cloison tirée par les fibres longitudinales qui s'allongent, pousse en haut la matiere molle qu'elle contient, à quoi aide encore peut-être le mouvement d'ondulation, qui se fait dans les fibres transversales lorsqu'elles se contractent. Si un doigt touche alors la Torpille, dans un instant il reçoit un coup, ou plûtôt il reçoit plusieurs coups successifs de chacun des cylindres sur lesquels il est appliqué : comme la matiere molle est distribuée entre diverses cloisons, il y a apparence que tous les coups ne s'en donnent pas précisément en même temps; enfin, quand même il n'y auroit pas de cloisons qui séparassent cette matiere, son impression donneroit des coups en quelque façon successifs; toutes les parties des corps mous ne frappent pas en même temps, l'impression des dernieres ne se fait que lorsque les premieres ont cessé d'agir, mais ces differentes cloisons servent de plus à augmenter le nombre des ressorts, & par consequent la vitesse & la force de l'action.

Ces coups vistes & réïterés, donnés par une matiere molle, ébranlent les nerfs; ils suspendent ou changent le cours des esprits animaux, ou de quelque fluide équivalent; ou si l'on aime mieux encore, ces coups produisent dans les nerfs un mouvement d'ondulation, qui ne s'accommode pas avec celui que nous devons leur donner pour mouvoir le bras. De-là naît l'impuissance où l'on se trouve d'en faire usage, & le sentiment douloureux.

Il est vrai qu'il semble suivre de cette explication, que la Torpille n'est en état d'engourdir que lorsqu'on la touche vis-à-vis les deux grands muscles composés des grosses

fibres cylindriques ; aussi ai-je experimenté, & Mrs. Borelli, Redi, Lorenziny l'ont experimenté comme moi, que c'est vis-à-vis de ces muscles que se font les engourdissemens les plus considerables. Plus les endroits où on la touche en sont éloignés, & moins la force du Poisson est à craindre. On peut hardiment le prendre par la queuë. Et c'est ce que les Pêcheurs sçavent bien, ils ne manquent pas de le saisir par-là : il faut pourtant avoüer qu'à quelque distance des muscles en question, on peut encore être attaqué d'un foible engourdissement, mais qui ne va pas même jusqu'au coude. Après tout il n'y a en cela rien de contraire à nôtre explication ; la peau du Poisson doit se ressentir du coup des muscles ; elle reçoit un ébranlement qu'elle communique aux parties qui la touchent, du moins si elle est touchée près de l'endroit où elle reçoit l'impression.

Les Auteurs qui ont fait dépendre la vertu de la Torpille des corpuscules torporifiques, n'ont pû s'empêcher dans leur explication d'avoir recours à ces deux grands muscles ; ils les ont regardés comme les reservoirs dans lesquels sont renfermés les petits corps propres à engourdir. M. Lorenziny même, qui comme moi a observé la contraction, prétend que cette contraction sert à exprimer ces petits corps dedans les muscles où ils sont emprisonnés : mais l'émanation de ces corpuscules admise par la plus grande partie des Auteurs, me paroît évidemment détruite par les experiences suivantes. 1°. Pour peu que la main ou le bras soient distants de la Torpille, ils ne ressentent aucun engourdissement, comme M. Lorenziny lui-même en convient. Or pour me servir de la comparaison qu'il a employée, si les corpuscules torporifiques engourdissoient comme les parties du feu échauffent, la main un peu éloignée du Poisson s'engourdiroit, comme la main éloignée du feu s'échauffe ; l'éloignement rendroit seulement l'engourdissement plus foible.

2°. Si cet engourdissement étoit causé par des corpus-

cules torporifiques que la contraction exprime des muſcles dont nous avons parlé, l'engourdiſſement ſe feroit pendant que les parties du Poiſſon ſont contractées, au lieu qu'il ne commence que quand la contraction ceſſe: j'ai vû durer long-temps cette contraction, ſans que j'en reſſentiſſe aucun effet, & ſans que d'autres perſonnes qui comme moi touchoient la Torpille, s'en reſſentiſſent.

3°. Enfin ſi l'engourdiſſement étoit l'effet des corpuſcules torporifiques, il ſe feroit par degrés; comme la main s'échauffe par degrés, ou comme les pieds s'engourdiſſent par degrés; il croitroit à meſure que les corpuſcules s'inſinüeroient dans le bras, il feroit foible au commencement & deviendroit enſuite très violent. Tout au contraire l'engourdiſſement n'eſt jamais plus fort que lorſqu'il commence, comme le ſont toutes les douleurs produites par des coups ſubits, & il va toûjours en diminuant depuis qu'on a commencé à le reſſentir; quand il commence, il eſt toûjours tel, qu'on eſt obligé de ceſſer de toucher le Poiſſon.

Diverſes fois je fis tous mes efforts pour ne point lâcher priſe, ayant un de mes doigts en deſſus & l'autre en deſſous, je les preſſois fortement l'un contre l'autre : je redoublois même mes efforts, quand je voyois la Torpille prête à agir. Tout cela étoit inutile. J'étois obligé de lâcher priſe; ma main s'ouvroit dès-lors que l'engourdiſſement commençoit. Il ſembleroit peut-être que lorſque je preſſois ainſi mes deux doigts l'un contre l'autre, que le Poiſſon devoit être hors d'état de me donner des coups : je le penſois de même avant d'en avoir fait l'experience, & avant d'avoir pris garde que la partie du doigt qui eſt proche de celle qui preſſe le plus fortement, preſſe peu le Poiſſon; que celle qui eſt un peu plus loin ne fait que le toucher, & que par conſequent il y a toûjours pluſieurs parties du doigt expoſées à la percuſſion ſubite. J'ajoûterai pourtant que l'engourdiſſement a été accompagné de moins de douleur, & a été plus foible, lorſque je tenois de

la ſorte la Torpille fortement preſſée, que lorſque je poſois nonchalemment le bout de mes doigts ſur ſon corps.

Au reſte, quoi-que nous n'ayons parlé que de l'engourdiſſement du bras, on voit bien qu'il peut de même ſe faire ſentir à d'autres parties. Il engourdit les jambes lorſqu'on marche deſſus à pieds nuds : je n'en ai pas fait l'experience, le froid m'en empêcha ; ma Torpille ne vouloit agir que dans l'eau. Mais les Pêcheurs aſſurent unanimement que lorſqu'ils marchent deſſus à pieds nuds, ce qui arrive quelquefois à ceux qui pêchent à la Seine, qu'elle leur engourdit la jambe, & même que ce coup les renverſe.

Pour ce qui eſt de la force qu'on lui donne, d'engourdir même lorſqu'on la touche avec un long bâton, je ne puis ni l'aſſûrer ni la nier. En touchant une Torpille avec une canne de longueur ordinaire, il m'a pourtant ſemblé que j'avois reſſenti, mais très legerement, l'action de ce Poiſſon. Peut-être y en a-t'il d'aſſez vigoureux pour la faire reſſentir au bout d'un long bâton, mais il n'y en a pas apparamment qui (comme le veut M. Perault) engourdiſſent les mains des Pêcheurs qui tiennent les filets où elles ſont priſes.

Il n'eſt pas mal-aiſé d'appercevoir pourquoi ſon action ne ſe fait point, ou preſque point ſentir lorſqu'on la touche avec un bâton. L'engourdiſſement naît d'un coup donné avec une extrême viteſſe. Par la loi de la communication des mouvemens, la viteſſe avec laquelle une canne, ou un bâton long de pluſieurs pieds, vient frapper la main, eſt beaucoup moindre que la viteſſe avec laquelle la Torpille l'eût frappée ; par conſequent la canne pouſſée par la Torpille ne doit pas exciter la même ſenſation que la Torpille eût excitée. Par la même raiſon, plus la canne ſera longue, & moins elle pourra agir contre la main ; mais ſi entre le doigt & la Torpille il n'y a qu'un corps mince, alors ce corps prend aſſez de viteſſe pour engourdir. Ce qui eſt encore un ſurcroiſt de preuve pour démontrer que l'émanation des corpuſcules torporifiques ne contribuë en

rien à l'engourdiſſement. Le doigt diſtant du Poiſſon d'une ligne, n'en reçoit jamais aucune impreſſion, ſi l'eſpace qui eſt entre le doigt & lui n'eſt rempli que par un liquide, comme de l'eau ou de l'air ; mais ſi cet eſpace eſt occupé par un corps ſolide, alors la Torpille fait impreſſion ſur le doigt. D'où vient cela, ſi ce n'eſt que le corps ſolide communique l'impreſſion qu'il a reçûe ? Il auroit été curieux de ſçavoir de quelle épaiſſeur doit être le corps placé entre la main & la Torpille, pour la mettre à l'abri de l'action du Poiſſon : mais comme il agit tantôt plus, tantôt moins, ſelon qu'il lui plaît, il ne m'a pas été poſſible de le découvrir.

Ce Poiſſon ne feroit pas un grand uſage de la faculté qu'il a d'engourdir, ſi elle ne lui ſervoit qu'à ſe deffendre des Pêcheurs ; il eſt rare qu'elle le ſauve de leurs mains. Auſſi Ariſtote, Pline & la plûpart des Naturaliſtes aſſûrent qu'elle lui eſt utile pour attraper des Poiſſons. Ce qui eſt de ſûr, au rapport des Pêcheurs, c'eſt qu'il ſe nourrit de Poiſſon, qu'on en rencontre frequemment dans ſon eſtomach. Cependant la Torpille, comme la plûpart des Poiſſons plats, ſe tient ordinairement ſur le ſable, ou ſur la vaſe. N'y eſt-elle point en quelque maniere à l'affut? Sa force ſeroit très à redouter aux Poiſſons qui la toucheroient. Lorſque j'ai eu des Torpilles en vie, je n'avois point d'autres Poiſſons en vie, mais je ſçai que ces coups redoublés peuvent faire mourir des animaux plus forts, ce ſemble, que de petits Poiſſons.

Au défaut d'un Poiſſon, je pris un des animaux terreſtres qui en tient le plus : ce fut un Canard. Je mis la Torpille & le Canard dans un même vaſe plein d'eau de Mer, ayant ſeulement recouvert le vaſe d'un linge, afin que le Canard ne pût s'envoler. Au bout de quelques heures je trouvai le Canard mort. Il avoit apparemment touché trop frequemment la Torpille, il lui en couta la vie.

Si nous voulions croire ce qu'on nous dit des Torpilles

dans l'hiſtoire de l'Abiſſynie, ſi elles ſont capables de faire mourir des Poiſſons en vie, elles ſemblent rendre la vie aux Poiſſons morts. Les Poiſſons morts, dit-on, s'agitent, ſi on les met avec elles dans le même vaſe. Mais n'en eſt-ce point trop d'avoir rapporté un pareil conte ? Rapporterons-nous encore un fait de l'hiſtoire du même pays : on y aſſure que l'on s'y ſert des Torpilles pour guerir la fievre. Voici, nous dit-on, comment les Abiſſins uſent de ce remede. Ils lient le malade fort ſerré ſur une table; enſuite ils appliquent le Poiſſon ſucceſſivement ſur tous ſes membres, ce qui met le malade à une cruelle torture, mais qui le délivre ſûrement de la fievre.

Bellon rapporte que l'on prétend que nos Torpilles appliquées mortes contre la plante des pieds, appaiſent l'ardeur de la fievre.

L'Amerique a auſſi des Torpilles ſemblables aux nôtres par leurs effets, & de figures differentes. Dans les Memoires de l'Academie de M. du Hamel, dans l'année 1677. il eſt fait mention d'une eſpece qu'on compare aux Congres, c'eſt-à-dire, qui eſt d'une figure approchante de celle des Anguiles. M. Richer, de qui eſt cette relation, aſſûre qu'elle engourdit le bras, lorſqu'on la touche même avec un bâton, & que ſes effets vont juſqu'à donner des vertiges : ce qu'il aſſûre avoir experimenté : dès-lors qu'il n'y va que du plus au moins, nous n'avons pas de peine à donner croyance aux faits de Phyſique.

Quand la Torpille eſt morte, nos Pêcheurs ne la craignent plus, ils la mangent comme un autre Poiſſon : ſa chair n'eſt pourtant pas d'un goût fort agréable, & ils en retirent peu; ils jettent les deux beaux muſcles, dont nous avons tant parlé; ils ne contiennent preſque qu'une matiere molle d'un goût fade. Ce qu'ils conſervent ſur-tout de ce Poiſſon, c'eſt ſon foye, qui eſt gros & ſemblable à celui des Rayes.

EXPLICATION DES FIGURES.

LA Fig. I. represente une Torpille vûë du côté du dos.

La ligne ponctuée *AAAAA* montre à peu-près le contour d'un des deux muscles d'où dépend l'effet extraordinaire de ce Poisson. C'est la surface renfermée par la même ligne qui s'applatit, quand le poisson se prépare à engourdir. De l'autre côté il y a un muscle d'égale étenduë, mais qui comme toutes les autres parties de ce côté, sont racourcies ici par la perspective.

La Fig. II. est le Poisson vû du côté du ventre, dont on a mis à découvert un des muscles qui engourdissent.

B est la bouche du Poisson.

CCCCC ses oüies.

DDDD, EEEE est un des deux muscles qui produit l'engourdissement. En *DDD* il est encore couvert d'un rézeau. En *EEE* ce rézeau est enlevé, & on ne voit que les fibres du muscle. Le muscle paroîtroit de la même maniere, si on l'eût découvert du côté du dos.

FFFF peau, qui recouvroit le muscle, qu'on a relevée.

GG muscle charnu, ou chair du Poisson.

HH paquet de vaisseaux qui portent une matiere visqueuse qui enduit le dessus du corps du Poisson.

II cartilage le long duquel les vaisseaux précedens prennent leur route.

K, K, K, K, K, diverses branches de vaisseaux à matiere visqueuse, dont les ouvertures se terminent à la surface exterieure de la peau, comme on le voit en *LLL.*

La Fig. III. est une masse de grosses fibres qui composent le muscle, dessinées à peu près de grosseur naturelle.

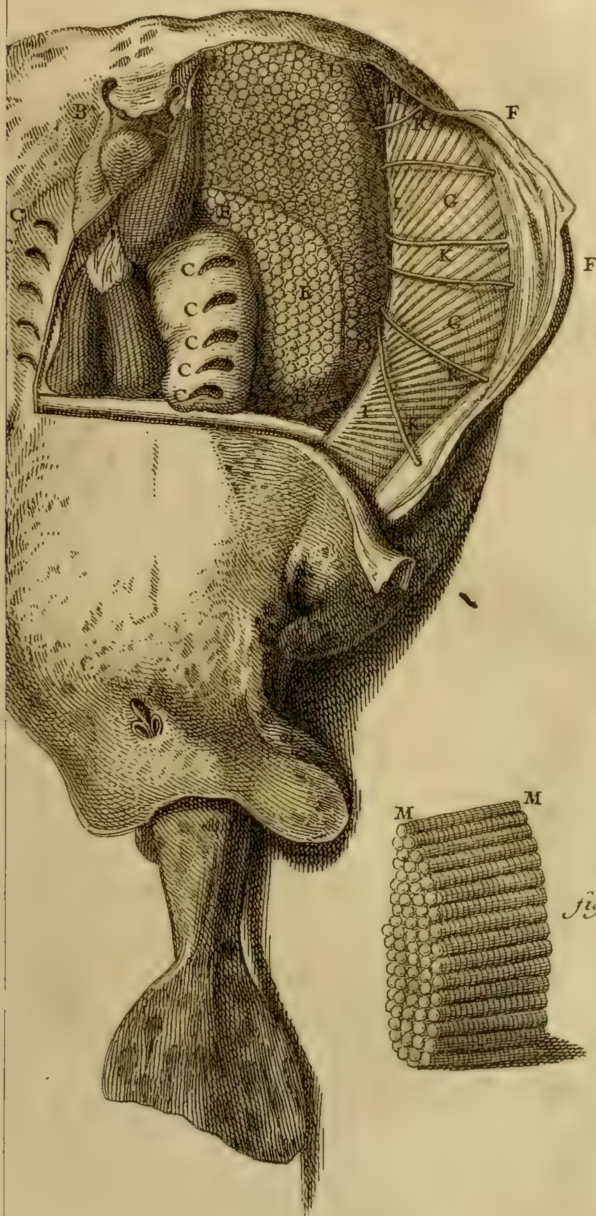
MM est la longueur d'une de ces fibres. Les lignes circulaires paralleles à leurs bouts sont des couches de fibres, qui divisent chacune des grosses en plusieurs parties.

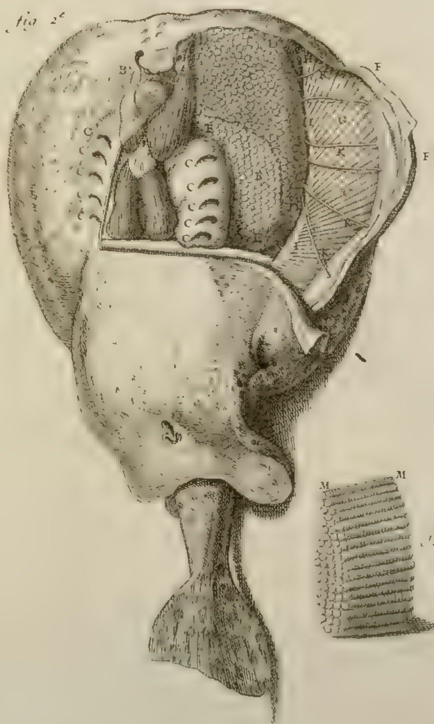
NOUVEL-


A
A
A
A



P. Simonneau f. sculp.


B
C
C
C
C
C
C
D
E
E
F
F
G
G
G
K
K
K
M
M
fig. 3^e.



P. Simonneau fil. sculp

NOUVELLES DECOUVERTES SUR LES MOUVEMENS DES SATELLITES DE SATURNE.

Par M. CASSINI.

DEPUIS l'invention des Lunettes, l'Astronomie a fait une infinité de découvertes, qui non-seulement ont contribué à perfectionner cette science, mais nous ont en même temps fait connoître les richesses infinies de l'univers, qui se trouve composé d'un nombre d'Etoiles sans comparaison plus grand que celui qui avoit été apperçû jusqu'alors à la veüe simple. Plusieurs de ces découvertes nous ont déja procuré des avantages très considerables, & nous devons à la Theorie des Satellites de Jupiter la détermination exacte des Longitudes sur Terre, qui ont servi à mettre la Geographie & la Navigation dans l'état de perfection où elles se trouvent presentement. 14. Novembre 1714.

C'est aussi par le secours des Lunettes qu'on a reconnu l'admirable structure de l'Anneau de Saturne, Phénomene qui n'a point son semblable dans aucun corps celeste, lequel a été découvert par M. Hughens en 1655. avec un Satellite qui l'accompagne.

Les Lunettes ayant été ensuite perfectionnées par Campani, à qui il réüssit de faire des Verres excellens jusqu'à 136 pieds de Foyer, mon Pere découvrit en 1671 & 1672 le Cinquiéme & le Troisiéme Satellite de Saturne; & en 1684 il apperçût deux autres Satellites interieurs, qui joints à ceux que l'on avoit reconnus, font le nombre de Cinq que l'on observe presentement autour de cette Planete.

On avoit admiré le Ciel de Jupiter préferable au nôtre,

en ce qu'au lieu d'une Lune qui fait sa révolution autour de nous, Jupiter en a quatre qui l'éclairent presque continuellement pendant la nuit, & dont les mouvemens beaucoup plus rapides que celui de la Lune, forment à l'égard de cette Planete des aspects très-agréables par leur varieté & leurs differentes configurations.

Mais le Ciel de Saturne se trouva encore beaucoup plus orné que celui de Jupiter. Car outre que le nombre de ses Satellites est plus grand, son Anneau éclairé du Soleil & vû de Saturne en forme d'un arc lumineux, y doit causer une apparence qui semble dédomager cette Planete de l'éloignement où elle se trouve du Soleil.

Nous ne nous arrêterons point ici à representer tous les avantages que ces Planetes peuvent recevoir de ces corps lumineux qui les environnent; cette matiere a déja été traitée suffisamment par d'excellens Auteurs. Nous nous renfermerons seulement dans nôtre dessein, qui est de les considerer de la Terre, pour en tirer toute l'utilité qui sera possible.

Jusqu'à present on n'a pas pû faire d'usage considerable des Satellites de Saturne, à cause de la difficulté qu'il y a de les observer. Le premier qui a été découvert, lequel se trouve le Quatriéme suivant l'ordre de sa distance à Saturne, est le seul qu'on puisse appercevoir avec des Lunettes de 10 ou 12 pieds, le Troisiéme & le Cinquiéme se voyent aisément avec une Lunette de 34 pieds, mais on distingue difficilement par une Lunette de cette longueur les deux interieurs qui demandent des Lunettes d'un très long foyer, pour pouvoir les reconnoître lorsqu'ils sont fort près de Saturne. Ces Lunettes sont très-difficiles à manier, de sorte qu'on n'a pû jusqu'à present qu'ébaucher la Theorie de ces Satellites, sans laquelle il est impossible d'en faire aucun usage.

Il étoit donc nécessaire de trouver des Lunettes plus excellentes que celles dont on s'est servi jusqu'à present, & qui étant courtes, fissent le même effet que celles qui

ſont d'un plus grand foyer, ou bien, ce qui revient à peu-près au même, d'employer les grandes Lunettes avec autant de facilité qu'on ſe ſert des plus petites.

Ce fût dans ce deſſein que mon Pere eſſaya de ſe ſervir de Lunettes ſans tuyau, plaçant le Verre Objectif ſur le haut de la Terraſſe de l'Obſervatoire, & tenant l'Oculaire à la main à la diſtance du foyer dans la direction de l'Aſtre & de ces deux Verres.

Mais comme les Etoiles varient continuellement de hauteur apparente ſur l'horizon, on ne pouvoit obſerver Saturne par ce moyen que dans de certaines heures, principalement à ſon paſſage par le Meridien, où il eſt quelque temps ſans hauſſer ou baiſſer ſenſiblement; encore étoit-il néceſſaire d'avoir des Verres Objectifs dont le foyer s'accorda préciſément à la hauteur de l'Obſervatoire & à l'élevation de l'Aſtre, dont la hauteur Meridienne varie continuellement ſuivant ſa differente ſituation dans l'Ecliptique, ce qui étoit d'une très grande ſujettion.

Pour remedier à cet inconvenient, on fit tranſporter de Marly en 1685 une Tour de bois de 20 toiſes de hauteur qui avoit ſervi à élever les Eaux, & qui fut placée ſur la Terraſſe inferieure de l'Obſervatoire. On y fit divers balcons en dehors, & on plaça aux deux côtés des montants de bois; le long deſquels on élevoit le Verre Objectif placé ſur ſon ſupport après l'avoir dirigé à l'Aſtre.

On employa auſſi pour porter le Verre, une machine Armillaire compoſée de Cercles de la Sphere, avec un mouvement à reſſort, ſemblable à celui d'une Horloge qui la détermine à ſuivre l'Aſtre & à lui être toûjours expoſée. Cette machine a un index ſur le plan de l'Equateur, qui marque la diſtance de l'Aſtre au Meridien, & un autre index ſur le plan du Meridien mobile qui marque ſa déclinaiſon.

Ces méthodes eurent le ſuccès que l'on attendoit, & nous avons un grand nombre d'Obſervations qui y ont été faites pendant pluſieurs années. Mais cette Tour ayant

été endommagée par le tems, on fût obligé de les interrompre, & de se contenter des occasions rares où on peut observer Saturne par le moyen d'un Verre placé sur le haut de la Terrasse de l'Observatoire.

M. Bianchini, de cette Academie & Camerier d'honneur du Pape, nous ayant apporté en 1712 une Machine très-ingenieuse pous observer sans Tuyau, nous résolumes d'essayer si on pourroit l'employer pour des Verres d'un aussi grand foyer que ceux dont nous nous servons pour les Observations de Saturne. Cette machine est composée de plusieurs tuyaux de Sapin hexagones qui entrent l'un dans l'autre, & qui forment en se déployant une espece de mât de 25 à 30 pieds de hauteur, au sommet duquel est placé le Verre Objectif. Nous ne nous arrêterons pas à donner le détail de cette machine, qui a été décrite par M. de Reaumur avec une très-grande exactitude dans les Memoires de 1713, & qui est très-propre pour observer avec des Verres de 40 à 50 pieds de foyer. Mais comme nous avions besoin d'en employer de beaucoup plus grands, nous trouvâmes à propos d'y faire quelques changemens, & de nous servir de l'avantage du terrein, sans quoi nous n'en aurions pas pû retirer l'utilité que nous nous étions proposée.

Nous fimes construire dans ce dessein un tuyau de Fer blanc semblable à ceux des Lunettes ordinaires, composé de plusieurs tuyaux de cinq pieds de longueur, & fortifiés à leur collet par des cercles de fil de Fer. Après avoir arrêté l'exterieur de ces tuyaux sur un pied fixe dans une situation verticale; on déploye tous les tuyaux, & on les arréte à la hauteur que l'on souhaite par le moyen d'un coin de bois, & même avec des chevilles de Fer qui les traversent de part en part, de peur que leur poids ne les fasse rentrer avec précipitation les uns dans les autres. On place dans le tuyau interieur un cylindre de bois (*Voyez Fig. 1.*) avec une tête quarrée au-dessus qui le retient dans le Tuyau, & lui laisse la liberté de tourner horizon-

talement. La tête de ce cylindre a une fente perpendiculaire de 8 à 10 lignes de largeur, capable de recevoir le support de l'Objectif. Ce support consiste en une regle de bois de 6 pieds de longueur & de 8 à 10 lignes d'épaisseur (*V. Fig.* 2.) large de 5 pouces à une de ses extremités, & se terminant en pointe à l'autre extremité. On place à mortoise sur le champ de cette régle à son extremité la plus large une Planche quarrée perpendiculaire à la direction de la regle & percée d'un trou rond de 5 à 6 pouces de diametre. Cette Planche a aux quatre coins des tourniquets pour pouvoir y arrêter un Objectif, & en changer avec facilité. On place ce porte-Objectif ainsi construit dans la fente de la tête du cylindre, en sorte qu'il soit dans un parfait équilibre, & on l'arrête dans cet état par une cheville qui la traverse horizontalement, & lui laisse la liberté de se mouvoir perpendiculairement.

Le support de l'Oculaire (*V. Fig.* 3.) est construit de même que celui de l'Objectif, à la reserve qu'au lieu de la planche placée à équairre, il y a un tuyau de Fer blanc de 6 pouces de longueur, fendu en long par le haut, qui peut s'élargir & se retressir & recevoir des Oculaires de differens diametres placés dans leur tuyaux. Ce porte-Oculaire est placé sur un pied construit de trois piéces de bois quarrées qui entrent l'une dans l'autre, qu'on arrête à la hauteur que l'on souhaite par le moyen de quelque vis. On attache à la queüe des deux supports une corde de la longueur précise du foyer de la Lunette, & on dirige par ce moyen les deux Verres à l'Astre avec une très grande facilité.

Ayant essayé cette machine, j'ai trouvé qu'à moins que le temps ne fût trop tranquille, il y avoit du risque de l'élever au de-là de 30 pieds, le vent causant à son sommet quelque ébranlement. Ainsi je songeai aux moyens d'employer cette machine pour de plus grands Verres, en la plaçant sur un lieu qui fût déja élevé & disposé de sorte, qu'on pût faire les Observations necessaires d'un en-

droit moins élevé. Je fis donc transporter ma machine sur le haut de l'Observatoire, qui est élevé de 84 pieds au dessus du réz-de-chaussée, & l'ayant appuyée contre un des murs de la Terrasse, on l'arrêta dans cette situation.

Il me vint aussi en pensée une autre machine, que j'ai fait executer depuis, & qui a eu tout le succès qu'on en peut esperer. Elle consiste en un mât quarré, à peu-près de même épaisseur dans toute sa longueur. (*V. Fig. 4.*) Elle pourroit être ronde ou de quelqu'autre figure, pourvû qu'elle fût par tout uniforme. Ce mât est embrassé par une espece de Cage de Fer (*V. Fig. 5.*) qui a à chaque côté opposé deux barres de Fer l'une sur l'autre, qui saillent en dehors à la distance de 7 à 8 pouces du mât. Ces barres de Fer portent chacune à leur extremité un anneau de Fer horizontal situés l'un sur l'autre à la distance d'un pied. On place dans ces anneaux de côté ou d'autre, suivant que l'Astre est à l'Orient ou à l'Occident, le cylindre de bois, ou tourrillon du porte-Objectif, qui est semblable à celui qu'on a expliqué ci-dessus, & on éleve la Cage avec l'Objectif par le moyen d'une poulie placée au haut du mât. L'Objectif ainsi élevé, tournant horizontalement autour de l'anneau, & ayant un mouvement perpendiculaire sur son support, se dirige très-exactement à l'Astre par le moyen d'une corde tenduë & attachée à la queüe des deux supports à la distance des deux foyers, & cela s'execute avec tant de promptitude & de facilité, qu'on peut assûrer qu'il n'y a gueres de méthode plus simple dans la construction, & en même temps plus commode dans la pratique : deux avantages très-importants pour le progrès de l'Astronomie.

Cette machine est très propre pour demeurer fixe dans un même lieu : mais lorsqu'on veut observer en differens endroits, il faut se servir de celle de Fer blanc que j'ai proposée, qui est d'autant plus commode, que les personnes qui sont déja pourvûës d'une Lunette de tuyaux de Fer blanc, peuvent les placer sur une terrasse, un balcon, ou

autre lieu élevé, & employer des Verres d'un très grand foyer dans leurs obſervations.

Pour revenir à notre Machine, dreſſée ſur le haut de la Terraſſe de l'Obſervatoire, nous y plaçâmes un Verre de 114 pieds de foyer, & l'ayant élevé à la hauteur convenable, nous le dirigeâmes à Saturne, & il nous réüſſit de diſtinguer parfaitement bien cette Planete avec les Quatre Satellites qui ſont les plus près de lui, dont trois étoient à l'Occident & un à l'Orient. L'anneau de Saturne paroiſſoit en forme d'une Ellipſe fort étroite, dont la partie inferieure, qui eſt expoſée à nos yeux, & la plus proche de nous, regardoit le Nord, & la partie ſuperieure qui eſt la plus éloignée de nous, regardoit le Midi. Les Satellites de Saturne qui ſont cenſés à peu-prés dans le plan de cet anneau, paroiſſoient auſſi décrire des Ellipſes qui lui étoient ſemblables. On les voyoit dans la partie ſuperieure aller de l'Occident vers l'Orient ſuivant la ſuite des ſignes avec une déclinaiſon Meridionale à l'égard du globe de Saturne; & dans la partie inferieure ils paroiſſoient aller de l'Orient vers l'Occident avec une déclinaiſon Septentrionale.

Nous obſervâmes ces apparences dans les quatre premiers Satellites les jours ſuivans qui furent fort ſereins, & nous les diſtinguâmes les uns des autres, non ſeulement par leurs mouvemens, mais auſſi par leurs diſtances à l'égard de Saturne, lorſqu'ils ſont dans leurs plus grandes digreſſions, ce que l'on reconnoît lorſqu'ils ſe rencontrent dans la ligne qui paſſe par le centre & par l'extremité des anſes, ſans aucune déclinaiſon de part & d'autre.

Enfin le 4 Avril à 10 heures du ſoir nous apperçûmes les cinq Satellites tous enſemble.

Le premier étoit à l'Orient de Saturne vers ſa plus grande digreſſion. Le ſecond étoit à l'Occident avec un peu de déclinaiſon Meridionale. Le troiſiéme étoit dans la partie inferieure de ſon Orbe en conjonction avec l'extremité de l'anſe Occidentale de Saturne. Le quatriéme

étoit auſſi à l'Occident vers ſa plus grande digreſſion, & le cinquiéme étoit du même côté avec une déclinaiſon Septentrionale encore plus éloigné de Saturne que le quatriéme d'environ deux diametres de l'anneau.

On pouvoit aiſément les reconnoître par leur ſituation à l'égard de Saturne, & par les Obſervations des jours précedens, mais nous eûmes encore la ſatisfaction de les appercevoir tous cinq le lendemain 5 Avril à 9 heures du ſoir.

Le premier avoit paſſé de l'Orient à l'Occident, & paroiſſoit près de ſa plus grande digreſſion éloigné de l'extremité de l'anneau de la moitié de ſon plus grand diametre. Le ſecond avoit paſſé de l'Occident vers l'Orient & paroiſſoit avoir un peu de déclinaiſon Meridionale; il étoit à la même diſtance de Saturne que le jour précedent, éloigné de l'extremité de l'anneau d'un peu moins de trois quarts de ſon diametre. Le troiſiéme étoit près de ſa digreſſion Occidentale, & paroiſſoit éloigné de l'extremité de l'anneau d'un diamettre & un quart de l'anneau. Le quatriéme étoit encore vers ſa plus grande digreſſion, éloigné de l'extremité de l'anneau d'un peu plus de trois de ſes diametres. Le cinquiéme étoit du même côté, plus éloigné que le jour précedent de la longueur d'un des diametres de l'anneau, ce qui faiſoit juger qu'il alloit vers ſa digreſſion Occidentale.

Cette Obſervation des Cinq Satellites vûs deux jours de ſuite eſt très rare, parce qu'il s'en trouve ſouvent quelques-uns cachés dans les rayons de Saturne, & elle eſt fort utile pour les reconnoître & diſtinguer les uns des autres, ſans qu'il y ait aucun ſoupçon qu'on ait pris à la place des Satellites quelques Etoiles fixes qui ſe rencontrent ſouvent enſemble, ce qu'on ne peut reconnoître que par leurs mouvemens.

Ayant par le moyen de ces Obſervations & des ſuivantes déterminé exactement la ſituation de ces Satellites dans leurs Orbes, nous les avons comparés aux plus anciennes

ciennes & à celles qui ont été faites en divers temps depuis leurs découvertes, & nous avons trouvé que le premier Satellite de Saturne acheve sa révolution en un jour 21 heures 18 minutes & 27 secondes; le second en deux jours 17 heures 41 minutes & 22 secondes; le troisiéme en quatre jours 12 heures 25 minutes 12 secondes; le quatriéme en 15 jours 22 heures 41 minutes 12 secondes; & le cinquiéme en 79 jours 7 heures 47 minutes.

Ayant comparé les révolutions de ces Satellites à leurs distances au centre de Saturne, nous avons trouvé qu'elles suivent assez exactement la proprieté que Keppler a trouvée entre les révolutions des Planetes & leurs distances au centre du Soleil. Que le premier Satellite de Saturne s'éloigne du centre de cette Planete d'un peu moins d'un diametre de l'anneau; le second d'un diametre & un quart; le troisiéme d'un diametre & trois quarts; le quatriéme de quatre diametres, & le cinquiéme de près de douze diametres de l'anneau.

La distance de ces Satellites au centre de Saturne qui est si petite à notre égard, à cause du prodigieux éloignement de la Planete qu'ils environnent, ne laisse pas d'être réellement fort grande. Car nous trouvons que le premier Satellite de Saturne est éloigné du centre de cette Planete de 43 demi-diametres de la Terre, ou 64500 lieuës. Le second de 83000 lieuës, à peu près de même que la Lune l'est de la Terre, lorsqu'elle est près de son Perigée. Le troisiéme en est éloigné de 116000 lieuës. Le quatriéme de 266000 lieuës. Et le cinquiéme de près de 900000 lieuës, ce qui surpasse neuf fois la distance de la Lune à la Terre.

En comparant les demi-diametres des Orbes des Satellites au temps qu'ils employent à faire leurs révolutions, on voit que le cinquiéme est celui dont le mouvement se fait avec moins de vitesse. Il employe 40 jours à passer de sa conjonction superieure avec Saturne à sa conjonc-

tion inferieure, & c'eſt alors le temps le plus propre pour déterminer ſa révolution; car lorſqu'il s'éloigne de cette Planete, ſon mouvement apparent ſe rallentit, & il n'eſt pas aiſé de meſurer exactement ſa ſituation. Mais ce qui rend ſon mouvement plus difficile à regler, eſt qu'il y a des temps où il ceſſe entierement de paroître, de même qu'on l'obſerve en diverſes Etoiles fixes.

Cette apparence a été remarquée par mon Pere dès le commencement de la découverte de ce Satellite; il en attribua la cauſe à quelque Tache conſiderable ſur le globe de ce Satellite, qui, lorſqu'elle ſe rencontre du côté qu'il eſt expoſé à la Terre, le dérobe entierement à nos plus excellentes Lunettes. On trouva même que ce Satellite ceſſoit de paroître lorſqu'il ſe trouvoit dans la partie Orientale de ſon Orbe. Cependant on l'a obſervé depuis dans cette ſituation, & principalement dans l'année 1705. où on le diſtingua pendant toute ſa révolution, ce qui donne lieu de juger que ces Taches ne ſont point permanentes, & ſont à peu-près de la même nature que celles de Jupiter qu'on voit pendant pluſieurs mois, après quoi elles ceſſent entierement de paroître.

Ce Phénomene qui a été obſervé depuis plus de 40 années, & dont on n'a pas pû encore déterminer la Periode, n'eſt pas le ſeul qu'on reconnoît dans le cinquiéme Satellite. Nous en avons découvert un autre cette année, qui n'eſt pas moins ſingulier, & qui forme une apparence dont nous n'avons aucun exemple dans le mouvement des corps celeſtes. Nous avions obſervé pluſieurs fois que les quatre premiers Satellites décrivoient des Ellipſes, & paſſoient dans leurs conjonctions ſuperieures à l'égard de Saturne avec une déclinaiſon Meridionale, & nous nous attendions à voir le cinquiéme Satellite prendre la même route, & paſſer le 6 Mai dans ſa conjonction ſuperieure avec une déclinaiſon ſemblable. Cependant ayant obſervé Saturne tous les jours depuis le 2 Mai juſqu'au 7 du même mois par un temps fort ſerein & avec un Verre de

114 pieds, il nous a été impossible d'appercevoir auprès de cette Planete vers sa partie Meridionale, aucun vestige de ce Satellite, quelque attention que nous y ayons faite.

Comme dans nos Observations nous sommes fort attentifs à décrire la configuration des Etoiles fixes qui se voyent autour de Saturne, ce qui sert à déterminer non seulement son mouvement apparent & celui de ses Satellites, mais même à découvrir s'il n'y auroit point quelque nouveau Satellite inconnu jusqu'alors, nous remarquâmes le 2 Mai (*V. Fig. 6.*) à 9 heures du soir une petite Etoile à l'Occident de Saturne, éloignée de l'extremité de l'anneau d'environ quatre de ses diametres avec une déclinaison Septemtrionale contraire à celle que devoit avoir le cinquiéme Satellite. Le 3 Mai cette même Etoile étoit plus près de Saturne de la longueur d'un diametre de l'anneau. Elle parût le 4 s'en être approchée de la même quantité, ayant un mouvement de l'Occident vers l'Orient directement contraire à celui des autres Satellites, qui avoient de même que cette Etoile une déclinaison Septemtrionale. Car le quatriéme Satellite étant le 2 Mai presqu'en conjonction avec l'extremité Occidentale de Saturne dans la partie inferieure de son cercle, avoit de même que l'Etoile une déclinaison Septemtrionale à l'égard du centre de Saturne, & avoit passé en conjonction le 4 Mai, allant de l'Orient vers l'Occident d'un sens qui lui étoit contraire. Le lendemain 5 Mai nôtre petite Etoile se trouva fort près de Saturne, en étant éloignée d'un peu moins du diametre de l'anneau, & conservant toûjours un peu de déclinaison Septemtrionale.

Le chemin que cette Etoile paroissoit décrire, nous fit juger qu'elle seroit le 6 & le 7 jointe à Saturne près du centre duquel elle devoit passer sans pouvoir y être apperçûë. En effet nous la perdîmes alors de vûë, & le mauvais temps qui survint interrompit nos Observations.

Il ne nous vint pas d'abord dans la pensée que cette

Etoile pût être le cinquiéme Satellite que nous cherchions ailleurs. Elle avoit une déclinaison Septemtrionale à l'égard de Saturne, au lieu que le cinquiéme Satellite étant alors dans la partie superieure de son cercle, auroit dû avoir une déclinaison Meridionale. Son mouvement se faisoit aussi dans un sens contraire à celui des autres Satellites qui avoient la même déclinaison, contre l'ordre observé jusqu'à present non seulement dans les Satellites de Saturne, mais même dans ceux de Jupiter. Cependant nous avons reconnu depuis que cette Etoile étoit veritablement le cinquiéme Satellite : car Saturne étoit alors stationaire, de sorte qu'une Etoile fixe auroit dû rester plusieurs jours à peu-près dans la même situation à son égard, au lieu que notre Etoile avoit un mouvement égal à celui du cinquiéme Satellite, lorsqu'il est près de sa conjonction qui arriva assez exactement dans le temps marqué par les Tables.

Nous avons même trouvé des exemples d'une apparence semblable, à laquelle on n'avoit pas fait d'attention, & qui prouvent d'une maniere incontestable que cette Etoile étoit le cinquiéme Satellite. Nous les rapporterons ici pour éclaircir un fait si singulier.

Le 9 Mars de l'année 1685, le cinquiéme Satellite parût à l'Occident de Saturne fort éloigné de cette Planete, à l'égard de laquelle il avoit une déclinaison Septemtrionale. Saturne étoit alors à $13^d\ 7'$ de la Vierge, éloigné seulement de 8^d & demi du lieu où il étoit dans l'Observation du mois de Mai de cette année. L'anneau nous presentoit de même qu'à present sa partie Septemtrionale, les Satellites qui étoient dans son plan paroissoient aussi dans la partie superieure de leur Orbe, aller de l'Occident vers l'Orient avec une déclinaison Meridionale, & on les voyoit dans la partie inferieure aller de l'Orient vers l'Occident avec une déclinaison Septemtrionale.

Ayant calculé pour ce temps le vrai lieu du cinquiéme Satellite, nous avons trouvé qu'il devoit être alors vers sa

plus grande digreſſion ſans aucune déclinaiſon, au lieu qu'il en avoit une Septemtrionale. Les jours ſuivans ce Satellite étant dans la partie ſuperieure de ſon Orbe, devoit avoir une déclinaiſon Meridionale, & cependant il conſerva toûjours une déclinaiſon Septemtrionale, ayant un mouvement directement oppoſé à celui des autres Satellites qui ſe trouvoient avoir la même déclinaiſon que lui. Le 29 Mars à 8^h du ſoir, ce Satellite s'étoit approché de ſa conjonction, n'étant éloigné du centre de Saturne que d'un diametre & demi de l'anneau. Le 30 fut couvert. Le 31 il avoit paſſé la conjonction, & étoit dans la partie Orientale de ſon Orbe éloigné du centre de Saturne d'un diametre de l'anneau. Il conſerva toûjours une déclinaiſon Septemtrionale juſqu'au 4 Avril qu'on l'obſerva à peu-près dans la ligne qui paſſe par les extremités des anſes ſans aucune déclinaiſon ſenſible, ce qui fait voir que la route qu'il avoit décrite, avoit une direction inclinée à celle du plan de l'anneau, de même que dans les Obſervations du mois de Mai de cette année, avec la difference que dans celle-ci, la route du cinquiéme Satellite étoit preſque en ligne droite, & paſſoit par le centre de Saturne, au lieu que dans celle de 1685 elle avoit la figure d'une Ellipſe fort étroite, le cinquiéme Satellite ayant paſſé par ſa conjonction ſuperieure avec une déclinaiſon Septemtrionale contraire à celle des autres Satellites qui étoient dans la partie ſuperieure de leurs Orbes.

Ce Satellite, après avoir été vers ſa digreſſion Orientale, paſſa enſuite dans la partie inferieure de ſon cercle, & on l'apperçût le 4 & le 6 Mai avec une déclinaiſon Meridionale contraire à celle qu'il avoit euë dans les Obſervations précedentes.

Le 7 Mai 1685 à 10^h $30'$ il n'étoit plus éloigné du centre de cette Planete que d'un diametre & demi. Il devoit paſſer par ſa conjonction inferieure le 9 Mai, mais on ne put l'appercevoir que le 10 Mai à 10^h $30'$ du ſoir qu'il étoit déja dans la partie Occidentale de ſon

Orbe, éloigné du centre de Saturne d'un peu plus d'un diametre & demi. Il conserva toûjours sa déclinaison Meridionale jusqu'au 16 Mai qu'on l'observa dans la ligne qui passe par la direction des anses sans aucune déclinaison sensible. Ainsi la route de ce Satellite étoit inclinée à la direction du plan de l'anneau, & sensiblement parallele à la route qu'il avoit décrit vers sa conjonction superieure, ce qui fait voir que l'Orbe du cinquiéme Satellite avoit dans cette révolution la figure d'une Ellipse fort étroite inclinée au plan de l'anneau & des Orbes des quatre autres Satellites.

Cette Observation comparée à celle du mois de Mai de cette année 1714. sert parfaitement à découvrir la Theorie du mouvement de ce Satellite, & à expliquer d'une maniere très simple toutes les apparences qu'on vient de representer.

Dans l'Observation derniere le cinquiéme Satellite a paru décrire une ligne droite qui passoit à peu-près par le centre de Saturne, ce qui fait voir que le plan de son Orbe vû de la Terre, coupoit l'Ecliptique environ au cinquiéme degré de la Vierge, qui étoit alors le vrai lieu de Saturne, d'où l'on trouve par le moyen de la Theorie de cette Planete que l'intersection du plan de l'Orbe du cinquiéme Satellite avec l'Ecliptique est au quatriéme degré de la Vierge, éloignée vers l'Occident de 17 degrés des nœuds de l'anneau, & des Orbes des quatre autres Satellites qui ont été déterminés au vingt-uniéme degré du même signe.

Suivant les Tables Astronomiques les nœuds de l'Orbite de Saturne sont presentement à 22 degrés de l'Ecrevisse, ainsi les nœuds de l'Orbe du cinquiéme Satellite sont placés entre les nœuds de Saturne & ceux de l'anneau & des quatre premiers Satellites.

A l'égard de l'inclinaison de l'Orbe du cinquiéme Satellite par rapport à l'Ecliptique & à l'Orbite de Saturne, elle se trouve aussi fort differente de celle des autres. Pour

la déterminer nous avons comparé son mouvement & celui de Saturne à une Etoile fixe qui fut apperçûë le 29 Mai 1714 à 9^h $\frac{1}{2}$ du soir à l'Orient de Saturne dont elle étoit éloignée de douze diametres de l'anneau avec un peu de déclinaison Septemtrionale. Cette même Etoile fut observée les jours suivans, & le 3 Juin elle étoit perpendiculaire à l'extremité Orientale de l'anneau dont elle étoit éloignée de cinq de ses diametres avec une déclinaison Septemtrionale.

Ayant representé ces Observations dans la figure où l'on a décrit le cours du cinquiéme Satellite, nous avons tiré par le centre de Saturne une ligne droite parallele à la route apparente de l'Etoile fixe. Cette ligne represente une portion de l'Orbite de Saturne qui se trouve inclinée de 17 à 18 degrés à la route du cinquiéme Satellite. Dans cette situation l'Orbite de Saturne est inclinée à l'Ecliptique du même sens d'environ deux degrés, d'où il resulte que l'Orbe du cinquiéme Satellite est inclinée à l'Ecliptique de 15 à 16 degrés. On a trouvé par diverses Observations que le plan de l'anneau, de même que celui des Orbes des quatre premiers Satellites est inclinée à l'Ecliptique de 31 degrés. Ainsi l'Orbe du cinquiéme Satellite est incliné aux Orbes des autres Satellites d'environ 15 à 16 degrés.

Il resulte de ces Observations que Saturne étant au treiziéme degré de la Vierge comme dans l'année 1685, précisément au milieu entre les nœuds du cinquiéme Satellite & ceux des quatre premiers, le rayon visuel qui va de nôtre œil au centre de Saturne, se trouve situé entre le plan de l'Orbe du cinquiéme Satellite & le plan des Orbes des quatre autres Satellites, qu'on doit par consequent appercevoir en forme d'Ellipses inclinées l'une à l'autre, dont les demi-circonferences qui se presentent à nous, ont des déclinaisons differentes à l'égard de Saturne qui est leur centre commun.

Saturne arrivant ensuite au vingtiéme degré de la

Vierge dans les nœuds de l'anneau & des quatre premiers Satellites, alors ſon anneau qui eſt fort mince doit ceſſer de paroître, & les quatre Satellites qui ſont dans le même plan doivent décrire des lignes droites.

Cette apparence s'obſerve preſentement. Car l'anneau ayant diſparu au mois d'Octobre dernier, Saturne paroît rond, & on n'y diſtingue qu'une bande obſcure qui traverſe cette Planete par le milieu, & qui eſt formée par l'ombre de l'anneau ſur ſon diſque.

Lorſque Saturne ſe ſera avancé de quelques degrés dans le Zodiaque, alors l'anneau commencera de reparoître, en nous montrant ſa ſurface qui avoit été cachée pendant quinze années. Les Orbes des quatre premiers Satellites changeront de déclinaiſon, & leur mouvement apparent ſe fera du même ſens que celui du cinquiéme Satellite, qui continüera de former par ſa révolution une Ellipſe inclinée à celles des autres Satellites qu'on verra s'élargir & ſe retreſſir ſuivant que Saturne ſera direct ou retrograde, & qui ſera dans ſa plus grande largeur lorſque Saturne arrivera au quatriéme degré du Sagittaire à la diſtance de trois ſignes des nœuds du cinquiéme Satellite.

On verra enſuite cette Ellipſe ſe retreſſir & ſe transformer en une ligne droite, lorſque Saturne ſera au quatriéme degré des Poiſſons, qui eſt le nœud oppoſé.

Les mêmes apparences s'obſerveront dans l'anneau, & les Orbes des quatre premiers Satellites, & reviendront dans le même ordre tous les quinze ans, avec la ſeule difference que l'Orbe du cinquiéme Satellite ſera également inclinée aux Orbes des autres Satellites d'un ſens contraire, & c'eſt ainſi qu'on peut rendre raiſon d'une Obſervation rapportée par mon Pere, imprimée dans le Traité de la découverte de ce Satellite, où il remarque qu'il avoit dans les dernieres Obſervations un peu de latitude Meridionale à l'égard des anſes de Saturne qu'il n'avoit pas obſervé lorſqu'il étoit plus près de cette Planete, ce qui lui fit conjecturer que le cercle de ce Satellite pouvoit avoir

avoir quelque déclinaiſon à l'égard du cercle du quatriéme Satellite qui avoit été découvert auparavant.

A l'égard de la largeur apparente de l'anneau & des Orbes des Satellites ; comme l'Orbe du cinquiéme n'eſt incliné à l'Ecliptique que de 15 à 16 degrés, au lieu que les autres le ſont de 31 degrés, l'Ellipſe que ce Satellite paroît décrire doit être à proportion de ſa longueur de moitié plus étroite que celle de l'anneau & des quatre premiers Satellites, ce qui eſt conforme aux Obſervations. Car le cinquiéme Satellite n'a jamais paru dans ſes conjonctions avec Saturne éloigné de plus de trois diametres de l'anneau, au lieu que le quatriéme qui eſt trois fois plus proche, s'en éloigne à la diſtance de plus de deux diametres.

La ſituation des nœuds du cinquiéme Satellite & l'inclinaiſon de ſon Orbe, qui ſont ſi differentes de celles des autres, ſemble déranger l'œconomie du ſyſtême des Satellites qu'on avoit crû juſqu'à preſent avoir tous les mêmes nœuds & être à peu près dans un même plan.

Cependant il paroît qu'on peut en rendre aiſément la raiſon Phyſique, ſi l'on fait attention à la grande diſtance de ce Satellite au centre de Saturne. Car l'effort qui entraîne les Satellites ſuivant la direction du plan de l'anneau, s'affoiblit en s'éloignant de Saturne, & eſt obligé de ceder en partie à un autre effort qui emporte Saturne & toutes les Planetes ſuivant l'Ecliptique.

Ces deux efforts agiſſans ſur le cinquiéme Satellite ſuivant des directions inclinées l'une à l'autre de 31 degrés, il reſulte qu'il doit faire ſon cours ſuivant une direction moyenne entre le plan de l'anneau & celui de l'Ecliptique.

Il paroît même que ſelon ce raiſonnement les plans des Orbes des autres Satellites doivent un peu décliner du plan de l'anneau, quoi-que beaucoup moins que celui du cinquiéme Satellite, ce qui nous a paru s'accorder à quelques Obſervations, & dont nous tâcherons de nous éclaircir dans la ſuite.

La commodité que nous avons presentement d'observer Saturne avec des Verres d'un très grand foyer dans tous les temps qu'il paroit sur nôtre horizon, nous donne l'esperance non seulement de perfectionner ce qui est déja connu, mais même de découvrir dans la suite ce qui pourroit être encore caché dans le systême de cette Planette.

DESCRIPTION
DE DEUX ESPECES DE CAILLE-LAIT.

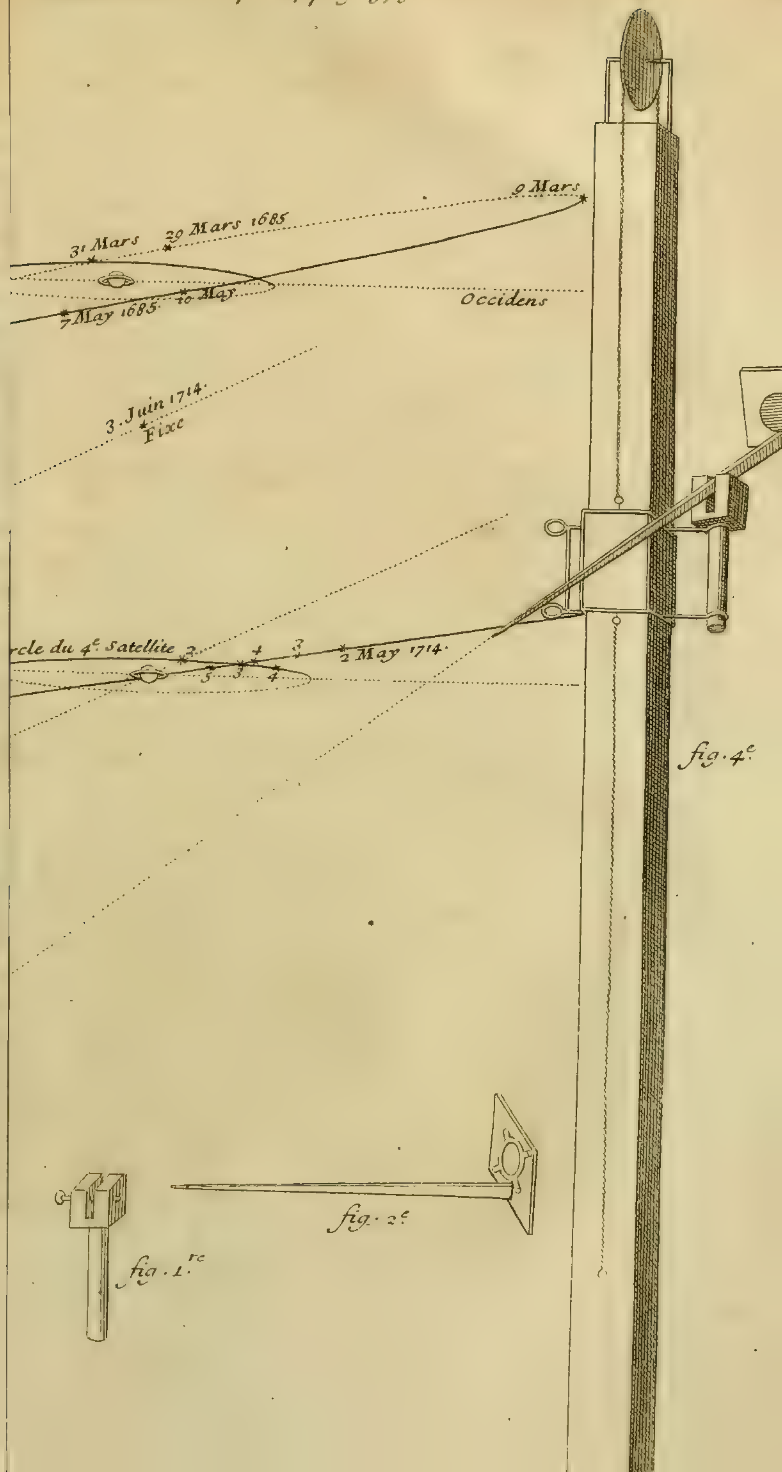
Par M. DE JUSSIEU.

5. Septem. 1714.

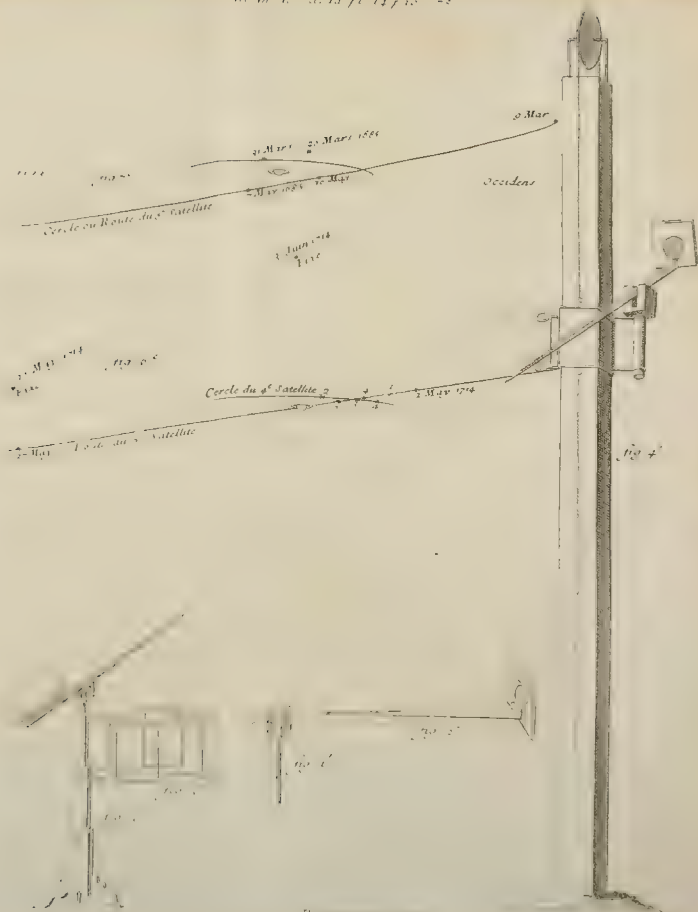
PERSUADE' que je suis que ceux qui font leur étude de la Botanique, ont une obligation essentielle de s'attacher principalement à la connoissance des Plantes de leur pays, je me suis déterminé à décrire celles du nôtre préferablement aux étrangeres, quelque facilité que le Jardin Royal me présente pour en choisir de plus specieuses & même d'un caractere nouveau. Sans donc négliger celles-ci, dont je me propose de donner les caracteres & les descriptions, lorsque la découverte de quelques-unes de leurs vertus nous en aura rendu la connoissance plus interessante, ou que je me serai apperçû qu'elles peuvent servir à mieux caracteriser des genres de Plantes déja établis; je commence par celles de France ou de ses limites, dont nous n'avons, ni descriptions ni figures, telles que sont les deux suivantes. Et si chaque Botaniste se bornoit ainsi à décrire celles de sa patrie, qui n'ont point été décrites, cette partie de l'Histoire Naturelle auroit acquis dans peu de temps plus de perfection que toutes les autres.

Gallium saxatile, minimum, supinum & pumilum. Inst. R. Herb. 115.

Cette Plante est vivace, & s'éleve tout au plus à la hauteur de quatre pouces. Elle donne pour racine quelques



9 Mars
29 Mars 1685
31 Mars
10 May
7 May 1685
Occidens
3. Juin 1714
Fixe
rcle du 4^e. Satellite
2
4
3
2 May 1714
5
3
4
fig. 4^e.
fig. 2^e.
fig. 1.re


9 Mar
Mars 1684
Occidens
Cercle ou Route du 5e Satellite
Cercle du 4e Satellite
2 Mar 1714
fig 4

fibres qui s'étendent obliquement, dont les plus longues n'ont à peine qu'une ligne d'épaiſſeur, & ſont chargées dans leur longueur, qui eſt ordinairement de trois à quatre pouces, de pluſieurs autres fibres rameuſes & cheveluës. La couleur de ces racines, comme celle des autres eſpeces de Caille-lait, tire ſur le rouge. Du collet de ces racines naiſſent une infinité de tiges qui forment un petit gazon touffu; leur hauteur n'excede guere cinq pouces, il s'en trouve des pieds où elles ſont beaucoup moins hautes. Celles de la circonference du gazon ſe coudent un peu avant que de ſe lever, & jettent quelques racines cheveluës, qui partent des nœuds des tiges. Elles ſe ramifient ordinairement dès leur naiſſance, & leurs rameaux portent toûjours des feüilles qui y ſont diſpoſées par étage & en rayons au nombre de quatre, cinq ou ſix, dont les plus longues n'ont que quatre lignes de longueur ſur moins d'une ligne dans le fort de leur largeur qui eſt vers leur milieu; leurs deux bouts étant pointus, & ſur-tout le ſuperieur, qui ſe termine par une pointe blanchâtre, fort fine & fort aiguë. Elles ſont liſſes, glabres, d'un vert gai, ainſi que les tiges qui ſont à quatre faces. L'extremité des tiges & des rameaux eſt terminée par un petit bouquet, compoſé de trois à quatre fleurs blanches d'une ſeule piece évaſée & découpée pour l'ordinaire en croix, dont le diametre en tous ſens n'eſt que d'une ligne, ou tout au plus d'une ligne & demie.

Quatre étamines fort courtes à ſommets, d'un blanc ſale ou verdâtres, naiſſent autour de l'embouchure du petit tuyau de cette fleur, lequel eſt enfilé par un ſtile fourchu qui part d'un embrion que couronne la fleur. Cet embrion devient par la ſuite un fruit à deux ſemences ovoïdes, appliquées l'une contre l'autre dans toute leur longueur, & qui noirciſſent en meuriſſant. Ce fruit eſt du volume à peu-près de celui du Caille-lait ordinaire à fleurs blanches. Toute la Plante machée n'a qu'un goût d'Herbe, & devient luiſante en ſe ſéchant.

Elle fleurit en Juillet & Aouſt. Je l'ai trouvée au ſommet du Mont-Ventou, ſur-tout en deſcendant du haut de cette montagne vers Bedoin.

Boccone nomme *Rubeola ſaxatilis, Alpina*. Muſ. part. 2. 145. & tab. 101. une eſpece de Caille-lait qui a beaucoup de rapport avec celle-ci; cependant il y a lieu de douter que ce ſoit la même, parce qu'il aſſûre que la ſienne s'éleve quelquefois à la hauteur d'un pied, lorſqu'elle ſe rencontre dans de la bonne terre, ce qui n'arrive point à celle qu'on cultive depuis près de trois ans au Jardin Royal, où elle n'a point changé.

Gallium ſaxatile, ſupinum, molliore folio.

Celle-ci differe de la précedente 1°. par ſes tiges, qui ſont toûjours couchées & tapies contre terre, 2°. par ſes feüilles qui ſont une fois plus larges, quoi qu'auſſi courtes, moins dures, d'un vert plus pâle, plus molaſſes, & ordinairement arrondies par leur extremité, ſur laquelle on n'apperçoit pas la pointe blanche qui ſe remarque aux feüilles de la précedente, 3°. par ſes fleurs qui ſont preſque de moitié plus grandes & d'un blanc ſale. Elle fleurit en Aouſt & Septembre.

Elle eſt attachée en forme de gazon ſur les pentes humides des Rochers de la Vallée de Barcelonette.

On ne ſçauroit rapporter ces deux eſpeces de Caille-lait à aucune de celles que l'on trouve décrites dans le troiſiéme volume de l'hiſtoire des Plantes de Rai, parce que les deſcriptions qu'il en donne ſont pour la plûpart ou imparfaites, ou trop peu circonſtanciées.





n saxatile, supinum
re folio.



Gallium saxatile, minimum, supinum et pumilum
Inp R. herb.



Gallium saxatile, supinum molliore folio.



Gallium saxatile, minimum, supinum et pumilum Inp R. herb.

P. Simonneau f. sc.

EXPERIENCES
SUR DES CORPS
PLONGEZ DANS UN TOURBILLON.

Par M. SAULMON.

LE mouvement circulaire des fluïdes produit des effets considerables en la nature, tels que sont la pesanteur & les révolutions periodiques des Planettes. Les experiences sont un moyen des plus sûrs pour en reconnoître la cause. J'en ai fait quelques-unes, que je rapporte en ce Memoire. 14 Novembre 1714.

J'ai fait construire un grand vase de Cuivre cylindrique, droit, de dix-huit pouces & demi de diametre en sa base au dedans, & de quinze pouces de hauteur. Je l'emplis d'eau d'Arcüeil jusqu'à la hauteur d'onze pouces & demi, & le laissant immobile sur un plan horizontal, je fais tourner l'eau avec une canne, le plus vîte qu'il m'est possible. La canne étant retirée, l'on voit un tourbillon qui s'éleve d'abord jusqu'aux bords du vase, & qui diminuant peu à peu de hauteur, persevere fort long-temps avec une espece de regularité, semblable en quelque sorte à celle qu'il auroit, s'il avoit été produit par des machines dont le mouvement fût uniforme & régulier. Car si le tourbillon étoit produit par de telles machines, & qu'on mit des corps nager sur sa surface, ils devroient alors achever leurs révolutions autour de l'axe du tourbillon plus vîte, lorsqu'ils seroient plus proches de cet axe. L'experience le confime dans le tourbillon qui se forme. Car si j'y mets en même temps deux corps égaux & semblables qui nagent sur sa surface, l'un près des bords du vase, & l'autre à une distance moyenne entre les bords & l'axe du tour-

billon, le corps le plus proche de l'axe fait à peu-près deux révolutions autour de l'axe, pendant que l'autre corps n'en fait qu'une; ce qui arrive quand le tourbillon eſt devenu régulier. Sa régularité commence lorſqu'il s'eſt abaiſſé environ d'un pouce & demi.

Ce Phénomene important, conforme à la Geometrie, ne peut pas ſe former en un vaſe que l'on feroit tourner ſur un pivot comme faiſoit M. Huguens. Car alors toutes les parties de l'eau & les corps plongés dedans achevent leur révolution autour de l'axe à peu-près en un même temps. Le tourbillon que je forme a encore deux avantages ſur celui de M. Huguens. Car ſon vaſe étant fort étroit, fort court, & fermé par en haut d'une glace de verre, ne permet pas de faire aucune experience ſur la ſurface de l'eau, ni au milieu. Au contraire le vaſe dont je me ſers étant fort large, fort haut & ouvert, permet de faire avec aſſez de préciſion trois ſortes d'experiences, les unes ſur la ſurface de l'eau, les autres entre deux eaux, & les dernieres au fond de l'eau, qui feront les trois parties de ce diſcours. Je commence par les experiences faites ſur la ſurface de l'eau, dont voici la cauſe generale.

La ſurface du tourbillon eſt toûjours un peu concave, & elle forme une pente des bords vers le milieu, cette pente devient continuellement plus douce, & elle approche de plus en plus d'un plan horizontal. Quand un corps eſt emporté circulairement ſur cette ſurface, cette pente tend à le faire approcher de l'axe du tourbillon; au contraire la force centrifuge que ce même corps acquiert par ſon mouvement circulaire, tend à l'éloigner du même axe, ce qui doit produire des Phénomenes fort differens en des corps de maſſes diverſes, & c'eſt la cauſe generale des premieres experiences que je vais rapporter.

Des coques d'œuf poſées ſur la ſurface du tourbillon, s'approchent fort vîte de l'axe du tourbillon, & elles y perſeverent. Si j'y inſere quelques grains de Plomb, elles s'en approchent encore, mais beaucoup plus lentement.

Si les grains de Plomb ſont en grand nombre, les coques s'éloignent de l'axe du tourbillon, elles s'en éloignent plus vîte à meſure qu'elles ſont plus chargées, & vont heurter les bords du vaſe. J'en ai qui s'approchent de l'axe, & font plus de ſoixante révolutions autour de lui avant que d'y arriver. J'en ai au contraire qui s'éloignent de l'axe, & font auſſi plus de ſoixante révolutions autour de lui, avant que de parvenir aux bords du vaſe. Si des corps un peu gros nagent à fleur d'eau & ſont près de l'axe, ils s'en écartent fort vîte : à peine ont-ils fait autour de lui trois ou quatre révolutions, qu'ils heurtent rudement les bords du vaſe.

J'ai un globe creux de Leton, de deux pouces dix lignes de diametre, il peſe une once 7 gros 12 grains. Si je le charge de cinq onces deux gros & demi, il s'éloigne tout d'un coup de l'axe, & à peine a-t'il fait cinq ou ſix révolutions autour de lui, qu'il heurte les bords du vaſe. Mais ſi ce globe eſt vuide, il fait plus de quatre-vingt révolutions avant que d'y arriver. J'en ai compté une fois quatre-vingt-cinq.

Une boule de Buis & une d'Erable, chacune de même groſſeur que ce globe, donnent un ſemblable Phénomene. Celle de Buis nage preſqu'à fleur d'eau. Celle d'Erable eſt beaucoup plus legere. Celle de Buis touche les bords du vaſe, après avoir fait quatre ou cinq révolutions ſeulement autour de l'axe, & celle d'Erable fait plus de quarante révolutions avant que d'arriver à ces bords.

J'ai encore formé un ſemblable Phénomene avec des balles de Cire. J'en ai miſes de trois ſortes ſur la ſurface du tourbillon ; les unes ſont des balles de Cire ſimple ſans aucun mêlange, ſoit blanche, ſoit jaune ; les autres ſont des balles de Cire, mêlées d'un quart de Terebentine ; & les troiſiémes ſont des balles de Cire diverſement chargées de grains de Plomb. Les balles mêlées d'un quart de Terebentine, & les balles chargées de grains de Plomb ſe ſont écartées fort vîte de l'axe du tourbillon, & elles ont

bien-tôt heurté les bords du vase : mais les balles de Cire simple où il n'y avoit aucun mêlange ni aucun poids ajoûté, sont restées sensiblement à la même distance de l'axe presque pendant toute la durée du tourbillon, néanmoins, ce qui est singulier, quand son mouvement a été très considerablement rallenti, & qu'il étoit presqu'éteint, ces balles ont commencé à s'écarter aussi de l'axe ; elles s'en sont écartées de plus en plus, & elles ont enfin heurté les bords du vase. Ce Phénomene donne lieu de penser que si le fluide celeste qui emporte les Planettes autour du Soleil, venoit à perdre une partie considerable de son mouvement circulaire, les Planettes commenceroient alors à s'écarter du Soleil, & qu'elles continüeroient de s'en écarter de plus en plus.

J'ai réïteré l'experience des balles de Cire, mais quand elles ont commencé à s'éloigner de l'axe, j'ai appliqué une plaque de verre sur la surface de l'eau horizontalement, de telle sorte que ces balles fussent entierement plongées dans l'eau, & aussi-tôt elles se sont toutes rassemblées en l'axe du tourbillon, en décrivant des spirales, qui sont plus sensibles dans les balles mêlées d'un quart de Terebentine, à cause que leurs frottemens contre la plaque sont plus petits. Si quelqu'une d'entre elles est beaucoup plus grosse que les autres, elle les déplace de l'axe, & s'y fixant, elle tourne autour de son propre centre, pendant que les autres sont emportées circulairement autour d'elle par le liquide environnant, à peu-près comme des Satellites sont emportés autour d'une grande Planette par le fluïde celeste.

Ces experiences font voir que les globes les plus massifs, qui nagent sur la surface du tourbillon, s'écartent le plus vite de l'axe. Mais ne peut-on pas donner à un corps aussi massif une figure qui le fasse approcher de l'axe, pendant que ces globes s'en éloignent ? En voici l'artifice. J'ai fait un grand disque de Cire blanche, mêlée d'un quart de Terebentine, de quatre pouces de diametre & d'une ligne d'épaisseur. J'y ai inseré deux grains de Plomb,

pour

pour le rendre encore plus massif. Il nage à fleur d'eau comme fait la boule de Buis. Néanmoins si je le mets à plan sur la surface du tourbillon, quelque soit l'endroit où je le place, il s'approche tout d'un coup de l'axe, & il y arrive avant que d'avoir fait la moitié d'une révolution autour de lui; ce qui est de singulier, c'est qu'il s'en approche encore semblablement, lors même que le mouvement du tourbillon est très-considerablement ralenti, & que sa surface paroît comme si elle étoit plane & parallele à l'horison. Je ne m'arrêterai point à rapporter en particulier toutes les causes de ces phénomenes, un chacun les voit assez de soi-même : je passe aux experiences du second ordre, faites entre deux eaux.

L'on execute aisément les experiences sur la surface d'un tourbillon : mais il n'en est pas de même de celles que l'on y veut faire entre deux eaux. L'on peut bien avoir des corps qui soient en équilibre avec l'eau quand elle est en repos, mais l'experience ne m'a pas encore fait connoître aucun corps, qui étant mis entre deux eaux, reste en équilibre avec l'eau dans ces tourbillons. L'une des causes de ce phénomene est une chûte d'eau qui se fait continuellement en la surface du tourbillon des bords vers l'axe; elle produit un changement continuel en la pesanteur des filets d'eau ou des colomnes perpendiculaires à l'horison. Cependant de toutes les experiences que l'on peut faire en un tourbillon, celles qui peuvent contribuer le plus à la découverte de la pesanteur, sont les experiences qui peuvent se faire entre deux eaux. C'est pourquoi j'ai employé divers corps & divers poids, pour menager des chûtes très-lentes dans l'eau, afin d'observer quel genre de corps s'approche ou s'éloigne de l'axe, & quelles sont les figures les plus propres à produire cet effet. Tout corps qui descend dans l'eau est plus pesant qu'un pareil volume d'eau, & il est par consequent plus massif. Cependant tout corps qui descend dans l'eau ne s'éloigne pas de l'axe; mais quelques-uns s'en approchent

pendant que d'autres s'en éloignent. Ce qui démontre une difference considerable dans les experiences faites entre deux eaux, dont voici la cause generale.

Un corps qui chancele pendant sa chûte dans un tourbillon, reçoit en même tems deux impressions fort differentes. L'une le fait tournoyer en lui-même ou balancer autour de son propre centre; l'autre le fait tourner circulairement autour de l'axe du tourbillon; & par consequent la force centrifuge qu'il acquiert pour s'éloigner de l'axe du tourbillon, est moindre qu'elle seroit, si toute l'impression que ce corps reçoit par l'eau, s'employoit à le faire circuler autour de ce même axe; donc la force centrifuge d'un pareil volume d'eau pourroit être plus grande que n'est la force centrifuge de ce corps, & par consequent elle pourroit le déterminer à s'approcher de l'axe. Or de toutes les figures, celles qui sont les plus irregulieres, reçoivent les impressions les plus inégales; donc elles sont les plus propres à occasionner des balancemens dans les corps & des chancelemens, & par consequent elles sont les plus propres à les faire approcher de l'axe; & si toutes choses sont d'ailleurs semblables, cette approche doit être la plus sensible dans les corps les moins massifs. Cette loi est la cause generale de toutes les experiences du second ordre que je vais rapporter.

J'ai mis dans le tourbillon une lampe d'étain d'une figure fort irreguliere; elle est en forme de conoïde creux parabolique, un peu applati par en haut, son axe est de deux pouces dix lignes, égal au diametre du cercle de la base, deux petits cercles paralleles à sa base forment sa pointe, du milieu de cette base s'éleve un tuyau creux de treize lignes de hauteur, & de neuf de largeur ouvert par en haut: le conoïde n'a aucune ouverture, si ce n'est au bec de la lampe, par où l'eau entrant dans le corps de la lampe, la fait balancer; ce bec est creux, il a deux pouces de longueur sur huit lignes de largeur & autant de profondeur: la lampe pese sept onces trois gros. Elle chan-

cele confiderablement pendant fa chûte en l'eau, & alors elle s'approche brufquement de l'axe ; arrivée au fond du vafe, elle touche l'axe, & elle y perfevere, en tournant continuellement autour de lui, & formant de grands balancemens. J'ai laiffé tomber fucceffivement fix balles d'Yvoire de diverfes groffeurs, leurs diametres font en progreffion geometrique, celui de la plus petite eft d'un demi-pouce, & celui de la plus groffe eft de deux pouces & demi. Leur chûte étoit fi rapide, que je n'ofe affirmer qu'elles fe foient alors éloignées de l'axe, mais une chofe certaine, c'eft qu'elles ne s'en font pas approchées. Une balle de Cire d'Efpagne d'un demi pouce de diametre, ayant été mife à un pouce des bords du vafe, quand le tourbillon étoit fort rapide, elle s'eft manifeftement écartée de l'axe pendant fa chûte, car elle a heurté les bords du vafe avant que d'arriver au fond. Au contraire fi de la Cire d'Efpagne concaffée & réduite en des grumeux de figures irregulieres, eft jettée dans un femblable tourbillon, elle s'approche de l'axe dès le commencement, & elle continuë de s'en approcher pendant fa chûte. Un bâton de Cire d'Efpagne, tel que font les bâtons ordinaires, s'écarte auffi quelquefois de l'axe pendant fa chûte, & quelquefois il s'en approche felon la varieté de fes balancemens & l'obliquité de la face qu'il prefente au choc de l'eau. J'ai pris de la poix blanche ou de Bourgogne & de la poix noire. J'en ai fait des globes, des cylindres, des cônes & d'autres figures diverfes, & je les ai jettés dans le tourbillon. Tous ces corps fe font toûjours approché de fon axe pendant leur chûte, & leur approche eft fort fenfible.

Je trouve un phénomene femblable en deux boules de Buis, qui font un peu plus pefantes que l'eau. L'une a deux pouces huit lignes de diametre, & l'autre un pouce neuf lignes : le poids de la premiere eft fix onces trois gros : le poids de la feconde eft un once neuf gros & demi. Si on les met dans le tourbillon, lors même qu'il eft encore

rapide, elles s'approchent toutes deux de l'axe très ſenſiblement pendant leur chûte. Je conçois deux cauſes de ce phénomene dans les boules de Buis; l'une eſt la pente de la ſurface de l'eau, l'autre eſt l'inégalité de peſanteur dans les parties d'une même boule. Car tous les Arbres ont toûjours quelques-unes de leurs parties expoſées au Septemtrion, & quelques autres expoſées au midi. La partie qui regarde le Septemtrion eſt toûjours plus peſante que celle qui regarde le midi. Cette inégalité de peſanteur produit des balancemens dans les boules pendant leur chûte, & elle peut les faire approcher de l'axe. J'ai verifié cette inégalité de peſanteur dans les Arbres par un diſque d'Erable de deux pouces de largeur ſur trois pouces de hauteur. Etant mis à plan ſur la ſurface de l'eau, il ne demeure point parallele à l'horiſon, mais il s'incline environ de 45 degrés.

J'ai voulu imiter par l'art cette experience tirée de la nature. J'ai mis de la Cire jaune & du Liege dans un globe creux de Leton, de deux pouces de diametre; ce globe ainſi chargé, eſt plus leger que l'eau, mais un grain de menu plomb de ſurcroît le rend plus peſant qu'elle. Je le laiſſe tomber en l'air de trois ou quatre lignes de hauteur ſur la ſurface du tourbillon, il arrive fort près du fond du vaſe, ſans parvenir à toucher ce fond. Il s'approche un peu de l'axe pendant ſa chûte, mais il s'en éloigne en remontant, car je l'ai vû heurter alors les bords du vaſe, lorſqu'il étoit encore entre deux eaux. Il eſt aiſé de reconnoître les cauſes de ces deux phénomenes contraires en ce globle. Les unes ſont les mêmes que celles qui approchent du même axe les boules de Buis pendant leur chûte; l'autre au contraire eſt la même que celle qui en éloigne les balles de Cire ſimple, quand elles nagent ſur la ſurface du tourbillon vers la fin du mouvement; car les parties d'un corps dur étant en repos les unes à l'égard des autres, elles ne perdent ſous cette veuë aucune partie de leur mouvement circulaire autour de l'axe du tourbil-

lon, & par consequent elles ne perdent aussi sous cette veüe aucune partie de leur force centrifuge; au contraire les parties d'un pareil volume du tourbillon achevent leur révolution autour de l'axe, chacunes en des temps inégaux; elles ont ainsi des mouvemens respectifs, & elles se causent par consequent des frottements mutuels; ces frottemens mutuels des petites parties de l'eau du tourbillon détruisent une partie de leur mouvement circulaire autour de son axe, & par consequent ils détruisent aussi une partie de leur force centrifuge. C'est de-là que des corps durs, tels que sont les balles de Cire, en conservent une plus grande. Ce globe reste long-tems entre deux eaux, & il y fait jusqu'à douze révolutions. Je finis cette seconde partie par les racines bulbeuses, qui étant dépoüillées de leurs peaux, tombent fort lentement dans le tourbillon, & s'approchent toutes de son axe, en lui presentant leur tête; cela est fort sensible dans les Echalottes. Je passe aux experiences du dernier ordre, que j'ai faites au fond du vase, & dont voici la cause generale.

Tous les corps emportés circulairement au fond du vase par le tourbillon, subissent des frottemens, & par consequent des balancemens & des tournoyemens autour d'eux-mêmes: or la force employée à faire balancer ou tourner un corps autour de lui-même, n'est pas employée à le faire circuler autour de l'axe du tourbillon, & tout corps qui circule moins vîte autour de l'axe du tourbillon, doit avoir moins de force centrifuge à l'égard de cet axe, toutes choses d'ailleurs étant semblables, donc un corps qui s'écarte de l'axe pendant sa chûte, pourra s'en approcher quand il touchera le fond du vase, & s'il s'en approche pendant sa chûte, il s'en approchera encore plus vite quand il touchera ce fond. C'est ce que l'experience confirme. Tous les corps qui s'approchent de l'axe pendant leur chûte, s'en approchent encore plus vîte quand ils touchent le fond du vase, & la bale de Cire d'Espagne d'un demi pouce de diametre qui s'écartoit de l'axe pen-

dant sa chûte, s'en approche quand elle touche ce fond; & vers la fin du mouvement elle se fixe en l'axe. Je trouve un semblable phénomene en des balles de Cire blanche chargées de grains de Plomb & devenuës quelque peu plus pesantes que l'eau. Car pendant leur chûte elles s'éloignent de l'axe, mais elles s'en approchent quand elles touchent le fond.

Cette varieté de phénomenes m'a donné lieu de rechercher avec plus d'exactitude quelles figures étoient les plus propres pour faire approcher de l'axe des corps qui touchent le fond du vase, & quelles étoient les figures les plus propres pour les en faire éloigner; & afin que l'art parût moins, j'ai pris des corps dont les figures sont travaillées par la seule nature; ce sont des Cailloux de Mer que l'on appelle des *galets*. Le vase étant à demi-plein d'eau, j'en ai mis sur le fond dans un tourbillon rapide successivement, les posant doucement avec la main, & faisant un tourbillon nouveau pour chaque cailloux, afin qu'ils ne se fissent aucun obstacle. Les uns se sont approchés de l'axe, & les autres s'en sont éloignés. Ceux qui s'en sont éloignés étoient à peu-près des cylindres, des cylindroïdes, des globes, des spheroïdes allongés & bien arrondis, des pyramides dont l'axe est fort court & la tête fort grosse; ceux qui se sont approchés de l'axe étoient à peu-près des disques fort plats; des spheroïdes applatis, des spheroïdes allongés, mais fort plats; des conoïdes applatis, des corps taillés à facettes, fort inégales & fort obliques les unes à l'égard des autres; des pyramides dont l'axe est fort long par rapport au diametre de leur base. J'en ai vû quelques-uns arriver des bords du vase en l'axe avant même que d'avoir fait la moitié d'une révolution autour de cet axe. Ils ressembloient à des conoïdes un peu longs, & ils étoient revêtus d'une escorce blanchâtre, âpre & rude, qui se trouve dans tous les cailloux lorsqu'ils sont en leur matrice, & que l'agitation des vagues de la Mer n'avoit pas encore usée par les frottemens.

Mais voici d'autres corps où l'art a réüni les deux phénomenes contraire des cailloux.

Une balle d'Yvoire d'un pouce & demi de diametre étant posée sur le fond du vase à un demi-pouce de l'axe, s'est écartée jusqu'aux bords sans se rapprocher de l'axe. J'ai mis autour de cette balle de la Cire jaune mêlée d'un quart de Terebentine, & j'ai fait du total un globe dont le diametre est un pouce onze lignes & demie, & le poids trois onces trois gros, l'eau en repos étant à la hauteur de trois pouces huit lignes. J'ai mis ce globe dans un tourbillon rapide au fond du vase à un pouce de l'axe, le posant doucement. Il a fait d'abord deux révolutions autour de cet axe, en s'en approchant un peu; ensuite il s'en est écarté, & est allé heurter les bords du vase. Il a fait six révolutions autour de l'axe, en les heurtant continuellement; ensuite il s'est approché de l'axe, en décrivant des spirales, & il s'y est fixé. Mais ce qu'il est important de remarquer, c'est que le fond du vase est fort uni en son milieu par toute la surface d'un cercle d'un demi-pied de diametre, le reste de ce fond a un peu de pente vers les bords. Neanmoins le globe s'est allé fixer en l'axe, nonobstant la résistance que pouvoit faire l'inclinaison de ce plan. La singularité de ces phénomenes me les a fait considerer avec plus de soin, & elle m'a donné lieu de former une autre experience qui renferme les trois précedentes.

Une balle de Plomb de six lignes de diametre, telle que sont les balles de Mousquet ordinaires, pesoit quatre gros quatre grains, étant mise auprès de l'axe, elle s'en écartoit sans jamais s'en rapprocher, & elle alloit heurter les bords du vase; ensuite j'ai couvert cette même balle de Cire jaune mêlée d'un quart de Terebentine, & j'ai fait du total un globe dont le diametre est d'onze lignes, & le poids cinq gros & demi dix-sept grains; j'ai mis ce globe dans un tourbillon rapide à un pouce de l'axe, l'eau en repos étant encore à la hauteur de trois pouces huit lignes, il s'est d'abord approché de l'axe fort vîte, & il s'y est tout d'un

coup fixé, y demeurant immobile. Je l'ai retiré presqu'aussitôt, & je l'ai mis à deux pouces environ de distance de l'axe, il s'en est éloigné jusques vers le milieu du rayon de la base, ensuite il s'est approché de l'axe, & il s'y est fixé. J'ai formé encore un tourbillon fort rapide, & j'ai mis ce globe environ à trois pouces de distance de l'axe, il s'en est éloigné fort vîte, & il a heurté les bords du vase, & après avoir un peu circulé, il s'est approché fort vîte de l'axe, & il s'y est fixé brusquement. Ce qui est de singulier, c'est que j'ai mis successivement toutes les balles d'Yvoire sur le fond du vase à des distances semblables de l'axe dans un tourbillon rapide, & je n'en ai jamais vû aucune s'approcher d'abord de l'axe, bien-loin de s'y fixer. Elles se sont toutes éloignées aussi-tôt jusqu'aux bords du vase, & les plus petites seulement se sont un peu rapprochées de l'axe vers la fin du mouvement. J'ai réïteré ces experiences dans un tourbillon dont l'eau en repos avoit quatre pouces de hauteur, elles ont réüssi de même.

J'ai formé encore un tourbillon rapide, & voulant verifier la diversité des mouvemens qui résultent en de grands corps & en de petits de même matiere, j'y ai jetté en même temps des balles de Plomb de six lignes de diametre, & des grains de Plomb d'une ligne de diametre, la masse des balles est ainsi deux cens seize fois plus grande que celle des grains. Toutes les balles de Plomb se sont éloignées de l'axe jusqu'aux bords du vase sans s'en rapprocher, & au contraire tous les grains de Plomb se sont approché de l'axe sans jamais s'en éloigner. Je finis par une experience qui pourroit bien paroître d'abord en quelque sorte incroyable, si elle ne pouvoit être réïterée, & qui semble contraire à celle-ci.

J'ai mis des grains de Plomb dans un globe creux de Cuivre de deux pouces de diametre : ce globe étoit alors un peu plus pesant que l'eau, & touchant le fond du vase, il s'est allé fixer en l'axe. J'y ai mis ensuite un surcroît de grains de Plomb, & il s'est encore approché de l'axe du tourbillon,

tourbillon, mais plus vîte qu'auparavant. J'y ai encore mis des grains de Plomb de surcroît, & il s'est encore approché plus vîte de l'axe; que s'il est trop chargé, il demeure immobile à l'endroit où on le place. Mais pourquoi les balles s'éloignent-t'elles de l'axe, pendant que les grains de Plomb si petits, s'en approchent, & qu'au contraire le globe de Cuivre seize fois plus gros que la balle, s'en approche, lors même qu'il est plus chargé qu'il ne l'étoit d'abord? Un chacun voit assez que la cause de ces Phénomenes dépend des balancemens & de la diminution du mouvement du tourbillon, toûjours plus grande aux endroits plus proches de l'axe qu'en ceux qui en sont plus éloignés. Ce qu'il suffit d'indiquer en general, supposant le tourbillon en sa plus grande régularité, qui subsiste, tandis que les temps de la révolution periodique des parties du fluïde autour de son axe, sont entre-eux à peu-près comme la distance de ces parties à l'axe. Si je compare alors toutes les experiences que je viens de rapporter, j'en tire quatre consequences generales.

La premiere : Toutes choses d'ailleurs étant semblables, les corps qui s'approchent de l'axe du tourbillon sont moins massifs que ceux qui s'en éloignent.

La seconde : Toutes choses d'ailleurs étant semblables parmi les corps qui s'approchent ou s'éloignent de l'axe sur la surface du tourbillon, les moins massifs s'en approchent plus vîte, & les plus massifs s'en éloignent plus vîte.

La troisiéme : Toutes choses d'ailleurs étant semblables, si des corps touchent le fond du vase, les plus petits s'approchent de l'axe, pendant que de plus gros s'en éloignent.

La quatriéme : Toutes choses d'ailleurs étant semblables, les corps qui ont le plus d'inégalité en leur figure, s'approchent de l'axe, pendant que d'autres, qui ont moins d'inégalité, s'en éloignent, ou s'en approchent moins vîte. Ces loix sont presque toutes contraires à celles que l'on observe en la pesanteur des corps vers la terre, ce que M.

Huguens n'avoit pas apperçû, quand il a cru la representer par ſon experience faite dans un tourbillon, qui reſſemble beaucoup moins que celui-ci au tourbillon de la terre, à cauſe qu'en un tourbillon dont le mouvement eſt uniforme, la force des couches fluïdes anterieures & poſterieures, c'eſt-à-dire, des couches plus proches ou plus éloignées de l'axe eſt à peu-près égale. C'eſt pourquoi bien loin que les experiences que j'ai faites ici me déterminent à décider de cette peſanteur, elles ne font au contraire que me rendre plus attentif pour en rechercher la cauſe.

L'épaiſſeur des feüilles métalliques qui forment le corps de la lampe & ceux des globes creux de Leton eſt environ d'une demi-ligne. La canne dont je me ſuis ſervi eſt de Noyer, elle a ſix lignes d'épaiſſeur en ſon milieu & cinq au petit bout. Des cannes beaucoup plus groſſes, ou d'un bois plus leger, font des tourbillons moins réguliers.

COMPARAISON DU PIED ANTIQUE ROMAIN A CELUI DU CHATELET DE PARIS,

Avec quelques Remarques ſur d'autres Meſures.

Par M. DE LA HIRE.

1. Decem. 1714.

JE donnai à l'Académie en 1701. des Remarques que j'avois faites ſur la capacité de notre Pinte, ſuivant l'Etalon qui eſt à l'Hôtel de Ville de Paris, & ſur la peſanteur de l'eau qui y eſt contenuë; & je rapporterai maintenant des Obſervations ſur la grandeur du Pied antique Romain comparé avec le notre, tel qu'il eſt en uſage à

present, c'est-à-dire, avec celui du Châtelet de Paris, qui est la sixiéme partie de la Toise.

Mrs. Picard & Auzout avoient fait plusieurs remarques sur ces mêmes Mesures, que j'ai fait imprimer dans le Recüeil des Ouvrages posthumes de nos Academiciens.

On ne doit pas s'étonner si l'on trouve quelque difference dans l'examen que l'on fait de ce qui nous reste des Anciens, pour en conclure la grandeur du pied antique Romain, puisqu'il n'y a pas long-temps qu'à Paris les Architectes & les Maçons se servoient encore d'un pied qui étoit plus grand d'une ligne environ que celui qui est au Châtelet par rapport à la Toise qui sert d'Etalon pour toutes nos Mesures.

La réformation du pied des Maçons fut faite en 1668 dans le même temps qu'on rétablît la Toise du Châtelet, telle qu'on la voit aujourd'hui à l'entrée & sous le grand escalier; car l'ancienne Toise qu'on voit encore est appliquée en dehors dans la Cour contre un des Piliers du bâtiment, mais cette Toise est toute faussée par le haut, par le défaut du Pilier qui a ployé en cet endroit. J'ai encore entre les mains un très ancien instrument de Mathematique qui avoit été fait par l'un de nos plus habiles ouvriers avec un très grand soin, où le pied est marqué, & qui a servi à faire le rétablissement de la Toise du Châtelet, suivant ce que j'en ai appris de nos anciens Mathematiciens.

Pour le pied antique Romain, on voit encore à present à Rome sur deux Sepultures de Marbre de deux Architectes ou Arpenteurs la figure de ce pied en bas relief; les extremités en sont un peu usées tant par le temps que par la mesure que tous les curieux en ont faite; cependant quoiqu'ils soient faits fort grossierement, l'un a encore 10 pouces 11 lignes $\frac{1}{2}$ de notre mesure, & l'autre 10 pouces 11 lignes & $\frac{1}{10}$, d'où l'on pourroit juger qu'ils étoient d'abord de 11 pouces, car un quart de ligne de chaque côté est peu de chose pour un Sculpteur en Marbre. L'un de ces pieds est fort mal divisé en ses 16 doigts, & l'autre n'est point divisé.

Cependant l'Etalon de Bronze du Conge antique du temps de Vespasien, & qui est conservé fort entier au Palais Farnese à Rome, donne la mesure du pied antique dans ce temps-là de 11 de nos pouces & une ligne, suivant ce qu'en rapporte Villalpandus; car le Conge qui étoit chez les Romains la mesure des liqueurs, comme ici notre Pinte, devoit contenir la huitiéme partie de leur pied cubique; mais il y a toûjours beaucoup de difficulté à mesurer la capacité d'un vase par le moyen des liqueurs, sur-tout lorsque le vase a son ouverture fort large comme celui-là.

C'est pourquoi j'ai voulu voir si les mesures des bâtimens antiques qui sont encore sur pied, nous pourroient donner quelque connoissance de la grandeur du pied Romain; & comme le Pantheon ou la Rotonde est un des plus entiers & des plus beaux de toute l'Antiquité, j'ai trouvé que la hauteur du fût des colonnes du portique, lesquelles sont de Granite d'Orient, est de 36 pieds 7 pouces $\frac{1}{3}$ ou de 439 pouces $\frac{1}{3}$ de notre mesure, & supposant que les Anciens ayent voulu faire ces colonnes de 40 de leurs pieds, car il y a apparence qu'Agrippa qui fit décorer ce Temple, y avoit apporté tous les soins possibles, nous trouverons que le pied Romain étoit de 10 pouces 11 lignes $\frac{3}{4}$ de notre pied; & réduisant de même le diametre de ces colonnes par le bas, nous trouverons qu'elles ont 5 pieds Romains de la même mesure & un peu plus, mais elles ne sont pas toutes exactement de la même grosseur, ce qu'on peut attribuer à la grande difficulté de travailler le Granite d'Egypte dont elles sont faites, à cause de sa dureté.

La largeur de l'ouverture de la porte de ce même Temple est de 220 pouces $\frac{1}{3}$ de notre mesure, & la posant de 20 pieds Romains, on les trouvera chacun de 11 pouces & [illegible] de ligne. Pour la hauteur de cette porte, on n'en peut rien conclure de juste, car l'Architecte a été assujeti par la hauteur du Portique.

La longueur du Portique de ce Temple, qui eſt ce qu'on commence à planter d'abord, en la prenant de dehors en dehors des murs, auroit été de 110 pieds Romains, en les poſant de 11 de nos pouces.

Si l'on vouloit en demeurer là, on voit qu'en prenant un milieu entre les meſures que je viens de rapporter, on doit eſtimer que le pied antique Romain étoit de 11 de nos pouces.

Mais en pouſſant cet examen plus loin, nous trouverons que le Temple rond de Bacchus devoit avoir ſon diametre de 75 pieds Romains, en les ſuppoſant de 11 pouces chacun, & la largeur des bas côtés entre la face exterieure du mur & les colonnes ſe trouve de 25 pieds, qui eſt le tiers de tout le diametre.

Le Temple de Faune, qui eſt auſſi de figure circulaire, a ſon diametre exactement de 216 pieds de 11 pouces chacun de notre meſure.

Si l'on ſuppoſe que la largeur de la porte du Temple de Veſta à Tivoli fut de 10 pieds antiques, ce pied ſera de 10 pouces 11 lignes $\frac{5}{8}$ de notre meſure, & poſant les colonnes de ce même Temple de 2 pieds $\frac{1}{2}$ de diametre, le pied antique ſera de 11 pouces $\frac{2}{5}$ de la ligne.

Si les colonnes du Temple d'Antonin & de Fauſtine ont eu leur diametre de 5 pieds antiques, le pied aura dû être de 10 pouces 11 lignes des nôtres.

Ces dernieres remarques concourent avec les premieres à faire connoître que le pied antique Romain étoit de 11 des pouces de notre pied.

On ſçait que le pied antique Romain étoit au Grec comme 24 à 25, car le ſtade Romain étoit au Grec comme 600 à 625 pieds Romains, & par conſequent le pied Grec auroit été de 11 pouces $\frac{1}{2}$ de notre meſure à très peu près.

Pour les meſures modernes, le Palme Romain d'à preſent contient 8 pouces $\frac{1}{4}$ de notre pied, mais le Palme chez les Anciens étoit les $\frac{3}{4}$ du pied; c'eſt pourquoi le pied

auroit dû être de 11 pouces, si ce Palme a été formé sur le pied antique, comme il y a grande apparence. La Canne des Architectes contient 10 Palmes, c'est pourquoi elle est de 6 pieds 10 pouces $\frac{1}{2}$ de notre mesure. Mais la Canne des Marchands à Rome n'est que de 6 pieds un pouce $\frac{1}{2}$ de notre mesure; ils la divisent en 8 Palmes, qui sont plus grands que le Palme des Architectes. La sixiéme partie de cette Canne seroit fort peu differente de notre pied.

Les mesures de l'Aulne dont on se sert à Paris son differentes chez differens corps de Marchands, car il y en a qui la font plus courte que les autres de près de 4 lignes. J'ai trouvé entre les mains d'un de nos faiseurs d'instrumens de Mathematique une grosse régle de Leton qui étoit ancienne, & qu'il disoit être la mesure de l'Aulne; elle avoit justement 44 de nos pouces. Mais on a imprimé depuis quelque temps à Paris un Traité du Negoce, dont l'Auteur est fort estimé, & il rapporte que l'Aulne des Marchands Merciers est de 44 pouces moins 4 lignes, suivant l'Etalon que ces Marchands conservent dans leur Bureau. J'ai voulu voir par moi-même ce qui en étoit, & ayant mesuré cette Aulne fort exactement, j'ai trouvé qu'elle avoit 44 pouces moins une demi-ligne seulement. Cette mesure est facile à faire, car cet Etalon est une grosse régle de Fer qui porte vers ses extremités deux saillies de Fer qui y sont attachées perpendiculairement, entre lesquelles on peut appliquer la régle qu'on veut mesurer : au dos de cette régle on a gravé en grosses lettres capitales, que c'est l'Aulne des Marchands Merciers & Grossiers, 1554.

On voit que cette Aulne est très approchante de 4 pieds antiques Romains, comme nous les avons déterminés ci-devant. On pourroit donc croire que lorsque les Romains furent maîtres de ces pays-ci, ils y introduisirent leur mesure pour les Marchands, & qu'ils en firent l'Aulne de 4 de leurs pieds, laquelle s'est un peu alterée chez

differens Marchands, car les Drapiers la font un peu plus petite que les Merciers, & les Marchands de Toile ne la font que de 44 pouces moins 4 lignes, qui eſt la plus petite qui ſoit en uſage.

J'ajoûterai encore ici une remarque que j'ai faite ſur le mot de *demi-ſextier*, lequel je croi nous être venu des Romains, auſſi-bien que la meſure des liquides à très peu-près. Car ce mot de demi-ſextier n'a aucun rapport à nôtre pinte, puiſque la chopine ſeroit le ſextier, qui n'eſt point la ſixiéme partie de nos meſures; mais le ſextier des Romains étoit la ſixiéme partie de leur conge, qui étoit la huitiéme partie de leur pied cubique, & leur demi-ſextier qu'ils appelloient auſſi *hemine*, ſe trouve preſqu'égal à nôtre demi-ſextier, lequel doit contenir 12 de nos pouces cubiques, la pinte en contenant 48 ſuivant la meſure ordinaire.

Si les anciens Romains nous avoient laiſſé par écrit la meſure exacte de quelques parties de leurs principaux édifices, après qu'ils ont été parfaits, nous aurions à preſent la juſte grandeur de leur pied, en comparant ces meſures avec les nôtres, ce que nous ne pouvons faire que par conjecture; c'eſt pourquoi je rapporterai ici les grandeurs exactes de quelques parties de nos principaux bâtimens, afin qu'on puiſſe y avoir recours, ſi la meſure dont nous nous ſervons à preſent ſe changeoit ou s'alteroit par quelque accident.

J'ai meſuré exactement avec nôtre Toiſe & nôtre pied dans le bâtiment de l'Obſervatoire au rez-de-chauſſée, la largeur de la porte du côté du Nord entre ſes Tableaux & au-deſſus du ſeüil, & je l'ai trouvée de 8 pieds 0 pouces 8 lignes; & de même la largeur de celle qui regarde le midi & qui donne ſur la Terraſſe, eſt de 7 pieds 11 pouces 8 lignes.

La longueur de la grande ſalle de ce même bâtiment entre les murs de dedans en dedans eſt de 15 toiſes 3 pieds 0 pouces 6 lignes, & ſa largeur de même entre les murs

de dedans en dedans ſans y comprendre les renfoncemens, & vis-à-vis la porte qui donne ſur le grand eſcalier eſt de 7 toiſes 5 pieds 2 pouces.

A l'Egliſe du Val-de-Grace au Fauxbourg S. Jacques, la largeur de la grande porte entre les Tableaux par le bas ſur le ſeüil eſt de 9 pieds 9 pouces 3 lignes. La largeur du corps des Pilaſtres du portail qui ſont aux côtez de la porte par le dehors eſt 3 pieds 3 pouces. La largeur de la Nef de cette Egliſe à l'entrée entre les ſoques poſez ſous les premiers pilaſtres & meſurée ſur le pavé de l'Egliſe eſt de 4 toiſes 5 pieds 4 pouces 3 lignes.

Au Louvre dans la Cour, la largeur de la porte quarrée qui eſt vers Saint Germain de l'Auxerrois ou vers le Levant, priſe entre ſes Tableaux & ſur le ſeüil, eſt de 12 pieds 0 pouces 6 lignes.

La largeur de l'autre porte quarrée qui eſt vers les Thuileries ou vers le Couchant, meſurée de même entre ſes Tableaux & ſur le ſeüil, eſt de 10 pieds 2 pouces 6 lignes.

La maniere de meſurer exactement des grandeurs, eſt d'avoir deux Toiſes bien juſtes & ferrées par les bouts, dont l'une au moins ſoit diviſée par pieds & par pouces, & de les appliquer en droite ligne ſur la place qu'on veut meſurer, en les plaçant bout à bout l'une contre l'autre, & d'obſerver de n'en point relever une que l'autre ne ſoit arrêtée à ſa place, car de prétendre faire ces meſures avec une ſeule Toiſe ou pied, en marquant où ſe termine ſon extremité, on tombera toûjours dans quelque erreur.



COMPA.

COMPARAISON

Des Observations de l'Eclipse de Lune du mois de Decembre 1713 à Paris & à Lima.

Par M^rs. DE LA HIRE.

MOnseigneur le Comte de Pontchartrain nous a communiqué les Observations de l'Eclipse de Lune du mois de Decembre 1713, lesquelles lui avoient été envoyées, & faites à Lima, capitale du Perou, par Dom Pedro de Peralta. 1. Decem. 1714.

J'ai trouvé que cette Eclipse avoit été autant bien observée qu'il étoit possible, vû le défaut des instrumens necessaires pour y réüssir dans l'exactitude ordinaire. L'Observateur n'a envoyé que des Immersions & Emersions des Taches de la Lune, car il dit qu'il n'étoit pas fourni de ce qui étoit necessaire pour observer les doigts.

J'ai comparé ses Observations avec les mêmes que nous avions faites ici. J'en ai trouvé quelques-unes qui s'écartoient beaucoup, mais ayant pris un milieu entre les plus proches entr'elles, j'ai conclu que Lima étoit plus Occidental que l'Observatoire de 5 heures 22 minutes. Nous pourrons voir comment cela s'accorde avec les Observations des Satellites de Jupiter qui y auront été faites à ce que je crois, par le P. Feüillée.

Mais en general on ne peut rien conclure de juste de toutes ces sortes d'Observations, à moins qu'on ne soit bien instruit en détail de la maniere dont elles ont été faites, & de quels instrumens on s'est servi.



EXPERIENCES

Sur la diversité des Matieres qui sont propres à faire un Phosphore avec l'Alun.

Par Mr. LEMERY le Cadet.

5. Decem. 1714.

MR. Homberg ayant donné dans les Memoires de 1711. la description d'un Phosphore nouveau, fait avec l'Alun & la matiere fecale, qui étant exposé à l'air s'allume aussi bien le jour que la nuit, & met le feu à tous les corps combustibles qu'on en approche, sans qu'il soit necessaire de le froter ni de l'échauffer auparavant, comme on a besoin de faire à celui qu'on retire de l'urine par la distillation; Ce phenomene m'a paru si beau & si facile à executer, qu'il m'a fait naître le dessein d'examiner s'il n'y auroit point quelqu'autre matiere sulphureuse capable de produire le même effet avec l'Alun, ou avec quelqu'autre sel substitué à l'Alun, ce qui pourroit servir à étendre & éclaircir davantage cette découverte, & sauveroit en même tems à l'artiste le desagrément de travailler sur la matiere dont M. Homberg s'est servi.

Dans cette veûë j'ai travaillé sur differentes matieres huileuses & sur differens Sels, & comme ces experiences souvent réïterées m'ont donné lieu d'observer plusieurs particularités assez curieuses; je vais d'abord les rapporter le plus exactement qu'il me sera possible.

Pour suivre un certain ordre dans mes operations, j'ai examiné 1°. Differentes matieres animales mêlées avec differentes proportions d'Alun.

J'ai passé ensuite aux matieres vegetales & minerales que j'ai aussi mêlées avec les mêmes proportions d'Alun, pour pouvoir comparer plus exactement toutes ces experiences.

En troisiéme lieu, après avoir connu & déterminé la dose d'Alun qui est necessaire pour faire le Phosphore aussi vif qu'il le peut être avec ces differentes matieres dont il a été parlé ; j'ai essayé si d'autres sels que l'Alun mêlés avec les mêmes matieres qui ont réüssi dans les experiences précedentes, réüssiroient aussi de la même maniere avec ces sels.

Avant que d'entrer dans le détail de mes experiences, il est à propos d'avertir que je me suis servi du procedé de M. Homberg ; j'ai seulement remarqué que pour faire un bon Phosphore avec les matieres que j'ai employées il suffisoit de faire rougir le mêlange, & qu'il n'étoit pas necessaire de continuer le feu plus long-tems.

J'ai travaillé d'abord sur l'urine, dont je croyois avec M. Homberg, & dont il étoit vrai-semblable de croire qu'on tireroit une plus grande quantité de Phosphore par cette voye que par la maniere connuë.

J'ai donc fait évaporer une bonne quantité d'urine jusqu'à consistence de miel épais ; j'en ai pris quatre onces que j'ai melées avec autant pesant d'Alun de roche pulverisé ; j'ai mis le tout dans une poësle de fer pour en faire consumer toute l'humidité à petit feu, en le remuant toûjours, & l'écrasant jusqu'à ce qu'il fût parfaitement sec ; quand la matiere a été en cet état, & qu'elle a été refroidie, je l'ai réduite en poudre & l'ai gardée dans un lieu sec.

J'en ai mis ensuite dans un petit matras, ensorte que la matiere n'en occupa qu'environ le tiers ; j'ai bouché le col du matras avec un bouchon de papier, puis j'ai pris un creuset de la hauteur de quatre à cinq doigts, dans le fond duquel j'ai mis un peu de sable ; j'ai placé le matras dessus, & j'ai entouré le reste du matras de sable. Après quoi j'ai placé le creuset dans un petit fourneau, j'ai fait autour du creuset un feu du premier degré, pendant environ une demi-heure ; & quand le vaisseau a été échauffé, j'ai augmenté le feu jusqu'à faire rougir la matiere, ce

qui demande environ l'espace de cinq quarts d'heures; ensuite j'ai laissé éteindre le feu, j'ai bouché exactement le matras avec un bouchon de Liege, observant pourtant de le laisser refroidir petit à petit avant que de le bien boucher, parce que sans cette précaution le vaisseau casseroit, & en effet il m'est arrivé qu'ayant bouché mon matras trop tôt, la vapeur rarefiée qui s'élevoit encore de la matiere, n'ayant pû trouver d'issuë par le col, avoit fait un trou au fond du matras, & avoit même détruit en quelque façon, la forme du vaisseau, qui étant assez mince, cedoit d'autant mieux à l'effort de la vapeur.

Quand la matiere a été suffisamment refroidie; je l'ai versée sur du Papier, & elle ne l'a brûlé, ni même échauffé, elle étoit d'une couleur grise.

Je me suis servi du même procedé pour toutes les matieres dont il sera parlé dans la suite. Le sang avec parties égales d'Alun a fait un Phosphore qui brûloit assez vîte.

Le jaune d'Oeuf traité de la même maniere, en a aussi donné un fort bon, mais le blanc d'Oeuf n'a rien fait du tout.

Les Mouches Cantarides, les Vers de terre, m'ont fort bien réüssi.

La chair de Bœuf, celle de Mouton, de Veau hachées & pilées assez de tems pour qu'elles puissent passer au travers d'un tamis, & mêlées avec autant pesant d'Alun, ont donné un Phosphore semblable à celui du sang.

Parmi les matieres animales que j'ai employées, l'Urine & le blanc d'Oeuf étant les seules qui n'avoient pû faire un Phosphore avec parties égales d'Alun, j'ai essayé si le double de ce sel ne les feroit point agir, mais ma tentative a été inutile.

J'ai examiné ensuite si les Phosphores qui avoient réüssi avec parties égales d'Alun réüssiroient de même avec le double du même sel, & de cette maniere le sang, le jaune d'Oeuf, les chairs, les mouches & les vers ont fait un Pho-

ſphore qui m'a paru s'enflammer plus vîte que quand on n'employe que parties égales d'Alun; ce qui m'a donné la curioſité de refaire les mêmes experiences, en augmentant par degrés la doſe de l'Alun.

J'ai remarquai que quand on mêloit ſix parties d'Alun ſur une partie des matieres ſulphureuſes rapportées ci-deſſus, le Phoſphore qui en reſultoit, brûloit plus vivement que dans les experiences précedentes ; il m'a même parû qu'il étoit auſſi vif à ſept parties d'Alun qu'à ſix ; mais à huit il n'a preſque plus de force, il ne s'enflamme que quand il eſt encore chaud & nouvellement tiré du feu, & deux ou trois heures après qu'il a été fait, il ne produit plus rien, au lieu que les autres conſervent leur vertu pendant plus de huit jours, pourvû qu'on les tienne exactement bouchés.

Quand j'ai employé dix parties d'Alun ſur une des matieres ſulphureuſes dont il a été parlé, je n'ai jamais fait de Phoſphore, & j'ai remarqué que l'Urine & le blanc d'Oeuf n'en ont point fait auſſi avec aucune des proportions d'Alun qui avoient réüſſi avec les autres matieres.

Les animaux m'ayant fourni pluſieurs matieres propres à faire un Phoſphore, j'ai paſſé à l'examen des Vegetaux, pour voir s'ils m'en pourroient donner un ſemblable ou approchant avec les mêmes proportions d'Alun.

J'ai d'abord commencé mes experiences ſur les ſemences; les farines de Segle, de Froment, d'Orge, & pluſieurs autres, ne ſe ſont point enflammées avec parties égales d'Alun, à la difference des matieres animales qui avoient fait un Phoſphore avec pareille doſe de ce ſel ; mais depuis le double d'Alun juſqu'à ſept parties, le Phoſphore s'eſt toûjours de mieux en mieux allumé, & même preſqu'auſſi vivement que celui du ſang & du jaune d'Oeuf.

Le Miel a eu le même ſort que toutes les autres matieres vegetales dont il a été parlé, il n'a rien fait à poids égal, & il a fait beaucoup à ſix parties d'Alun.

Les feüilles de Romarin, de Beaume, de Senné ont fait

un Phoſphore à deux, trois & quatre parties d'Alun, mais ils n'ont plus rien fait à cinq ni à ſix, ce Phoſphore même ne dure pas long-tems, & ne fait bien ſon effet qu'étant encore un peu chaud; celui du Senné m'a parù plus fort que celui des autres feüilles.

Les fleurs à trois & quatre parties d'Alun ſe ſont bien enflammées, les Roſes principalement.

Les bois de Saſſafras, de Gayac m'ont donné un Phoſphore, mais il faut obſerver, pour en tirer de ces bois, de ne point faire auſſi grand feu qu'aux autres matieres, car ſans cette précaution il ne ſe feroit rien du tout.

Les racines d'Iris, la Rhubarbe ne ſe ſont bien allumées qu'à deux & trois parties d'Alun, ils ne réüſſiſſent pas quand on y en met davantage.

Comme c'eſt par la matiere huileuſe que ces corps contiennent que le Phoſphore ſe fait, j'ai cru que les huiles ſeparées des autres principes pourroient faire un Phoſphore comme les autres matieres déja rapportées, mais j'ai trouvé beaucoup de difference, car elles n'ont rien fait au ſimple, au double, ni au triple d'Alun, & quoi-qu'en continuant par degrés, cinq parties d'Alun ſur une de ces huiles ayent produit un Phoſphore, il n'eſt pas à beaucoup près auſſi vif que celui qu'on tire des animaux & des ſemences.

Ce que j'ai remarqué de particulier, c'eſt qu'elles ſe ſont enflammées à dix parties d'Alun, ce qui n'étoit point arrivé aux autres matieres; il eſt vrai que la proportion de dix parties d'Alun ſur une, ne fait pas en cette occaſion un auſſi bon Phoſphore que celle de cinq.

Les huiles dont je me ſuis ſervi, ſont l'huile d'Amandes douces, d'Olives, de Gayac, & de Corne de Cerf: celles de Gayac & de Corne de Cerf ont mieux fait que les deux premieres.

Après avoir fait des Phoſphores avec des matieres tirées des animaux & des vegetaux, comme je viens de le rapporter, j'ai travaillé ſur beaucoup de matieres minera-

les & metalliques, comme le fer, le Soulfre commun, l'Antimoine, le Soulfre doré d'Antimoine, & quelques autres, je les ai mêlées avec differentes proportions d'Alun, aucune ne m'a jamais paru produire de flamme, ni même de chaleur.

D'où l'on voit que pour faire un Phosphore semblable à celui de M. Homberg, c'est particulierement aux matieres vegetales & animales qu'il faut avoir recours.

Il est tems d'examiner maintenant s'il n'y auroit point quelqu'autre sel qui pût être substitué à l'Alun pour la formation du Phosphore dont il s'agit.

Par les differentes analyses qui ont été faites des sels que nous connoissons, on sçait que les acides du Vitriol, du Soulfre commun & de l'Alun, sont d'une même nature; j'ai donc voulu voir si l'on pourroit substituer les uns à la place des autres, & comme M. Homberg marque que le Colcothar lui avoit réüssi rarement, j'ai crû que le Vitriol qui est beaucoup plus chargé d'acides pourroit faire plus d'effet. Je l'ai donc employé de la même façon que l'Alun, mais mon épreuve a été inutile; je n'ai même jamais réüssi avec le Colcothar, quelque tentative que j'en aye faite; peut-être ay-je manqué à quelques circonstances, ayant éprouvé plusieurs fois que la réüssite de quelques-unes des operations que j'ai rapportées sur les vegetaux dépendoit souvent, ou d'un peu trop de feu, ou de la quantité d'Alun.

Le Vitriol n'ayant rien fait, j'ai essayé le Sel de Soulfre, qui, comme l'on sçait, n'est qu'un sel artificiel composé de l'acide du Soulfre incorporé dans les pores du sel de Tartre, celui-ci n'a pas eû plus de succès.

Quoique je sçeusse bien que d'autres sels, dont nous allons parler, seroient incapables de produire l'effet de l'Alun sur les matieres vegetales & animales; cependant pour n'avoir rien à me reprocher, je les ai examinés les uns après les autres.

Le sel Marin, le crystal de Tartre, le Borax, le sel

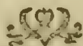
Polychreſte, le Tartre vitriolé, le ſel de Tartre mêlés en differens poids avec ces matieres n'ont rien fait.

Le Salpêtre a fait dans notre operation ce qu'il a coûtume de faire quand il eſt mêlé avec des matieres huileuſes; c'eſt-à-dire, que quand la matiere a été échauffée, elle eſt ſortie du matras avec grand bruit & détonation, & par conſequent le Phoſphore a manqué.

Mais ſi vous ajoûtez à la matiere d'un Phoſphore fait avec l'Alun & mis au point de s'enflammer, du Salpêtre bien ſec, à peu près deux gros ſur une demi-once de la matiere; que vous le mêliez exactement dans le matras après l'avoir bien bouché, vous voyez qu'étant verſé ſur du papier, le Phoſphore brûle avec beaucoup plus de force qu'il ne faiſoit auparavant que d'être mêlé avec le Salpêtre.

Enfin, j'ai voulu voir ſi les acides degagés de leurs parties terreuſes ou metalliques, comme ils le ſont dans les eſprits de Nitre, de Sel, de Vitriol, ne réüſſiroient pas mieux que les ſels concrets d'où ces eſprits avoient été tirés; mais ils n'ont pas eû plus de ſuccès, & même l'eſprit d'Alun, que tous les ſels dont on vient de parler.

Ce ſeroit ici le lieu de faire des reflexions phyſiques ſur les experiences qui viennent d'être rapportées; mais comme ces reflexions pour être ſuffiſamment confirmées demandent & ſuppoſent même d'autres experiences que je n'ai point encore tout-à-fait achevées, la Compagnie me permettera de remettre ce détail à une autre fois.



TRAITE'

TRAITÉ DE LA CUBATURE DE LA SPHERE; OU DE LA CUBATURE DES COINS ET DES PYRAMIDES SPHERIQUES,

Que l'on démontre égales à des Pyramides Rectilignes.

Par M. DE LAGNY.

Les Geometres du dernier ſiecle regarderent comme une grande découverte la Cubature du Coin cylindrique. Elle fut trouvée preſque en même temps, quoiqu'en differentes manieres, par feu M. Paſcal, par le P. Laloubere, par le P. Gregoire de S. Vincent, le Docteur Wallis & quelques autres.

Ce Coin cylindrique eſt la ſomme d'une infinité de Triangles rectilignes & rectangles ſemblables qui décroiſſent en même raiſon que les Quarrés des Ordonnées dans le Cercle. Cette ſomme eſt les deux tiers du Priſme rectiligne & triangulaire circonſcrit au Coin cylindrique, de même que la Sphere eſt les deux tiers du Cylindre circonſcrit. C'eſt préciſément la même démonſtration pour ces deux Théoremes.

Perſonne, que je ſçache, ne s'étoit appliqué avant moi à chercher la cubature du Coin ſpherique : accoûtumés à regarder la Cubature de la Sphere entiere comme un corollaire de la Quadrature du Cercle, & même comme un Problême un peu plus compoſé, les Geometres ne ſe ſont point aviſés de chercher directement la Cubature exacte d'aucune de ſes parties. Cependant les ouvrages d'Archi-

mede sur la Sphere font assez voir qu'il est plus aisé de trouver exactement le rapport de ses parties que celui des parties du Cercle. Car il a été déterminé geometriquement le rapport des segmens de la Sphere coupée, comme que ce soit, par un plan, aussi-bien que le rapport des surfaces spheriques de ces segmens, au lieu que ni lui, ni aucun Geometre depuis n'a pû déterminer exactement ni en nombres, même irrationnaux, ni par l'intersection de quelques lignes décrites par un mouvement réglé & continu, le rapport de deux segmens inégaux d'un même Cercle, ni le rapport des arcs de ces segmens. On a seulement exprimé ces rapports par des Series indéfinies, c'est-à-dire, par des especes d'approximation qui sont plus ou moins estimables, à proportion que la méthode est plus ou moins prompte & facile. Mais quand même il seroit impossible de trouver rien de mieux sur ce sujet que ces méthodes d'approximation, il y auroit toûjours une distance infinie entre l'exactitude entiere & geometrique des Theoremes d'Archimede & la simple approximation des nouveaux Geometres.

La Quadrature des Lunules est encore plus aisée à trouver que la Cubature du Coin cylindrique. Cette Quadrature se réduit à trouver un rayon multiple en puissance d'un rayon donné, c'est-à-dire, à trouver une moyenne proportionnelle entre les deux lignes données, dont l'une est précisément multiple de l'autre. On fait ensuite une exacte compensation d'un segment de grand Cercle retranché, & de deux ou plusieurs segmens de moindre Cercle ajoûtés à une même surface plane, rectiligne, commune, le grand segment étant semblable, & lui seul égal aux deux ou à plusieurs segmens de petit Cercle.

La Cubature des Coins & des Pyramides spheriques n'a rien de commun, comme on le verra par la suite, ni avec la Cubature des Coins cylindriques, ni avec la Quadrature des Lunules.

Il s'agit d'abord de couper en raison donnée l'aire d'un

Triangle ſpherique par un arc de grand Cercle, & de déterminer enſuite entre l'infinité de manieres differentes de reſoudre ce Problême, la ſeule qui reduit à une Pyramide ſpherique le Coin tronqué qui peut être cubé. Il eſt encore infiniment plus difficile de déterminer le cas du Coin ſpherique parfait. Voici en général l'eſprit de ma méthode.

I. J'appelle ſecteur ſpherique primitif, tout ſecteur de ſphere compris ſous deux grands quarts de Cercle, & ſous un troiſiéme ſecteur quelconque auſſi de grand Cercle, & ſous un Triangle ſpherique birectangle. J'appelle ce ſecteur *primitif*, parce qu'il eſt le plus ſimple, le plus regulier & le plus parfait entre l'infinité de ſecteurs qui peuvent lui être égaux.

II. Ce ſecteur primitif, de même que tout autre ſecteur, peut être regardé comme une Pyramide dont la pointe eſt au centre de la Sphere, dont la baſe eſt le Triangle ſpherique, & dont la hauteur eſt le rayon de la Sphere.

III. Si l'on coupe un ſecteur de Sphere primitif $ABCD$ (Fig. 1.) compris ſous les deux quarts de grand Cercle ABC, ACD ſous un troiſiéme ſecteur quelconque ABD, & ſous le Triangle ſpherique iſoſcele & birectangle BCD. Si, dis-je, on coupe ce ſecteur primitif par un plan EFG, parallele à la baſe ABD & perpendiculaire au rayon AC; & que le rayon AC ſoit a, la partie AE ſoit x, & la partie $EC = y$.

Il eſt aiſé de démontrer que le ſecteur entier $ABCD$ eſt à ſon ſegment ſuperieur $CEFG$, comme $2a^3$ eſt à $3ayy - y^3$, & à ſon ſegment inferieur $ABDFEG$ comme $2a^3$ eſt à $3aax - x^3$, & par conſequent que le ſegment ſuperieur eſt au ſegment inferieur comme $3ayy - y^3$ eſt à $3aax - x^3$.

Car le quarré de toute ordonnée EG eſt $aa - xx$, leur nombre eſt x & $x = 0 = 1 = 2 = 3 = 4$, &c. $= x = a$. Donc leur ſomme eſt $aax - \frac{1}{3}x^3$, & lorſque

leur nombre eſt a, la ſomme eſt $a^3 - \frac{1}{3}a^3$ ou $\frac{2}{3}a^3$, donc le ſecteur entier peut être repreſenté par $\frac{2}{3}a^3$ & le ſegment inferieur par $aax - \frac{1}{3}x^3$, ils ſont donc entre eux comme $2a^3$ eſt à $3aax - x^3$, le reſte eſt aiſé en ſubſtituant $a - x = y$, & l'on trouve le rapport du ſecteur au ſegment ſuperieur comme $2a^3$ eſt à $3ayy - y^3$.

En nombres entiers ſi l'on ſuppoſe le rayon AC ſucceſſivement égal à 2, 3, 4, 5, &c. & les parties AE, EC, auſſi ſucceſſivement chacune égale à 1, 2, 3, 4, 5, &c. on trouvera les rapports marqués dans la Table ſuivante qu'on peut continuer à l'infini.

Rayon.	Partie de Rayon.	Partie de Rayon.	Segment ſuperieur.	Segment inferieur.	Secteur entier.
AC	AE	CE	$CEGF$	$ABDEFG$	$ABCD$
2	1	1	5	11	16
3	2	1	8	46	54
3	1	2	26	28	54
4	1	3	47	81	128
4	2	2	40	88	128
4	3	1	11	117	128
5	1	4	176	74	250
5	2	3	108	142	250
5	3	2	52	198	250
5	4	1	14	236	250
&c.	&c.	&c.	&c.	&c.	&c.
8	3	5	549	475	1024
8	5	3	835	189	1024
&c.	&c.	&c.	&c.	&c.	&c.
a	x	y	$3ayy - y^3$	$3aax - x^3$	$2a^3$
		ou $a - x$	ou $2a^3 - 3aax + x^3$	ou $2a^3 - 3ayy + y^3$	

IV. Pour couper par un plan parallele à la baſe un ſecteur primitif en raiſon donnée de $2a$ à b, je forme cette analogie $2a^3 : 3aax - x^3 :: 2a : b$, qui me donne l'équation réduite $3aax - x^3 = a^2 b$, & c'eſt une équation

à la trissection de l'arc d'un Cercle dont le rayon est a, la corde de l'arc simple x, & la corde de l'arc triple est b, d'où je tire la construction suivante.

V. Soit encore le secteur primitif $ABCD$, (Fig. 1.) qu'il faille diviser par un plan EFG parallele à la base ABD, ensorte que le secteur entier soit au segment inferieur $ABDEFG$, comme 16. à 11. je décris à part (Fig. 2.) avec le rayon de la Sphere AB le demi-cercle $BEFC$; je divise le diametre BC en 16. parties égales dont je prends BD égale à 11. j'applique à la circonference la droite BF égale à BD, & je prends BE corde du tiers de l'arc BEF. Enfin je prends dans la Fig. 1. la ligne AE égale à BE & le plan EFG passant par le point E & parallele à la base ABD coupera le secteur $ABCD$ en raison donnée de 16. à 11. la ligne AE est en ce cas précisément la moitié du rayon AC, ce qui est évident par l'Article précedent.

Si l'on avoit proposé de couper ce secteur en raison donnée de 13. à 14. pour les segment superieur & inferieur, on auroit pris $BC = 54$.
$= BD = BF\ 28$.
& l'on auroit trouvé $BE = AE = 9$. tiers du rayon de la Sphere AB.

Remarquez l'analogie merveilleuse qui se trouve entre la methode d'Archimede pour diviser la surface de la Sphere en raison donnée, & celle-ci pour diviser de même sa solidité. L'une & l'autre de ces methodes dépend de la division du diametre en même raison. Ce grand Geometre, après avoir resolu si simplement le premier Problême, n'a pu resoudre le second que d'une maniere très obscure & très embarassée par une longue suite de propositions très difficiles, au lieu que l'analyse nous fournit la solution la plus simple & la plus élegante qu'il soit possible de trouver.

VI. Lorsqu'on commence par diviser le rayon AC en raison donnée au point E (Fig. 1.) & qu'on divise le sec-

teur par le plan *EFG*, on trouve aiſément le rapport des deux ſegmens par les formules ci-deſſus, $2a^3$ pour le ſecteur entier, $3aax - x^3$ pour le ſegment inferieur, &c. Si au contraire on commence par vouloir diviſer le ſecteur en raiſon donnée, l'on trouvera le point *E* ou la ligne *AE* par l'équation $3aax - x^3 = aab$. Car le rayon étant *a* & $AE = x$, la petite valeur d'*x* eſt ce qu'on cherche. Cette équation eſt du troiſiéme degré dans le cas irreductible, on ſçait la reſoudre geometriquement, & on la reſoudra arithmetiquement par les methodes que j'ai données dans mes Elemens d'Algebre & dans les Memoires de l'Academie.

VII. Si après avoir diviſé le ſecteur *ABCD* (Fig. 3.) en raiſon donnée par exemple de 5 à 11 par la biſſection du rayon *AC* en *E*, l'on peut diviſer l'aire du grand Triangle ſpherique *BCD* par l'arc du grand cercle *OH* en même raiſon de 5 à 11, c'eſt-à-dire, en ſorte que le Triangle ſpherique *COH* ſoit au triangle ſpherique *CBD* comme 5 à 16, & que par le centre de la Sphere *A* & par les points *O* & *H* on imagine le plan du ſecteur de grand Cercle *AOH* qui coupe le plan *EFD* dans la ligne *LM*, commune ſection de ces deux plans, il eſt évident que le ſecteur ſpherique *ACOH* ſera les $\frac{5}{16}$ du ſecteur ſpherique *ABCD*, de même que le ſegment ſuperieur *CEFG* eſt les $\frac{5}{16}$ du même grand ſecteur *ABCD*. Donc le ſecteur *ACOH* ſera égal au ſegment *CEFG*, & ôtant de part & d'autre ce qu'ils ont de commun, qui eſt le ſolide *CEMHOI*, il reſtera du côté du ſecteur la Pyramide purement rectiligne *AEIM* égale au Coin ſpherique tronqué *FGHOIM*, portion de Sphere compriſe ſous les cinq ſurfaces ſuivantes.

1°. Le Quadrilatere ſpherique *FGHO* formé par l'arc de grand Cercle *HO* par l'arc de petit Cercle *FG*, & par les deux arcs de grand Cercle oppoſés *FO* & *GH*.

2°. & 3°. Les deux Triangles plans mixtilignes *FIO* & *GHM*.

4°. & 5°. Les deux Quadrilateres plans & mixtilignes *HMIO* & *GMIF*.

VIII. Si le point *O* (Fig. 4.) s'abaiſſe au point *F* (Fig. 4.) enſorte que le Triangle ſpherique *CFH* ſoit égal (comme il peut toûjours l'être) au Triangle ſpherique *COH* (Fig. 3.) & que *CFH* ſoit les $\frac{5}{16}$ de *CBD*, on aura une Cubature plus ſimple & plus élegante, car la Pyramide rectiligne *AEFM* ſera égale à la Pyramide ſpherique *FMGH* compriſe ſeulement ſous les quatre ſurfaces triangulaires ſuivantes.

1°. Le Triangle ſpherique *FGH*, formé des deux arcs de grand Cercle *GH*, *FH*, & de l'arc du petit Cercle *FG*.

2°. 3°. & 4°. Les trois Triangles plans & mixtilignes *MGH*, *HMF* & *FGM*.

IX. Enfin, ſi au lieu de prendre pour baſe le quart de grand Cercle *ABD*, on prend un ſecteur plus grand, les points *O* & *H* de la Figure 3. s'abaiſſeront toûjours vers *F* & *G*, & ſi l'on prend cette baſe *ABD*, (Fig. 5.) de 121°. 32'. — & le point *O* tombera préciſément en *F*, & le point *H* en *G*, & l'on aura la Cubature de toutes, la plus ſimple & la plus parfaite. Car la commune ſection *IM* (Fig. 3.) deviendra (Fig. 5.) la corde commune de l'arc de grand Cercle *OH* & de l'arc du petit Cercle *FG*, ainſi la Pyramide *AEIM* de la Fig. 3. qui étoit devenuë (Fig. 4.) la Pyramide *AEFM* deviendra (Fig. 5.) la Pyramide *AEFG*, & cette derniere Pyramide ſera égale au Coin ſpherique parfait *FGH*, compris ſeulement ſous trois ſurfaces.

1°. Le biligne ſpherique formé par l'arc de grand Cercle *FHG*, & l'arc de petit Cercle *FG*.

2°. Le ſegment de grand Cercle *FHG*.

3°. Le ſegment de petit Cercle *FG*. Ces deux ſegmens ayant la même corde *FG*.

X. Toute la difficulté conſiſte à conſtruire les Triangles ſpheriques *COH* pour le Coin ſpherique tronqué, *CFH*

pour la Pyramide ſpherique, & *CFG* pour le Coin ſpherique parfait.

XI. Il y a une infinité de ſecteurs de Sphere primitifs differens, ſuivant que le ſecteur de la baſe *ABD* eſt plus ou moins éloigné du demi-Cercle, qui eſt ſon aſymptote de grandeur. Chaque ſecteur primitif peut être coupé par une infinité de plans paralleles à la baſe, & dans chaque ſection faite d'un même ſecteur primitif par un même plan, on peut varier à l'infini la ſection par le plan de grand Cercle *AOH*, enſorte par exemple que le Triangle ſpherique *COH* ſoit toûjours les $\frac{5}{11}$ du Triangle ſpherique *CBD*, mais que le point *H* tombe depuis le point *H* (Fig. 4.) juſques au point *G* (Fig. 5.) & ainſi l'arc *G H* (Fig. 4.) eſt le lieu geometrique de tous ces Triangles par rapport à l'arc *C H*.

Il s'enſuit que par rapport aux Coins ſpheriques tronqués, il y en a une infinité d'infinités d'infinités qu'on peut cuber, & que leur nombre eſt un infini du troiſiéme degré; j'en donnerai deux exemples les plus ſimples qu'il ſoit poſſible. Le premier dans le cas du ſecteur de Sphere primitif, qui a pour baſe le quart de Cercle, & le ſecond dans le cas où cette baſe eſt le tiers du même Cercle.

XII. La Pyramide ſpherique comme plus parfaite & plus ſimple que le Coin ſpherique tronqué, eſt auſſi plus difficile à cuber; il n'y en a qu'une dans chaque ſection de chaque ſecteur, il y en a par conſequent une infinité d'infinités, & leur nombre eſt un infini du ſecond degré: j'en donne un ſeul exemple dans le ſecteur primitif qui a pour baſe le quart de Cercle.

XIII. Enfin le Coin ſpherique parfait eſt de toutes ces portions de Sphere le plus difficile à cuber, comme c'eſt auſſi la Cubature de toutes, la plus ſimple & la plus parfaite.

Il n'y a qu'un ſeul Coin ſpherique parfait qu'on puiſſe cuber dans chaque ſecteur ſpherique, qui doit être plus grand que la $\frac{1}{8}$ & plus petit que le $\frac{1}{4}$ de la Sphere, ou

(ce

(ce qui revient au même) ſa baſe doit être plus grande que le quart de Cercle & moindre que le demi-Cercle. Le nombre de ces Coins ſpheriques parfaits eſt un infini du premier degré. J'en donne deux exemples, le premier dans le cas de la biſſection du rayon *AC*, & le ſecond dans le cas de la biſſection du ſecteur.

XIV. Je trouvai en 1682. le premier cas de la Cubature du Coin tronqué dans le ſecteur primitif compris ſous trois grands quarts de Cercle & coupé par un plan qui coupe le rayon en deux également.

XV. En 1693 je démontrai dans l'Academie ce premier cas, & celui de la Pyramide ſpherique, avec le lieu geometrique des Coins tronqués.

XVI. En 1703. je donnai le calcul Trigonométrique, & le calcul exact & analytique de ce même premier cas.

XVII. En 1712. au mois de Septembre, je donnai dans la derniere aſſemblée de l'Academie, la Cubature du Coin ſpherique parfait. Je ne fis que prendre datte pour cette découverte, & j'apportai l'exemple qui ſe preſente le premier naturellement à l'eſprit. C'eſt celui de la biſſection du rayon, le Problême ſe reduit à une équation du 27me. degré qu'on abaiſſe au 13me. irreductiblement. Cette équation a tous ſes termes moyens; & la plûpart des coëfficiens ſont des nombres exprimés par ſix ou ſept chiffres, quoique le rayon de la Sphere ſoit ſeulement ſuppoſé égal à *1*.

Je donnerai donc en tout cinq cubatures, mais qui ſerviront pour tous les cas poſſibles.

Deux Cubatures pour le Coin ſpherique tronqué.

Une pour la Pyramide ſpherique.

Et deux pour le Coin ſpherique parfait.

XVIII. Lorſque le ſecteur ſpherique eſt donné geometriquement, ſans qu'on connoiſſe en nombre le rapport de ſa baſe au quart de Cercle, on ne peut trouver la Cubature du Coin ſpherique parfait que par une équation

tranfcendante qui comprenne la fuite infinie de tous les degrés.

Car ayant fuppofé le rayon $=a$ & la diftance du centre de la Sphere au plan coupant égale à x, on aura pour fecante de l'arc du fegment fuperieur $\frac{aa}{x}$.

Il faut enfuite fuppofer l'angle du fecteur de la bafe divifé en autant de parties égales que $4a^3$ contient d'unités.

Enfuite fuppofant la Tangente d'une de ces parties $=y$ il faut élever le binome $a+y$ à deux puiffances, l'une dont l'expofant foit $2a^3$, & l'autre dont l'expofant foit $3aax - x^3$.

Ces deux puiffances étant formées, on trouvera par la methode des termes alternatifs que j'ai donnée dans les Memoires de 1708. les formules des deux Tangentes des deux angles, dont l'une eft multiple de celui qui a y pour Tangente felon l'expofant $2a^3$, & l'autre eft le complement du multiple felon l'expofant $3aax - x^3$, & multipliant ces deux Tangentes l'une par l'autre & le produit par x, ce dernier produit fera égal à a^3; & c'eft l'équation qu'il faut refoudre.

La grandeur y eft regardée comme connuë, parce que a & par confequent $4a^3$ étant connus, la Tangente y de l'angle $\frac{1}{4a^3}$ eft auffi regardée comme connuë.

Cette équation eft tranfcendante & indéfinie, étant mêlée dans fes expofants de tous les termes moyens des expofants de la grandeur connuë a, de la grandeur fuppofée connuë y, & de l'inconnuë x.

Les deux exemples fuivans vont éclaircir cet Article.

CALCUL

Pour la Cubature du Coin fpherique parfait formé par la biffection du rayon.

XIX. Je fuppofe la chofe faite.

Soit le fecteur fpherique primitif compris fous les deux grands quarts de Cercle ACB, ACD, fous le Triangle

ſpherique birectangle *BCD*, & ſous un troiſiéme ſecteur *ABD* qui ſert de baſe, & dont l'angle obtus *BAD* eſt inconnu, mais qu'il ſoit tel, que diviſant le rayon *AC* perpendiculaire à la baſe *BAD* en deux également au point *E*, & faiſant paſſer par ce point *E* un plan *EFGH* parallele à la baſe *ABD*, il coupera le ſecteur primitif en deux ſegmens, dont le ſuperieur *CEFHG* ſera à l'inferieur *AB DFEGHF* comme 5 à 11, c'eſt-à-dire, que le ſegment ſuperieur ſera au ſecteur primitif entier comme 5 à 16.

Or l'angle *BAD* eſt ſuppoſé tel que faiſant paſſer un ſecond plan de grand Cercle par le centre *A* & par les points *F*, *G*, de commune ſection du plan *FEG* & des quarts de grands Cercles *BC*, *CD*, le Triangle ſpherique *CFG* eſt auſſi les $\frac{5}{16}$ du Triangle ſpherique birectangle *BCD*: d'où il s'enſuit que le Coin ſpherique parfait *FH GIF* eſt égal à la Pyramide rectiligne *AEFG*. Il s'agit de trouver & de déterminer cet angle plan *BAD*, ou ſon égal, l'angle ſpherique *BCD*.

Je diviſe ce dernier angle en deux également par le grand quart de Cercle *CHK*, qui coupe perpendiculairement & en deux également les arcs *FHG* en *H*, & *BKD* en *K*.

Enſuite ſuppoſant les proprietés déja connuës des Triangles ſpheriques par rapport à leurs angles, à leurs côtés & à leurs aires.

Je ſuppoſe que l'angle *BAK* eſt $16y$ auſſi-bien que l'angle ſpherique *BCK*.

L'aire du Triangle *BCK* ſera repreſentée par $16y$, il faut que l'aire du Triangle ſpherique *CHG* ſoit repreſentée par $5y$, c'eſt-à-dire, que l'angle *CHG* étant droit par conſtruction, & l'angle *GCH* étant $16y$ par hypotheſe, la ſomme des deux angles obliques doit ſurpaſſer un angle droit de $5y$. Il faut donc que l'angle oblique *CGH* ſoit de $90 - 11y$, afin qu'y ajoûtant $16y$, la ſomme ſoit $90 + 5y$.

J'appelle x la Tangente de l'angle y, qui eſt la 32me.

partie de l'angle plan *BAD*, & appellant *a* le rayon de la Sphere, j'exprime univerſellement le rapport des Tangentes des angles $16y$ & $11y$, & ayant exprimé cette derniere Tangente, il eſt aiſé d'exprimer la Tangente de ſon complement $90 - 11y$.

Donc je puis exprimer par *a* & *x* & leurs puiſſances les Tangentes de l'angle *GCH* & de l'angle *CGH*.

Enfin dans le Triangle ſpherique *CGH*, je connois,

1°. L'angle droit *CHG*.

2°. Le côté ou arc *CG* de 60 degrés qui ſert d'hypothenuſe.

3°. Les Tangentes des angles obliques *CGH* & *GCH* ſont exprimées par les puiſſances de *a* & de *x*. Donc on peut former une équation dont le terme connu ou l'homogene de comparaiſon eſt le ſinus, la Tangente ou la Secante de l'hypothenuſe connuë *CG*, ou de ſon complement *BG*, & l'autre membre de l'équation eſt formé des puiſſances d'*a* & de *x*, on trouvera donc la valeur d'*x*, tangente de l'angle *y*, on connoîtra donc *y* & $32y$, c'eſt-à-dire, l'angle *BAD*, & le Problême eſt reſolu, comme on le verra dans le calcul ſuivant.

Soit le rayon $= a = 2$.

Donc $4a^3 = 32$. Soit l'angle $BAD = 32y$.

Soit la Tangente de $\frac{1}{4a^3}$ ou de $\frac{1}{32}$ de l'angle $BAD = x$.

Il faut exprimer la Tangente de $11y$ & celle de $16y$, & pour cela je me ſers de la méthode que j'ai donnée dans les Memoires de 1705.

J'éleve le binome $a + x$ à la 11me. & à la 16me. puiſſances ; & pour le faire de la maniere la plus ſimple & la plus élegante, voici ma méthode :

Pour la onziéme puiſſance d'$a + x$.

J'écris d'abord a^{11}, $a^{10}x^1$, a^9x^2, a^8x^3, &c. a^1x^{10}, x^{11} & pour trouver les multiplicateurs, qu'on confond mal-à-propos avec les coëfficiens, comme 11 eſt un nombre impair, j'en ôte 3 par régle generale, il reſte 8, dont la moitié 4

donne le nombre de ces multiplicateurs qu'il faut chercher : car on ne doit pas compter les multiplicateurs du premier ni du ſecond terme, ni ceux du penultiéme & du dernier, parce que les multiplicateurs du premier & du dernier termes ſont toûjours *1* par analogie, & les multiplicateurs du ſecond & du pénultiéme termes ſont toûjours égaux chacun à l'expoſant même de la puiſſance qui eſt ſuppoſé = *11* dans cet exemple. Lorſque cet expoſant de la puiſſance eſt un nombre pair comme *16*, il auroit fallu par régle générale en ôter 2, & du reſte *14* en prendre la moitié, qui eſt 7, & 7 eſt le nombre des multiplicateurs qu'il faut trouver.

Le premier des quatre multiplicateurs cherchés dans la 11me. puiſſance ſe trouve ainſi : j'ôte *1* de *11*, il reſte *10* dont je prends la moitié, c'eſt *5*; je multiplie *11* par *5* le produit *55* eſt le premier multiplicateur cherché.

Pour avoir le ſecond multiplicateur j'ôte 2 de *11*, il reſte *9* dont je prends le tiers, c'eſt *3*, je multiplie le premier multiplicateur trouvé *55* par *3*, le produit eſt *165*, C'eſt le ſecond multiplicateur cherché.

Pour avoir le 3me. multiplicateur, j'ôte *3* de *11*, il reſte *8* dont je prends le quart, c'eſt 2, & je multiplie le ſecond multiplicateur trouvé *165* par 2, le produit *330* eſt le 3me. multiplicateur cherché.

Enfin pour avoir le 4me. & dernier multiplicateur cherché, j'ôte *4* de *11*, il reſte 7 dont ne pouvant prendre en entier la 5me. partie, je prends la 5me. de *330*, troiſiéme multiplicateur trouvé, ce 5me. eſt *66* que je multiplie par 7, le produit eſt *462*, & c'eſt mon 4me. & dernier multiplicateur cherché, ayant donc ces quatre multiplicateurs & les deux premiers *1* & *11*, je les écris par ordre & enſuite en ordre contraire, comme il ſuit.

$$1a^{11} + 11a^{10}x^{1} + 55a^{9}x^{2} + 165a^{8}x^{3} + 330a^{7}x^{4} + 462a^{6}x^{5} + 462a^{5}x^{6} + 330a^{4}x^{7} + 165a^{3}x^{8} + 55a^{2}x^{9} + 11a^{1}x^{10} + 1x^{11}.$$

C'eſt la onziéme puiſſance cherchée d'$a + x$.

Or ſuivant mon Theoreme inſeré dans les Memoires de 1705. le rayon étant a, & la Tangente de l'angle ſimple étant x, la Tangente de l'angle multiple par 11 eſt une fraction dont le numerateur eſt formé du 2^{d}. du 4me. du 6me. du 8me. termes, &c. c'eſt-à-dire, de tous les termes en lieux pairs de la 11me. puiſſance d'$a+x$, & le denominateur eſt formé du 1er. du 3me. du 5me. du 7me. termes, &c. c'eſt-à-dire, de tous les termes en lieux impairs de cette même puiſſance, diviſez par le rayon a, en obſervant de mettre alternativement les ſignes + & — dans le numerateur & dans le dénominateur, ainſi la Tangente cherchée de l'angle $11y$ eſt

$$\frac{11a^{10}x^{1} - 165a^{8}x^{3} + 462a^{6}x^{5} - 330a^{4}x^{7} + 55a^{2}x^{9} - 1x^{11}}{1a^{10} - 55a^{8}x^{2} + 330a^{6}x^{4} - 462a^{4}x^{6} + 165a^{2}x^{8} - 11x^{10}}$$

Et diviſant le quarré du rayon $= aa$ par cette Tangente, on aura la Tangente du complement $90°. - 11y$ à la Tangente de l'angle CGH, qui ſera par conſequent

$$\frac{a^{11} - 55a^{10}x^{2} + 330a^{8}x^{4} - 462a^{6}x^{6} + 165a^{4}x^{8} - 11a^{2}x^{10}}{11a^{10}x^{1} - 165a^{8}x^{3} + 462a^{6}x^{5} - 330a^{4}x^{7} + 55a^{2}x^{9} - 1x^{11}}$$

Pour la ſeiziéme puiſſance d'a + x & la Tangente de l'angle ſedecuple ou 16 y.

Je trouve par la même methode que la Tangente de l'angle GCH eſt

$$\frac{16a^{16}x^{1} - 560a^{14}x^{3} + 4368a^{12}x^{5} - 11440a^{10}x^{7} + 11440a^{8}x^{9} - 4368a^{6}x^{11} + 560a^{4}x^{13} - 16a^{2}x^{15}}{a^{16} - 120a^{14}x^{2} + 1820a^{12}x^{4} - 8008a^{10}x^{6} + 12870a^{8}x^{8} - 8008a^{6}x^{10} + 1820a^{4}x^{12} - 120a^{2}x^{14} + 1x^{16}}$$

Enfin ſuivant cette analogie connuë dans les Triangles ſpheriques rectangles.

Comme le rayon
eſt à la Tangente d'un angle oblique,
ainſi la Tangente de l'autre angle oblique
eſt à la ſecante de l'hypothenuſe.

La ſecante de l'hypothenuſe CG eſt $= 2a$, donc en

multipliant les deux Tangentes ci-dessus des angles $16y$ & $90° - 11y$, & divisant le produit par a, le quotient sera égal à $2a$, ce qui donne l'équation suivante en supposant, pour abreger le rayon $= a = 1$. & $xx = 1 \times z$.

$z^{13} + 4350z^{11} + 5542z^{9} + 4344084z^{7} + 32588 55z^{5} + 2222222z^{3} + 765z^{1} = 87z^{12} + 74250 z^{10} + 2110581z^{8} + 5,016,060z^{6} + 1,171,665 z^{4} + 20,058z^{2} + 3$.

x est la Tangente de l'angle $y = 3°. 47'. 52''$. &c. & l'angle cherché BAD est de $121°. 32'$. — &c. & le Problême est resolu arithmétiquement ; & pour le resoudre geometriquement, on peut suivre la méthode ordinaire d'employer l'intersection de deux lignes courbes des genres ou degrés superieurs pour trouver la valeur ou les valeurs de z dans l'équation ci-dessus, $z^{13} + 4350z^{11}$, &c. $= 875z^{12}$, &c. $+ 3$. Mais cette méthode est impraticable par sa difficulté & sa longueur dans cet exemple. Il suffit de l'indiquer.

CALCUL

Pour la Cubature du Coin spherique parfait formé par la bissection du secteur.

XX. Soit dans la Figure 7. le rayon $AC = a = 1$. & la distance AE du centre de la Sphere A, au plan coupant EFG parallele à la base $ABD = z$, ensorte que le secteur soit coupé par ce plan en deux parties égales.

On aura l'équation du 3me. degré dans le cas irreductible & à la trissection de l'angle $3aaz - z^{3} = a^{3}$.

Donc z est la corde de la $\frac{1}{18}$ de la circonference du cercle, ou de 20. degrez, & prenant cette corde pour sinus, z sera le sinus d'environ 20. degrez $10'\frac{1}{3}$, ce qui étant regardé comme connu, je suppose l'angle cherché & inconnu de la base $BAD = 4y$, parce que $a = 1$. & $4a^{3} = 4$.

Dans le Triangle spherique BCK, l'aire est representée

par l'angle à la pointe $BCK = 2y$. Donc comme le Triangle ſpherique CHG doit être la moitié du Triangle ſpherique CBK, l'aire du Triangle CHG ſera repreſenté par y. Soit donc x la Tangente de l'angle y ou du quart de l'angle de la baſe BAD, on aura pour Tangente de l'angle double $\frac{2aax}{aa-xx}$, c'eſt la Tangente de GCH, & comme l'angle CGH doit être $= 90$. degrez y ou le complement de l'angle $= y$ dont la Tangente eſt x, il s'enſuit que la Tangente de cet angle CGH eſt $= \frac{aa}{x}$ le produit de ces deux Tangentes $\frac{2aax}{aa-xx}$, & $\frac{aa}{x}$ étant diviſé par le rayon, le quotient ſera $\frac{2a^3}{aa-xx}$. Ce quotient doit être égal à la ſecante de l'hypothenuſe CG complement de l'arc BG dont le ſinus $= y$, donc cette ſecante eſt $\frac{aa}{y}$. On a donc cette équation $\frac{2a^3}{aa-xx} = \frac{aa}{y}$, d'où il reſulte $xx = aa - 2ay$, & comme y eſt connu, le Problême eſt reſolu.

Si l'on ſuppoſe $a = 100, 00$, on aura $y = 3473$ — & par conſequent $x = 5526$. Tangente d'environ $28°. 55'$. donc l'angle cherché de la baſe ſera d'environ $115°. 40'$.

La conſtruction geometrique pour trouver $AE = y$ dépend de l'interſection du Cercle & d'une des trois ſections coniques, dont la plus ſimple eſt la parabole.

CALCUL ET CONSTRUCTION GEOMETRIQUE.

De la Cubature du Coin ſpherique tronqué, formé par la biſſection du rayon dans le cas le plus ſimple du ſecteur primitif, compris ſous trois grands quarts de Cercle & ſous le Triangle ſpherique trirectangle & équilateral.

XXI. Soit le ſecteur ſpherique $ABCD$ (Fig. 3.) compris ſous les trois grands quarts de Cercle ABC, ACD, ABD, & ſous le Triangle ſpherique trirectangle & équilateral BCD, & ſoit le rayon AC coupé en deux également

ment au point E par le plan EFG parallele à la base ABD.

Il est évident suivant ce qui a été démontré ci-dessus, que le segment superieur $CEFG$ est au secteur entier $ABCD$, comme 5 à 16.

Il s'agit de couper l'air du Triangle spherique & trirectangle BCD par un arc de grand Cercle OH, de maniere que l'aire du Triangle spherique COH soit les $\frac{5}{16}$ de l'aire du grand Triangle spherique trirectangle & équilateral BCD.

Entre l'infinité de manieres possibles de resoudre ce Problême, la plus simple est de faire que le Triangle COH rectangle en C soit isoscele, ensorte que les arcs CO, CH soient égaux. Or dans cette supposition, comme la mesure de l'aire de tout Triangle spherique est l'excès de ses trois angles sur deux angles droits, la mesure du grand Triangle BCD qui est trirectangle, sera un angle droit, & appellant x un des angles à la base du Triangle cherché COH rectangle & isoscele, la somme de trois angles 90 degrés $+ 2x$ doit surpasser un angle droit des $\frac{5}{16}$ d'un angle droit, c'est-à-dire, suivant l'expression ordinaire que $2x = 90^d. + 28^d. 7' 30'' = 118^d. 7' 30''$.

Donc $x = 59^d. 3' 45''$. Ce qu'il falloit premierement trouver. Je connois donc les trois angles du Triangle spherique COH rectangle en C, après quoi il est aisé de connoître les arcs égaux CO, CH. Si l'on suppose l'angle droit $= 1$, on aura l'angle $COH = \frac{21}{32}$, $= CHO$. Car suivant ce Theoreme ordinaire de la Trigonometrie spherique démontré par Stevin, liv. 3. de sa Cosmographie prop. 37.

Comme le sinus total
est au sinus de l'angle à la base,
ainsi la secante de ce même angle
est à la secante du côté.

Or comme le sinus total
est au sinus d'un angle,

ainsi la secante de même angle
est à sa Tangente.

Donc dans le cas du Problême la Tangente de l'angle connu *COH* est égale à la secante du côté cherché *CH* ou *CO*, & le Problême est resolu.

CONSTRUCTION GEOMETRIQUE.

Décrivez à part (Fig. 7.) le quart de Cercle *ABC* égal au quart de Cercle *ABC* (Fig. 3.) & ayant divisé l'arc *BC* en 32 parties égales, prenez *BE* égal à 21 de ces parties, & ayant élevé au point *B* la perpendiculaire ou Tangente *BD*, tirez du centre *A* par le point *E*, la secante *AED*; décrivez du point *A* comme centre, & d'un intervalle égal à *BD* un arc de Cercle qui coupe la Tangente *BD* au point *F*; tirez *AF*, qui coupe le quart de Cercle au point *G*; prenez dans la Fig. 3. les arcs *CH*, *CO* égaux chacun à l'arc *BG* (Fig. 7.) & par les points *H* & *O* faites passer l'arc de grand Cercle *OH*. Je dis que le Triangle spherique *COH* sera les $\frac{5}{16}$ du Triangle spherique *BCD*.

DE'MONSTRATION.

Chacun des angles spheriques *COH*, *CHO*, vient d'être démontré égal aux $\frac{21}{32}$ d'un angle droit, l'angle *HCO* est droit par hypothese, donc la somme des trois angles du Triangle spherique *COH* surpasse deux angles droits de $\frac{10}{32}$ ou $\frac{5}{16}$ d'un angle droit. Donc l'aire du Triangle spherique *COH* est les $\frac{5}{16}$ du Triangle spherique *BCD*. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

COROLLAIRE I.

Si l'on imagine le secteur de grand Cercle *AHO*, coupant le plan *EFG* dans la commune section *IM*, on aura le Coin spherique tronqué *MGHOFI* égal à la Pyramide rectiligne *AEIM*.

Car le secteur spherique *ACOH* sera les $\frac{5}{16}$ du secteur

ſpherique entier *ABCD*, puiſque ce ſont deux Pyramides qui ont pour hauteur commune le rayon de la Sphere, & pour baſes, l'un le Triangle *COH*, l'autre le Triangle *BCD*, qui ſont entr'eux comme 5. à 16. Donc le ſecteur ſpherique *ACOH* eſt égal au ſegment ſuperieur *CEGF*, & ôtant de part & d'autre ce qu'ils ont de commun, il reſte le Coin ſpherique tronqué *MGHOFI* égal à la Pyramide rectiligne *AEIM*.

COROLLAIRE II.

De quelque maniere qu'on ſuppoſe le Triangle ſpherique *COH*, ou même quelque polygone ſpherique qu'on voudra, dont tous les côtés ſoient des arcs de grand Cercle, & que le Triangle ou le Polygone ſpherique ſoit tout entier au-deſſus du plan *EGF*, & qu'il y ait même raiſon du Triangle *COH*, ou du Polygone ſpherique au grand Triangle *BCD* que du ſegment ſuperieur *CEFG* au ſecteur entier *ABCD*, on aura toûjours une portion de Sphere égale à une Pyramide rectiligne, parce que le ſecteur *ACGH*, où la Pyramide à baſe ſpherique en général ſera égale au ſegment ſuperieur du grand ſecteur entier, & ôtant ce qu'il y a de commun, il reſtera une Pyramide rectiligne égale à une portion de Sphere.

COROLLAIRE III.

Le reſte étant comme ci-deſſus, ſi l'on conſtruit ſur le côté donné *CF* le Triangle ſpherique *CFH* rectangle en *C* (Fig. 4.) en ſorte que la ſomme des deux autres angles *CFH*, *CHF* ſoit les $\frac{21}{16}$ d'un angle droit, & que par les points *F*, *H*, & le centre *A*, on mene le plan *AFH*, on aura, au lieu d'un Coin ſpherique tronqué, la Pyramide ſpherique *FHGM* égale à la Pyramide rectiligne *AEFM*, c'eſt la même démonſtration que pour le Coin ſpherique tronqué.

La conſtruction du Triangle ſpherique *CFH* eſt un Problême du ſecond degré à reſoudre. L'arc cherché

CH est d'environ 46. degrés 54. minutes. L'arc *GH* est le lieu geometrique de tous les Coins spheriques qu'on peut cuber dans cette hypothese.

COROLLAIRE IV.

Conservant le même point de section *E* dans le rayon *AC*, mais changeant à l'infini la grandeur de la base *ABD*, en faisant l'angle *BAD* ou *BCD*, plus grand ou plus petit à discretion, la même raison, par exemple, de 5 à 16 subsiste toûjours; mais les portions de Sphere que l'on cube changent à l'infini.

COROLLAIRE V.

Si l'on divise le rayon *AC* en 2. 4. 8. 16. 32. &c. parties égales, & que par quelque point que ce soit de ces divisions, on mene des plans, comme *EGF* paralleles à la base *ABD*, les raisons du segment superieur au secteur entier auront pour dénominateurs les nombres 16, 128, 1024, 8192, &c. doubles des Cubes de 2, 4, 8, 16, &c. on pourra donc toûjours construire geometriquement par le cercle & la ligne droite, & par la seule bissection répetée du Quart de Cercle, les Triangles spheriques correspondants comme *COH*, en resolvant des équations du second degré. On pourra aussi déterminer exactement la solidité des portions de Sphere cubées par des Polynomes du second degré, ou dérivés du second degré, comme du 4me. du 8me. du 16me. &c. degrés purs par rapport au Cube du rayon de la Sphere.

Mais si l'on divise le rayon *AC* en 3. parties égales, & qu'on fasse passer le plan *EGF* par un des points de cette division, les raisons du segment superieur au secteur entier, auront pour dénominateur le nombre 27, cube de 3, & pour construire le Triangle spherique *COH*, il faudra diviser l'angle *BAD* en 27. parties égales. Ce qui ne se peut faire par le cercle & la ligne droite; mais seulement avec une des trois sections coniques, en resolvant

une équation du 3me. degré dans le cas irreductible. Ainsi l'on ne pourra exprimer exactement le rapport des Coins tronqués au Cube du rayon que par des Polynomes qui enferment des nombres imaginaires.

Si l'on divise le rayon *AC* en *5* parties égales, il faudra diviser l'angle *BAD* en *125* ou *250* parties égales, ce qui ne se peut faire que par des lignes plus composées d'un degré que les sections coniques, & l'on ne peut exprimer exactement en nombre irrationnaux d'aucune maniere connuë la solidité des portions de Sphere cubées.

Enfin le point *E* étant pris à discretion sur le rayon *AC*, pour construire le Triangle spherique *COH* correspondant, il faut diviser un angle en raison donnée de ligne à ligne, ce qui ne se peut faire qu'avec une Courbe mécanique, comme la Cicloïde, la Spirale, la Quadratrice, &c. & en general avec une Courbe qui soit elle seule équivalante à toutes les Courbes analytiques ensemble. Enfin si au lieu de supposer l'angle *BAD* droit, on le suppose obtus & égal aux $\frac{4}{3}$ d'un droit ou de 120 degrés, les angles cherchés *COH* ou *CHO*, seront chacun les $\frac{21}{32}$ de 120 degrés, ou de 78 degrés 45′, & le Problême se réduit à construire un Triangle spherique rectangle moitié du Triangle *COH*, dont un angle oblique soit de 60 degrés, & l'autre de 78 degrés 45′, ce qui est en un sens plus simple & plus aisé pour le calcul Trigonometrique que la construction cy-dessus, où l'un des angles obliques doit être de *59* degrés 3 minutes 45 secondes.

COROLLAIRE VI.

Le Cube du rayon étant *1. 000. 000.* la solidité du Coin spherique tronqué (Fig. 3.) ou de la Pyramide *AEIM* sera entre *37157.* & *37158.*

Car la solidité de cette Pyramide est égale au produit du tiers de la hauteur connuë *AE*, par la moitié du quarré de *EM*. Or *EM* est la moitié de la Tangente de l'arc

CH (Fig. 3.) & cette Tangente eſt par conſtruction égale à la ligne BF (Fig. 7.) Or le quarré de BF joint au quarré du rayon AB eſt égal au quarré de AF égale à BD Tangente des $\frac{21}{32}$ d'un angle droit, il ſuffit donc pour connoître la ſolidité de la Pyramide $AEIM$ ou du Coin ſpherique tronqué qui lui eſt égal, il ſuffit, dis-je, de trouver cette derniere Tangente BD, c'eſt-à-dire, la Tangente de $59^\circ\ 3'45''$, ôter de ſon quarré le quarré du rayon $= 1$. & la $\frac{1}{48}$ du reſte ſera la ſolidité cherchée.

Or le rayon étant 1.

La Tangente de $\frac{1}{2}$ droit eſt auſſi $= 1$.

La Tangente de $\frac{1}{4}$ de l'angle droit eſt $\sqrt{2} - 1$.

La Tangente de $\frac{1}{8}$ eſt $\sqrt{4 + 2\sqrt{2}} - 1 - \sqrt{2}$.

La Tangente de $\frac{1}{16}$ eſt $\sqrt{8 + 4\sqrt{2} + 2\sqrt{20 + 14\sqrt{2}}}$
$- 1 - \sqrt{2} - \sqrt{4 + 2\sqrt{2}}$.

Enfin la Tangente de $\frac{1}{32}$ de l'angle droit eſt

$$\sqrt{16 + 8\sqrt{2} + 4\sqrt{20 + 14\sqrt{2}} + 2\sqrt{168 + 116\sqrt{2} + 30\sqrt{20 + 14\sqrt{2}} + 16\sqrt{40 + 28\sqrt{2}}}}$$
$$- 1 - \sqrt{2} - \sqrt{4 + 2\sqrt{2}} - \sqrt{8 + 4\sqrt{2} + 2\sqrt{20 + 14\sqrt{2}}}$$

& il eſt aiſé de continuer cette progreſſion à l'infini.

Soit preſentement pour abreger la Tangente de $\frac{1}{8}$ de l'angle droit égale à b, celle de $\frac{1}{32} = c$ & $b + c = d$, la Tangente des $\frac{21}{32}$ de l'angle droit ſera $\frac{1 + d - bc}{1 - b - d}$, & enfin le Cube du rayon ſera à la ſolidité du Coin ſpherique tronqué (Fig. 3.) comme douze fois le quarré de $1 - d - bc$ eſt à $d - bcd$. Ce qu'il falloit trouver.

REMARQUE I.

Il y a une analogie merveilleuſe entre la maniere de meſurer les aires des Triangles ſpheriques & celle de meſurer les aires des Triangles rectilignes.

Car de même que l'aire de tout Triangle rectiligne rectangle eſt la moitié du rectangle qui a même hauteur

& même baſe, & que l'air de tout Triangle rectiligne obliquangle a pour ſa meſure un Triangle rectangle égal de même hauteur & de même baſe, ou la moitié de ce même parallelogramme rectangle qui a même hauteur & même baſe, & qu'on peut trouver directement l'aire de ces Triangles obliquangles, en ajoûtant enſemble les trois côtés, prenant la moitié de la ſomme, en ôtant ſéparément chacun des trois côtés, &c.

De même auſſi dans les triangles ſpheriques quelconques l'aire en eſt égale à celle d'un Triangle ſpherique birectangle, & par conſequent iſoſcele, dont l'angle à la pointe eſt égal à l'excès des trois angles du Triangle ſpherique donné ſur deux angles droits.

Ce Triangle ſpherique birectangle compris par deux grands Quarts de Cercle, & un troiſiéme arc quelconque moindre que la circonference entiere, eſt, en matiere de Triangles ſpheriques, ce qu'eſt le Triangle ſimplement rectangle en matiere de Triangles rectilignes. Ils ſervent de commune meſure comme les plus ſimples de leur eſpece.

L'aire du Biligne ſpherique compris par deux grands demi-cercles, tient lieu du parallelograme rectangle; & comme de toutes les ſurfaces rectilignes la plus aiſée à connoître & à meſurer eſt celle du parallelogramme rectangle qui comprend le quarré comme ſon eſpece ſubalterne la plus ſimple; de même auſſi de toutes les ſurfaces ſpheriques la plus ſimple & la plus aiſée à connoître & à meſurer eſt celle du biligne ſpherique, dont il ſuffit de connoître l'angle, parce que comme cet angle eſt à quatre droits, ainſi l'aire du biligne ſpherique eſt à l'aire de la ſurface entiere de la Sphere; & comme le parallelogramme rectangle rectiligne eſt le double de l'aire du Triangle rectiligne de même hauteur & baſe, auſſi le biligne ſpherique eſt le double de tout triangle ſpherique, qui a le même angle que le biligne pour ſa meſure, c'eſt-à dire, l'angle égal à l'excès de ſes trois angles ſur deux droits.

Enfin, l'aire des Triangles ſpheriques dépend uniquement & directement de la connoiſſance de leurs trois angles, comme la connoiſſance de l'aire des Triangles rectilignes dépend uniquement & directement de la connoiſſance de leurs trois côtés, auſſi la méthode eſt la même dans les uns comme dans les autres. Ajoûtez enſemble les trois côtés, prenez la moitié de la ſomme, & ôtez-en ſéparément chacun de trois côtés, &c. pour avoir les angles cherchés, & par conſequent l'aire du Triangle ſpherique.

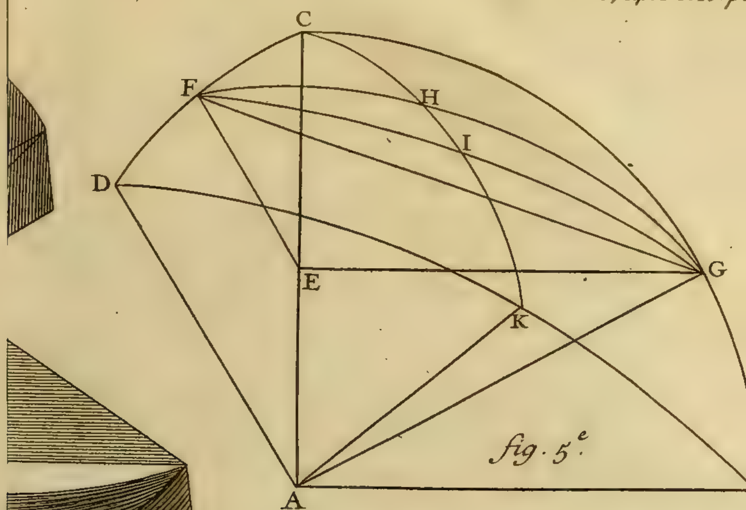
REMARQUE II.

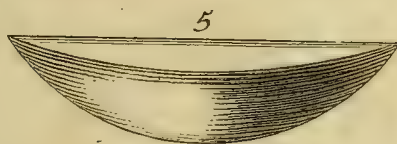
Pour connoître facilement & démonſtrativement toutes ces proprietés des aires des Triangles ſpheriques, il n'y a qu'à ſe mettre devant les yeux une Sphere armillaire, & élevant un des poles & un des points des Equinoxes ſur l'horizon, on trouvera aiſement la démonſtration des trois propoſitions fondamentales ſuivantes.

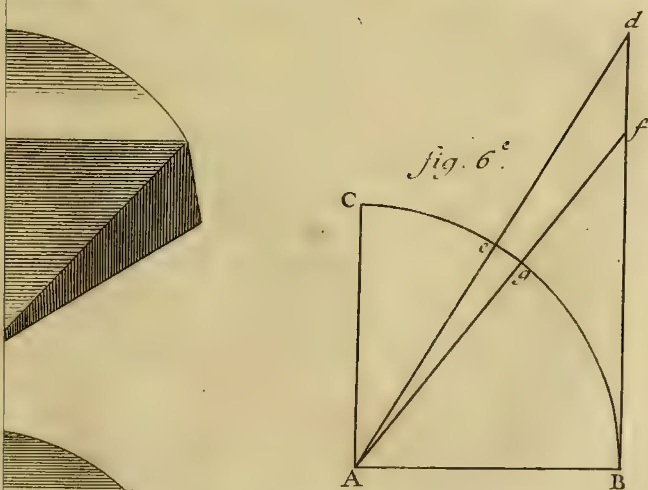
1°. L'aire de tout biligne ſpherique primitif compris par deux grands demi-Cercles, eſt à l'aire ou ſurface entiere de la Sphere, comme l'angle de ce biligne eſt à 4. droits. Car ſuppoſant l'angle compris par l'Equateur & l'Ecliptique de 23°. 29', il eſt évident que l'aire compriſe par ces deux grands demi-Cercles eſt à la ſurface entiere de la Sphere, comme 23°. 29'. eſt à 360. de même que l'angle compris par les deux colures, étant de 90°. ou le quart de quatre droits, l'aire compriſe par les deux demi-colures eſt le quart de la ſurface de la Sphere.

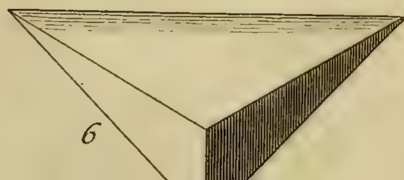
2°. Le triangle ſpherique formé, comme que ce ſoit au deſſus de l'horizon par un arc de l'Equateur, un arc de l'Ecliptique, & un arc quelconque de l'horiſon ſe meſurera de cette maniere.

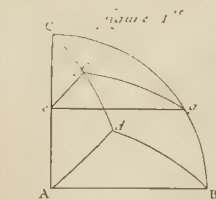
En prolongeant les deux angles de ce Triangle ſur l'horiſon, juſqu'à ce que les deux côtés qui les forment faſſent chacun un demi-cercle, & en prolongeant de même l'angle oppoſé par la pointe à l'angle du Triangle au deſſus de

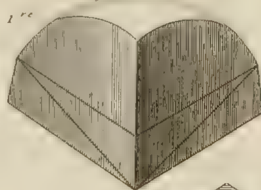

C
F
H
I
D
E
G
K
A
fig. 5.e

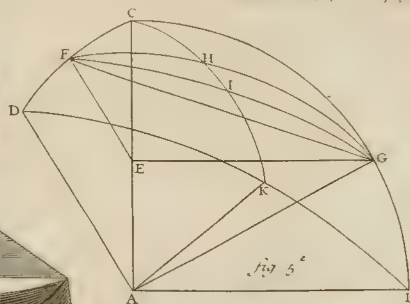

5

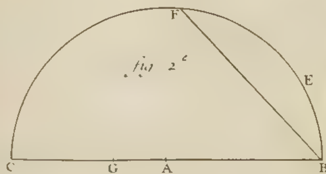

d
f
fig. 6.e
C
e
g
A
B

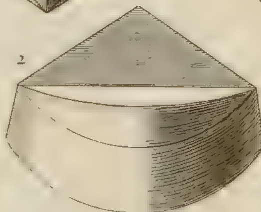

6


figure 1re
C
e
o
d
A
B

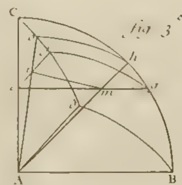

1re

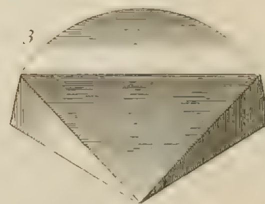

C
F
H
I
D
G
E
K
fig. 5e
A
B

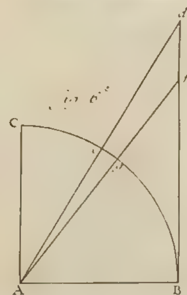

F
fig. 2e
E
C
G
A
B

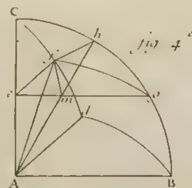

2

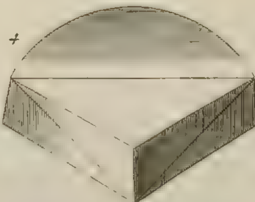

5

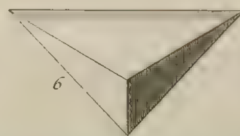

C
fig. 3e
h
m
A
B


3


d
f
C
A
B


C
h
fig. 4e
m
A
B

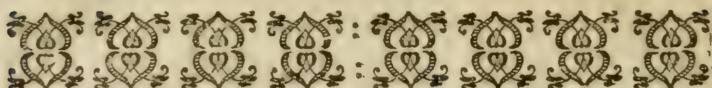

4


6

ſus de l'horizon, on formera trois grands bilignes ſpherique qui occuperont toute la ſurface de l'hemiſphere, paſſeront deux fois ſur le Triangle donné, & formeront au deſſous de l'horizon un autre Triangle ſpherique égal, ſemblable au Triangle donné ſur l'horizon. Donc l'aire de ces trois bilignes connus ou ſuppoſés connus par les trois angles du Triangle, ſera auſſi connuë; & comme l'aire de ces trois bilignes ſurpaſſe l'hemiſphere du double de l'aire du Triangle ſpherique, on connoîtra auſſi l'aire de ce Triangle ſpherique, puiſqu'elle eſt la moitié de l'excès de l'aire des trois bilignes ſur l'hemiſphere.

3°. Donc comme l'angle droit eſt à l'excès des trois angles de tout Triangle ſpherique ſur deux droits, ainſi l'aire du grand Cercle eſt à l'aire du Triangle, & la meſure de ces aires eſt cet angle d'excès ou l'aire d'un Triangle ſpherique bireƈtangle formé par deux grands Quarts de Cercle & par cet angle d'excès, de même que la meſure de tout angle ſpherique eſt la baſe de ce même Triangle ſpherique bireƈtangle.





MESSIEURS DE LA SOCIETE' Royale des Sciences, établie à Montpellier, ont envoyé à l'Academie l'Ouvrage qui ſuit, pour entretenir l'Union intime qui doit être entre elles; comme ne faiſant qu'un ſeul Corps, aux termes des Statuts accordés par le Roy au mois de Fevrier 1706.

DISSERTATION BOTANIQUE SUR L'ORIGINE ET LA NATURE DU KERMES.

Par M. NISSOLLE.

COMME la recherche de tout ce qui peut ſervir à l'Hiſtoire Naturelle de cette Province eſt une des principales occupations de la Societé Royale des Sciences. J'ai crû que je ne pouvois pas choiſir de matiere plus propre à ce deſſein que celle que me fournit le Kermes. Mais comme elle a été ſi ſouvent rebattuë, on ſera ſans doute ſurpris de ce que j'ai voulu entreprendre de la retoucher, ne croyant pas qu'il ſoit poſſible d'y rien ajoûter de nouveau, après tout ce que tant d'Auteurs ſi celebres & beaucoup plus éclairés que je ne le ſuis, en ont déja dit. Et

il est constant que je ne l'aurois point entrepris, si dans les differens examens que j'en ai fait, je n'avois découvert des particularités qui n'ont point été touchées par aucun de ceux qui en ont écrit, comme on le pourra voir dans la suite de ce discours.

Le Kermes est une petite coque ronde, membraneuse, fort fine, lisse & luissante, de couleur d'un rouge brun mêlé de blanc cendré, d'environ trois lignes de diametre, divisée ordinairement en deux cavités inégales, dont la plus grande est remplie d'un nombre presque infini des petits œufs ovales fort rouges & fort vermeils, & la plus petite d'une espece de liqueur mucillagineuse pareillement rouge, qui ne ressemble pas mal à du sang.

Ceux qui en ont parlé dans leurs écrits lui ont donné differens noms. Les Arabes l'ont appellé *Kermes*, & j'ai préferé ce nom à tous les autres, parce qu'il lui avoit été déja consacré par ce celebre electuaire qu'on débite en ce pays, sous le nom de *Confection Alkermes*. Quelques-uns l'appellent *coccus baphica*, nom qu'ils ont tiré des Grecs, & quelques autres *coccus infectoria*, *coccum squarlatinum*, *granum tinctorium*, vermillon & graine d'écarlatte

On le cueille ordinairement vers la fin du Printemps, c'est-à-dire depuis la fin du mois de Mai jusques environ la S. Jean, & même quelquefois lorsque la récolte en est abondante, jusqu'à la fin du mois de Juin; & c'est sur cette espece de Chêne-vert que Caspar Bauhin appelle *Ilex aculeata cocci-glandifera;* Jean Bauhin son frere, *Ilex cocci-gera*. L'Auteur de l'Histoire des Plantes de Lyon, après Pline, *Ilex aquifolia*, & Valerius Cordus dans ses Annotations sur Dioscoride, Lobel dans ses adversaires, Castor Durantes, & Taberna l'appellent *coccus infectoria*. Mais ce dernier nom ne lui convient en aucune maniere; puisque c'est proprement celui du Kermes, & non pas de l'arbuste sur lequel il se trouve.

Cet arbuste s'éleve à la hauteur d'environ deux pieds; sa racine qui est ligneuse & couverte d'une écorce de la

couleur du terrain qu'elle occupe, car elle eſt tantôt noirâtre & tantôt rougeâtre, trace beaucoup; elle eſt de differente groſſeur, car en quelques pieds elle a plus d'un demi pouce de diametre, dans d'autres elle n'a pas plus de trois ou quatre lignes. Elle eſt garnie de quelques fibres en certains pieds, & il en eſt qui n'en ont point du tout. Elle pouſſe pluſieurs tiges dont l'écorce eſt fort mince, de couleur d'un blanc cendré, qui ſe diviſent en pluſieurs ramifications, dont les branches ſont chargées de feüilles rangées ſans ordre, ondées ſur leurs bords, & armées autour de quelques piquants, de ſorte qu'elles ne reſſemblent pas mal aux feüilles du Houx, mais elles ſont beaucoup plus petites, car elles n'ont ordinairement que huit à dix lignes de long ſur ſix ou ſept lignes de large, elles y ſont attachées par un fort petit pedicule, qui n'a pas plus d'une ligne de long; elles ſont d'un vert gai. Ses fleurs ſont des Châtons à peu près ſemblables à ceux du Chêne vert ordinaire, qui ſont compoſés de pluſieurs fleurs en godet découpé en pointe, du fonds duquel s'élevent quelques étamines; & les fruits ſont des glands aſſez gros pour la petiteſſe de l'arbuſte qui les porte, ils ſont preſque entierement renfermés dans une eſpece de calotte raboteuſe & heriſſée de petites pointes aſſez rudes. Il s'en trouve une autre eſpece dans nos campagnes, que Lobel dans ſes adverſaires appelle *Ilex media cocciferæ Ilici plane ſuppar foliis aquifolii*, & qu'il eſt très-difficile de diſtinguer du précedent, avant qu'il ſoit chargé de fruit. Mais comme les glands de celui-ci ſont beaucoup plus longs & plus évaſés que ceux de l'autre, alors on les peut aiſément diſtinguer. Je n'ai point encore obſervé s'il s'y trouve du Kermes, mais comme il y a beaucoup d'apparence que la récolte en ſera cette année abondante, j'aurai occaſion de l'examiner.

Il y a preſque autant de differens ſentimens ſur l'origine du Kermes, qu'il y a des Auteurs qui en ont écrit. Quelques-uns ont crû que certaine eſpece de vermiſſeau

piquant cet arbuſte pour en tirer ſa nourriture, y faiſoit naître une coque ou veſcie qui ſe rempliſſoit enſuite d'un ſuc qui devient rouge en muriſſant, & que cet inſecte s'enveloppoit auſſi dans la coque, & ce qui les confirme dans cette opinion, c'eſt, à ce qu'ils prétendent, que lorſqu'on fait ſécher le Kermes, il en ſort une ſi grande quantité des vermiſſaux & des moucherons preſque imperceptibles, que toute ſa ſubſtance interieure ſemble s'être convertie en ces petits inſectes, & qu'il ne reſte qu'une peau vuide & legere, & que ces vermiſſeaux & moucherons ſont venus des œufs que les premiers vers qui ſont entrés dans la coque y ont produit.

Quelques autres ont avancé que les vermiſſeaux qu'ils ſuppoſent comme les premiers qu'on trouve dans le Kermes, doivent leur naiſſance à l'arbuſte ſur lequel on les trouve. Car ils prétendent qu'au Printems cet arbuſte pouſſe en dehors quelques gouttes de liqueur, qui venant à ſe condenſer par les ardeurs du Soleil, forme une pellicule qui la renferme, de ſorte qu'étant parvenuë à un certain degré de perfection, il la rend propre à ſe transformer en vermiſſeaux; leſquels voulant après ſortir de la coque où ils ont pris naiſſance, ſuccent & tirent des pores de cet arbuſte cette humidité que la nature leur avoit fourni pour leur entretien; & que c'eſt par cette humidité qu'ils ſont conſervés, comme un embrion dans ſa matrice, juſqu'à ce qu'ils ſoient arrivés à cet état de perfection qui leur fournit des aîles pour s'envoler.

Il en eſt enfin qui ont voulu que le Kermes dût ſon origine à quelque portion de ſemence ou petits œufs que certains petits animaux, qui habitent ordinairement à ce qu'ils prétendent ſur l'arbuſte où il ſe trouve, y avoient dépoſé.

Ce dernier ſentiment que M. Strobelberger, dans le Traité qu'il a fait de la Confection alkermes, attribuë à Braſſavole, & qu'il rejette en même tems, m'a parû le plus vrai ſemblable, & je le préfere aux deux précedens, parce

qu'il s'accorde mieux à ce que j'ai obſervé ſur cette matiere dans les differens examens que j'en ai fait.

On trouve vers le commencement du mois de Mai ſur differens endroits de l'*Ilex aculeata cocci glandifera*, tant à la tige qu'aux branches, à leurs aiſelles, & même aux feüilles des très petits points blancs, qui n'ont pas plus de demi-ligne de diametre dans leur commencement, ridés & veloutés, qui lorſqu'on les écraſe, rendent une liqueur rouge tout-à-fait ſemblable à du ſang. Ces petits points groſſiſſent inſenſiblement, & deviennent en groſſiſſant une coque blanchâtre placée ſur une eſpece de duvet blanc, & lorſqu'elle eſt parvenuë à ſa juſte groſſeur, on la trouve remplie d'un nombre preſque infini des petits œufs fort rouges & fort vermeils, dont la coque eſt une pellicule très déliée & très blanche. Chaque œuf renferme un petit animal fort rouge, qui a ſix pieds, trois de chaque côté, deux cornes, & une queüe faite preſque en forme de croiſſant.

Cette coque ſe ſépare très facilement du duvet ſur lequel il ſemble qu'elle ait pris ſa naiſſance; & le duvet même ſe peut auſſi ſéparer ſans peine de l'endroit de l'arbuſte où il eſt attaché, ſans qu'on y puiſſe appercevoir la moindre laceration, piqueure, ou tuberoſité, pas même avec le ſecours de la loupe : ce qui doit évidemment nous convaincre que des œufs qui avoient été depoſés dans ces differens endroits, ont commencé à y éclore, & que l'inſecte qui en eſt ſorti, travaille à s'y bâtir une loge pour y pondre des œufs à ſon tour, qu'on trouve après renfermés dans cette coque que nous appellons ordinairement Kermes; & ce qui doit nous confirmer encore de plus en plus dans cette opinion, c'eſt que lorſque la récolte en a été fort abondante, on eſt pendant quelques années ſans en recueillir, parce qu'il n'a pas reſté aſſez des inſectes pour dépoſer des œufs en ſuffiſante quantité pour les années ſuivantes.

Dès que ces petits animaux ſont éclos, ils ſortent de

leur coque, courent d'un côté & d'autre pour chercher de quoi se nourrir, & quelque endroit commode à pouvoir y déposer leurs œufs. Mais il n'est pas veritable qu'ils prennent jamais des aîles comme presque tous ceux qui en ont parlé, se le sont imaginés. Il arrive pourtant quelquefois qu'on trouve quelques moucherons qui voltigent parmi ces insectes ; mais ces moucherons doivent leur naissance à certains vermisseaux qu'on trouve, quoi-que fort rarement, dans la coque du Kermes ; & il y a beaucoup d'apparence que ces vers sont sortis de certaine espece de tumeur qui se trouve quelquefois aux branches de l'*Ilex aculeata cocci glandifera*, dont les œufs y ont été portés avec quelque portion de liqueur grossiere & indigeste qui s'étant mêlée avec la sêve, n'a pas pû circuler librement dans les fistules de l'arbuste, & y ayant été arrêtée, les a dilatées extraordinairement & donné occasion à cette tumeur ; où ces œufs étant éclos par la chaleur du Printemps, il en est sorti ces vers qui se glissent après insensiblement dans la coque du Kermes pour s'y nourrir de cette liqueur qui y est contenuë & des œufs qui y sont renfermés. J'en ai trouvé de tout-à-fait semblables, & même avec leurs moucherons dans plusieurs têtes des Chardons, Ambrettes, Jacées & autres Plantes de même nature, & je n'y trouvois point alors de semence, parce que ces vers ont coûtume de les manger.

Dès que les coques du Kermes sont arrivées à leur état de perfection, on les cueille, & quand on les a recueillies, on leur donne differentes préparations, à raison des differents usages ausquels on veut les employer. Ceux qui ont dessein de s'en servir pour la Confection Alkermes, en tirent la pulpe, & la réduisent en sirop. A cet effet, ils en prennent telle quantité qu'ils trouvent à propos, & des plus recentes ; ils les nettoyent bien des feüilles & autres ordures, s'il y en a, après quoi ils les pilent dans un mortier de marbre avec un pilon de bois, & lorsqu'elles sont entierement pilées, ils passent la pulpe sur un tamis de

crin renversé avec une espatule de bois, & lorsqu'elle est toute passée, ils la pesent & y mêlent parties égales de sucre fin en poudre; ils font ce mêlange à froid, qu'ils renferment ensuite dans des vaisseaux de fayance, ou autre espece de terre plombée pour s'en servir au besoin. Ils ont soin de le remuer de tems en tems jusqu'à ce que le sucre soit bien lié avec la pulpe. Que si l'on veut les conserver pour s'en servir dans d'autres occasions, on a soin de les étendre sur des toiles qu'on a préparé pour cela dans une chambre aërée, observant de les remüer de tems en tems, & de secoüer les extremités de la toile, pour faire ramasser dans le milieu les œufs & les insectes qui en sortent, où l'on les trouve en maniere de poudre fort rouge, qu'on passe ensuite à travers un crible, & qu'on paitrit entre les mains pour les réduire en pastilles, & les coques qui ont resté sur le crible se trouvent entierement vuides, mais on ne laisse pas pourtant de les conserver, car elles sont de quelque utilité.

Le Kermes est d'un grand usage dans la Medecine, c'est un de ses meilleurs cordiaux; il est la base de cette Confection qui en porte le nom. Il entre encore dans celle de Hyacinthe, dans laquelle on employoit autrefois les coques, mais on leur substituë à present les pastilles dont je viens de parler, & c'est avec bien de raison, parce qu'elles sont beaucoup plus efficaces. L'on s'en sert aussi avec succès pour fortifier le Fœtus dans la matrice, & empêcher l'avortement. Il nous fourniroit bien d'autres remedes si l'on vouloit se donner la peine de le travailler & le mettre en usage; car Messieurs nos Chimistes qui en ont fait divers essais, qui leur ont parfaitement bien réüssi, & qui doivent incessamment nous en donner un Memoire, assurent qu'il leur a fourni tout autant de sel volatile que les animaux qui en donnent le plus.

Si le Kermes est si utile pour la Medecine, il ne l'est pas moins pour la Teinture; il est fort recherché des étrangers pour cela, & nos Marchands qui ont accoutumé de

le

le leur envoyer, le préparent de la même maniere que j'ai déja dit, avec cette difference qu'ils mettent les coques déja vuides dans des corbeilles ou paniers d'ozier, pour les tremper dans du bon Vinaigre qu'ils ont préparé pour cela dans quelques chauderons, & aprés qu'ils les y ont trempées plusieurs fois, ils les laissent bien égouter; ils les étendent sur les toiles pour les y laisser dessecher. Le Vinaigre leur donne une couleur plus rouge & plus éclatante, & c'est ce qui a imposé à certain Auteur, qui dans la description qu'il en donne, dit qu'elles sont naturellement de cette couleur, mais apparemment il n'en avoit point vû de recentes. Quant aux œufs & aux insectes qui sont sortis de ces coques, & qui sont restés sur les toiles en forme de poussiere rouge, qu'ils appellent en langue du pays *Pousset*; ils le mettent dans des terrines, l'arrosent avec du Vinaigre, le remüent doucement avec les mains jusqu'à ce qu'il soit réduit en forme de paste, qu'ils étendent sur des peaux, où ils le laissent bien dessecher, & le mettent ensuite dans des sacs de même nature, pour l'envoyer dans les Pays étrangers, principalement en Levant & du côté du Nord.

On ne s'en sert que trés rarement dans ce pays, depuis qu'on a découvert la Cochenille, qui donne une Ecarlatte plus vive & plus éclatante que celle que donne le Kermes, qui est plus foncée, & qui approche plus de la Pourpre Romaine. On l'appelle en ce pays *Ecarlatte de graine*, elle a pourtant cet avantage par dessus celle de la Cochenille, qu'elle ne change point de couleur quand il y tombe de l'eau par dessus, comme il arrive à celle-là, qui devient noirâtre à l'instant. L'emploi s'en fait même differemment, car pour la Cochenille il faut une composition d'esprit de Nitre, au lieu que pour le Kermes il ne faut que des eaux sures faites avec le Tartre ou l'Alun. Mais comme c'est une matiere qui regarde principalement les Teinturiers, on n'a qu'à les consulter, si on souhaite d'en sçavoir davantage.

EXPLICATION DES FIGURES.

A. Arbuſte chargé de Kermes.
B. Branche de l'Arbuſte qui porte le Kermes chargée de Fleurs.
C. Branche de l'Arbuſte qui porte le Kermes chargée de fruit.
D. Coque du Kermes vûë avec le Microſcope.
E. Animal contenu dans les œufs qui ſont dans la coque.
F. Ver qu'on trouve quelquefois dans la coque du Kermes.
G. Mouches qui doivent leur origine à ce Ver.
H. Coque du Kermes.
I. Oeufs contenus dans la coque du Kermes.

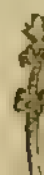
F I N.

Faute à corriger dans les Memoires de 1714.

Pag. 103. lig. 31. & 32. au lieu de celui de *e* milieu; *liſés*, celui *e* du milieu.











G

C

D

E

I

H

G

F

G

P. Simonneau fil. sculp